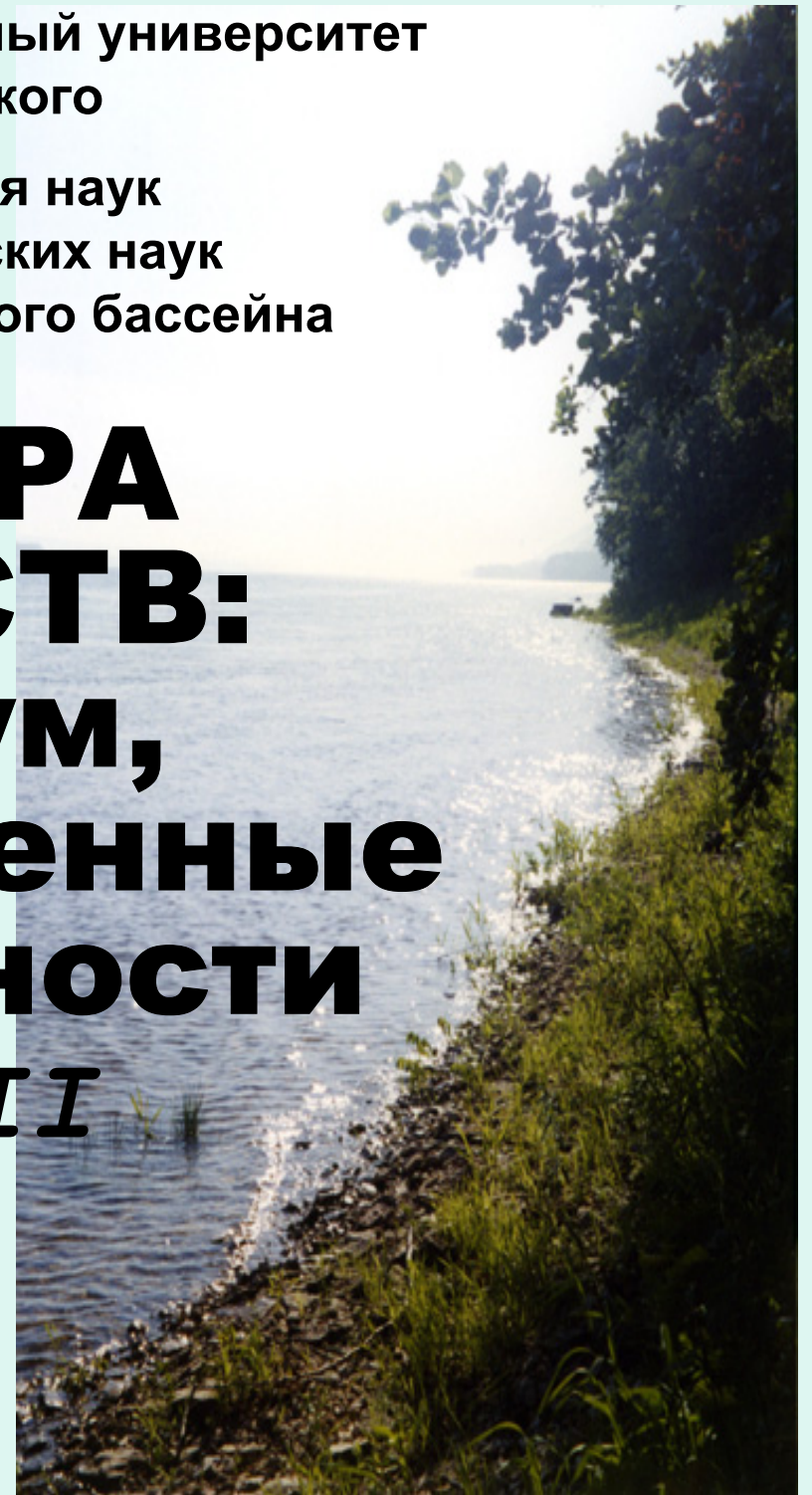


Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского

Российская академия наук
Отделение биологических наук
Институт экологии Волжского бассейна

**СТРУКТУРА
СООБЩЕСТВ:
КОНТИНУУМ,
пространственные
закономерности**
Часть III

Д.Б. Гелашвили,
Д.И. Иудин,
Г.С. Розенберг



СТРУКТУРА СООБЩЕСТВ.

**ФРАКТАЛЬНАЯ ПРИРОДА
ВИДОВОЙ СТРУКТУРЫ
БИОТИЧЕСКИХ
СООБЩЕСТВ**

Симметрия – как бы широко или узко вы не определяли значение этого понятия – является той идеей, посредством которой человек на протяжении веков пытается постичь и создать ***порядок, красоту и совершенство.***

Герман Вейль



Герман Вейль
Hermann Klaus Hugo
Weyl
(1885-1955)

Да, я пытаюсь внести математику в философию. Математика делает мысль четкой и, соответственно, сурово требует аксиоматического обоснования при построении концепций.

**В.В. Налимов, 2000.
Разбрасываю мысли.
В пути и на перепутье.**



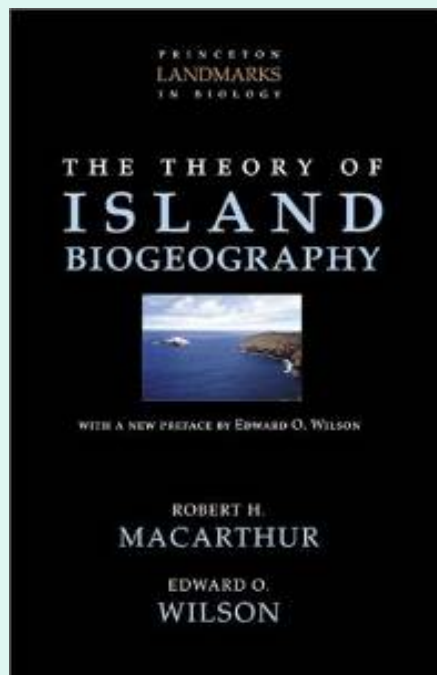
**Василий Васильевич
Налимов (1910-1997)**

Термин «пангеометризм» в 2001 г. ввел В.В. Налимов, под которым он понимал «...представление о том, что при достаточно высоком уровне абстрактности общим для всех научных дисциплин окажется обращение к геометрическим образам как некой первооснове».

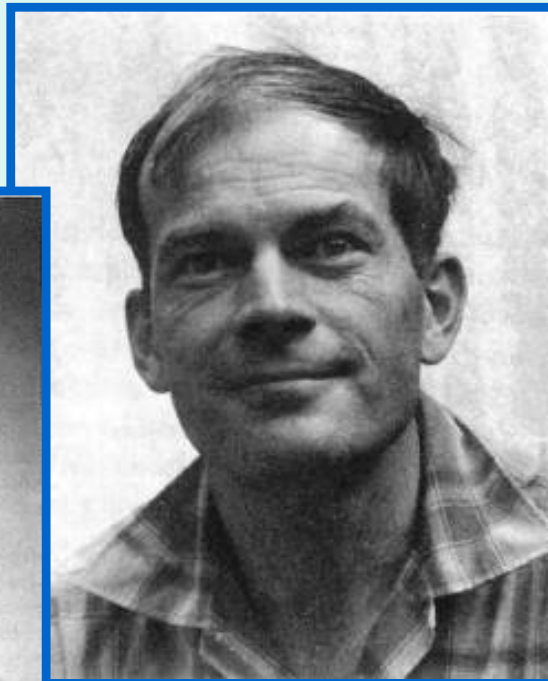
ВИДОВАЯ СТРУКТУРА СООБЩЕСТВА

В первом приближении можно ограничить рассмотрение видовой структуры анализом **видового богатства (числа видов) и относительными численностями составляющих сообщество видов, т.е. **видовым разнообразием**.**

Степенные законы, описывающие зависимость видового богатства (S) от «выборочного усилия», выраженного через площадь обследованной территории (A) или объем выборки (N), нашли свое логическое завершение в рамках *равновесной теории островной биогеографии* (MacArthur, Wilson, 1967).



Роберт Мак-Артур
Robert H. MacArthur
(1930-1972)



Эдвард Уилсон
Edward Osborne
Wilson (г.р. 1929)

Общее число видов для группы конкретных местообитаний или ассамблеи видов (видовое богатство) является наиболее простой количественной характеристикой разнообразия или компонентом многообразия по Одуму (1975).

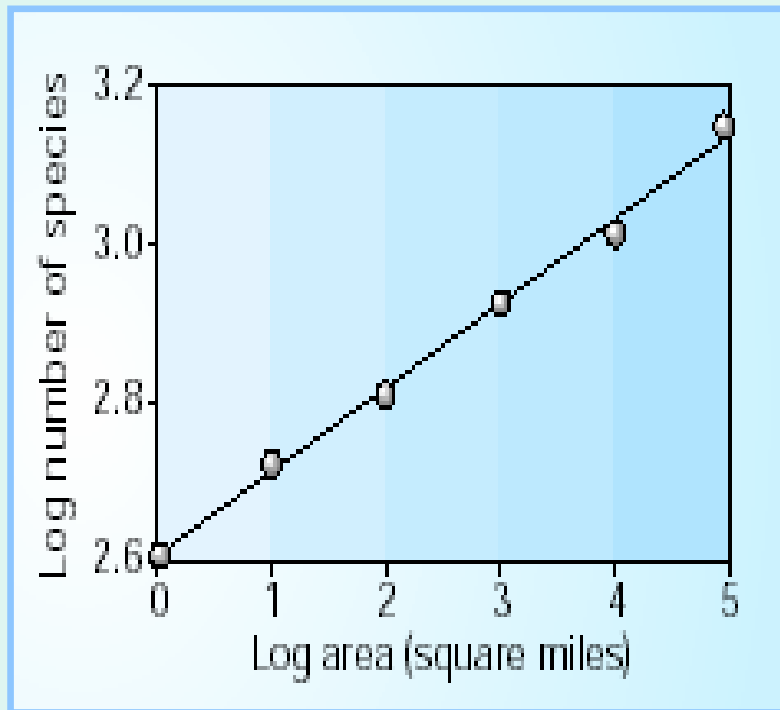
Практическая проблема определения видового богатства сопряжена с известными трудностями, обусловленными зависимостью конечного результата от объема взятой выборки.

Другой аспект проблемы – существование предела ожидаемому числу видов, другими словами, **насыщение видового богатства**.

Таким образом, в общем виде задача сводится к выяснению зависимости ожидаемого видового богатства (S) от затраченного **выборочного усилия**, под которым можно понимать число выборок, пропорциональное площади (A) обследованной территории или суммарное число особей (N).

Для удобства дальнейшего рассмотрения вопроса целесообразно обсудить оба подхода в историческом аспекте.

График Ватсона 1859 г. (Hewett Cottrell Watson; 1804-1881)
 Зависимость видового богатства (**S**) от площади ареала (**A**) для
 сосудистых растений Британии в билогарифмических координатах
 (по: Pounds J. A., Puschendorf R. Clouded futures // Nature. – 2004. – V. 427. –
 P. 107-109)



"*Hieracium pulmonarium?*"
 Sm. Herb.
 Garden 1845
 Originally from Highleds
 (From Hewett C. Watson.)

1468.
Trifolium elyans, Lavi
 Locality & County } See *Phytologist*, 1849, vol iii, page 47.
 Collected by L
 Communicated by Mr. Hewett Watson
 BOTANICAL SOCIETY OF LONDON, 1849

$$\lg S = \lg c + z \lg A$$

$$S = cA^z$$



Олоф Аррениус
Olof Wilhelm Arrhenius (1896-1977)

Arrhenius O.

**Species and area // J. Ecol. 1921. V. 9.
P. 95-99.**

Arrhenius O.

**Statistical investigations in the
constitution of plant associations //**
Ecology. 1923. V. 4. P. 68-73.

$$\frac{x}{x_1} = \left(\frac{y}{y_1} \right)^n$$

где x – число видов, y – площадь,
причем $y_1 > y$, $x_1 > x$, $n = \text{const.}$

$$S \approx A^n \quad n < 1.$$

STATISTICAL INVESTIGATIONS IN THE CONSTITUTION OF
PLANT ASSOCIATIONS

O. ARRHENIUS

Stockholm, Sweden

Until recently there have been very few statistical investigations dealing with the constitution of plant communities. The problem which first aroused interest was that of the distribution of species over the area. A long time ago the self-evident rule, that the larger the area the more the species, was known. But until recently attempts seem to have failed. For the first time, in Jaccard's ('02 and '08) and Palmgren's ('15-'17) works, one finds the problem dealt with in a clearer and more fixed form. These authors, however, also stopped with explaining their experiences in mere words.

The first attempt to lend mathematical shape to the rules given by the writers mentioned above was made by the author ('18) while using Palmgren's material. The following year I had more complete material ('20a and b), with the help of which it was shown that when the area grows from y to y_1 the number of species found on the area increases from x to x_1 , according to a very simple formula,

$$\frac{x}{x_1} = \left(\frac{y}{y_1} \right)^n$$

where n is a constant.

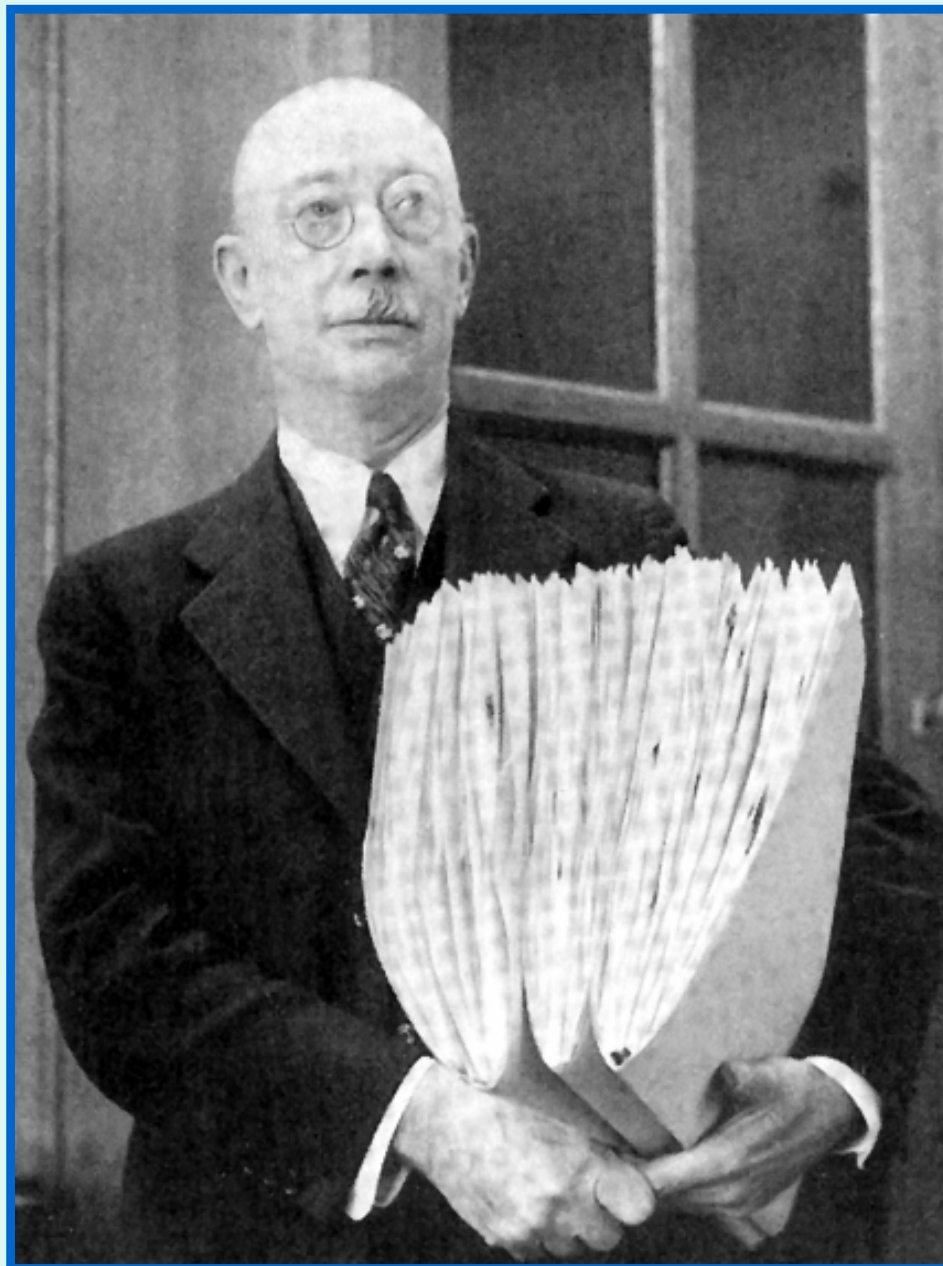
This approximation formula



Таким образом, **О. Аррениус** попытался формализовать известное эмпирическое правило, согласно которому **на большей площади обитает большее число видов**, указав в качестве своих предшественников швейцарца **П. Жаккара** (Paul Jaccard; 1868-1944) и финна **Э. Палмгрину**.



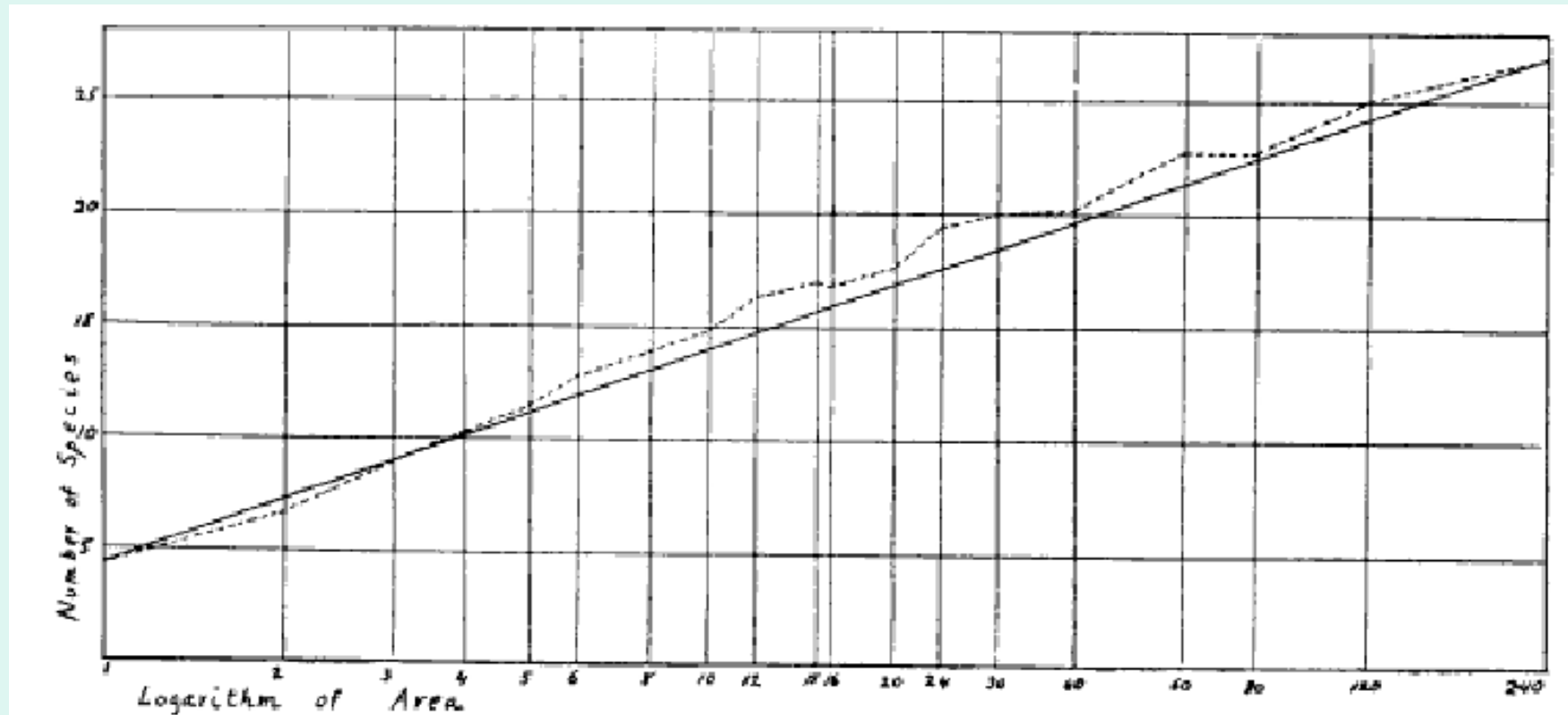
Элвар Палмгрин
Alvar Palmgren (1880-1960)



**Экслибрис
Генри Глизона**

**Генри Глизон
Henry Allan Gleason (1882-1975)**

Gleason H. A.
On the relation between species and area //
Ecology. 1922. V. 3. P. 158-162.



Зависимость в полулогарифмических координатах видового богатства от площади ареала для тополиных ассоциаций северного Мичигана (лог-линейная модель оценки видового разнообразия)

$$S = c + z \lg A$$

Значение параметра z зависимости «число видов – площадь» (*species-area relationship, SAR*) для различных местообитаний (по: Бигон и др., 1986, с изменениями)

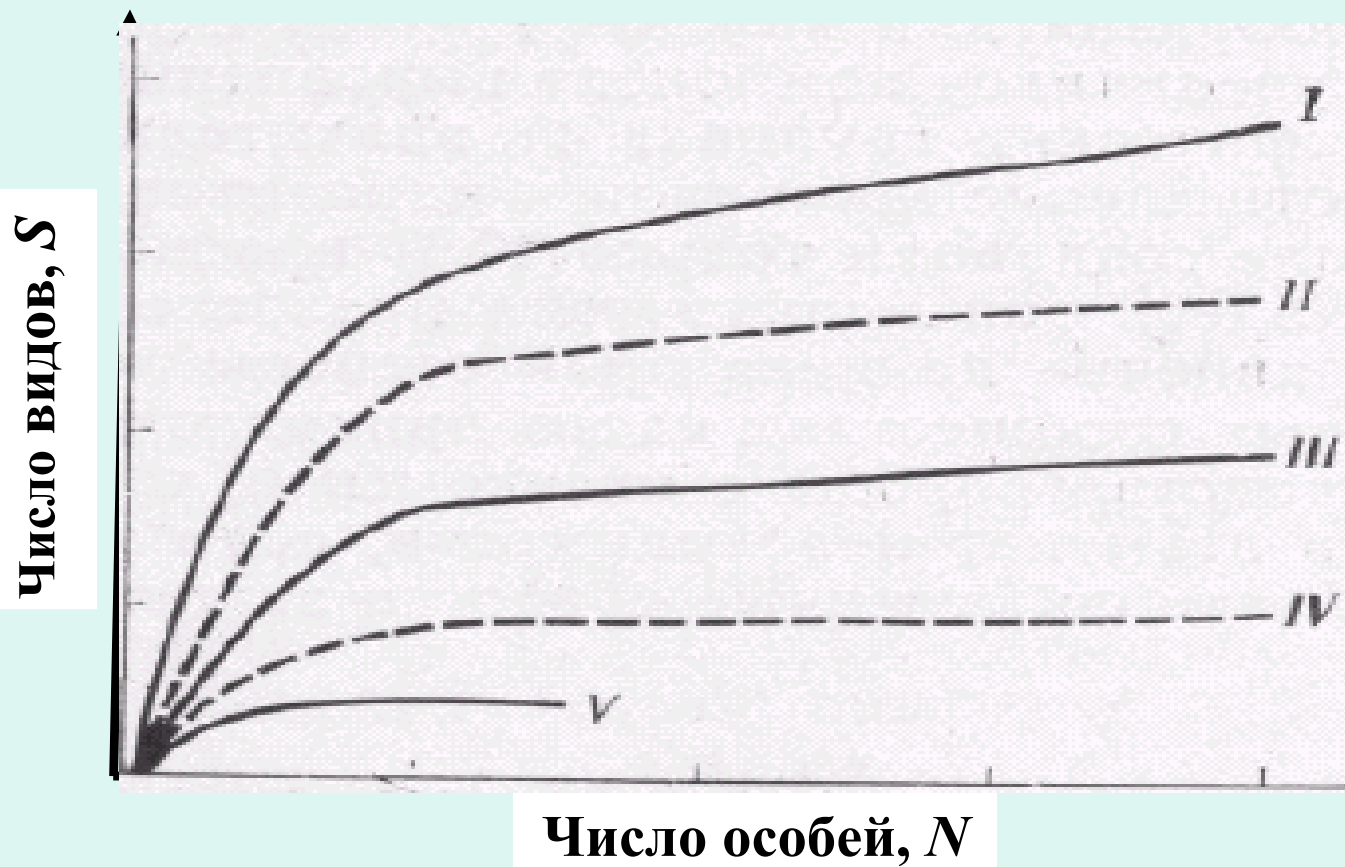
Местообитание	Диапазон значений
- произвольно выбранные участки материковой суши	$0.10 \div 0.16$
- океанические острова	$0.18 \div 0.37$
- изолированные местообитания	$0.17 \div 0.72$

$$\lg S = \lg c + z \lg A$$

$$S = cA^z$$

Одум Ю. Основы экологии. 1975. С. 196-197:

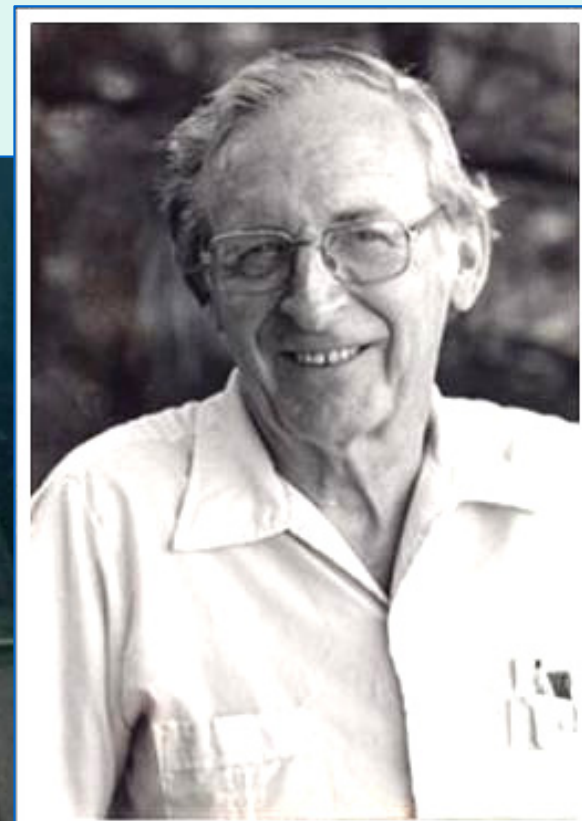
«...подобрав уравнения для таких кривых, можно помочь выяснить, какими математическими "законами" определяется зависимость между S и N ».



**Использование кривых зависимости между
числом видов и их обилием для сравнения
видового разнообразия в различных
местообитаниях**

Юджин Плезентс Одум

Eugene Pleasants Odum (1913-2002)



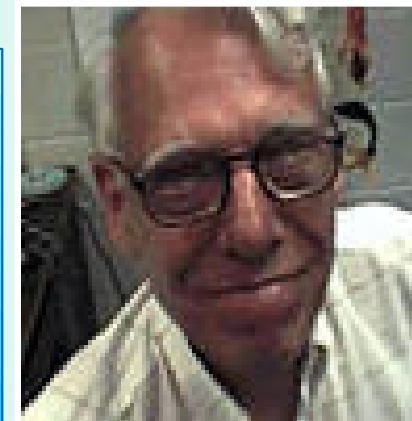
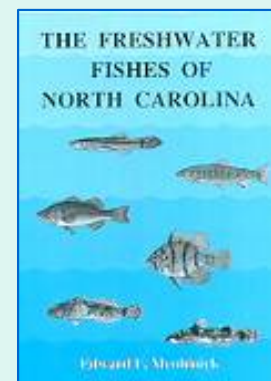
МЕРЫ ВИДОВОГО БОГАТСТВА

В 60-е годы прошлого века в качестве меры видового богатства был предложен ряд формализованных индексов:

- $d_1 = \frac{S-1}{\lg N}$ (Margalef, 1958);

- $d_2 = \frac{S}{\sqrt{N}}$ (Menhinick, 1964);

- $d_3 = S / 1000 \text{ особей}$ (Одум, 1975),



Эд Менхайник
Ed Menhinick
(г.р. 1938)

основанных на том, что во многих случаях наблюдается линейная зависимость **S** от **N** или **N^{0,5}**.

Рамон Маргалеф

Ramon Margalef (1919-2004)



Маргалеф Р. Облик биосферы. 1992. С. 143:

«Зависимость между S и N можно выразить следующим образом:

$$S = N^0$$

$$S = N^k$$

$$S = N^1$$

хеомостат

обычная экосистема

музейная экспозиция

Степень k – прекрасный *индекс разнообразия*. Он находится в пределах между 0 и 1. Он может выражать связь с энергией (энергия, проходящая через систему, наибольшая в хеомостате и нулевая в музее). Он не характеризует детали, но может выражать *фрактальную самоорганизацию* внутри системы...».

$$S = N^k \quad \ln S = k \cdot \ln N \quad k = \frac{\ln S}{\ln N}$$

ТЕОРИЯ ФРАКТАЛОВ

«Вспоминая славные имена прошлого, мы не должны забывать о нашем великом современнике, несравненном Бенуа Мандельброте...

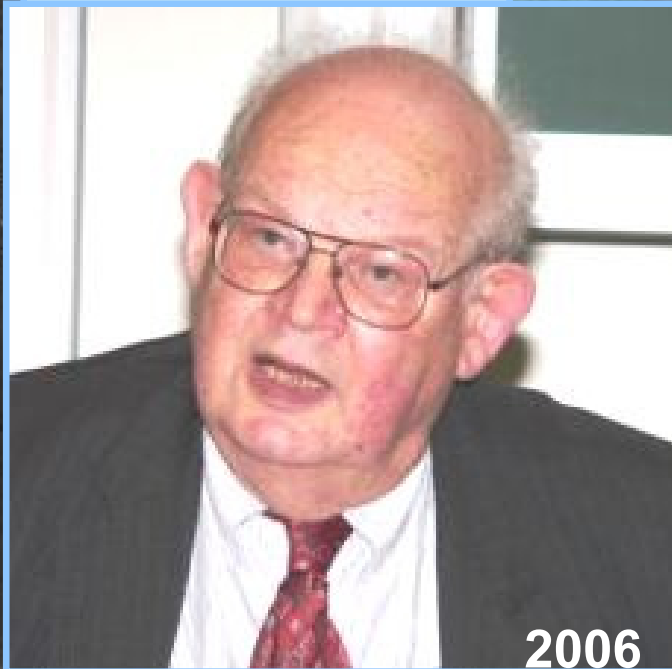
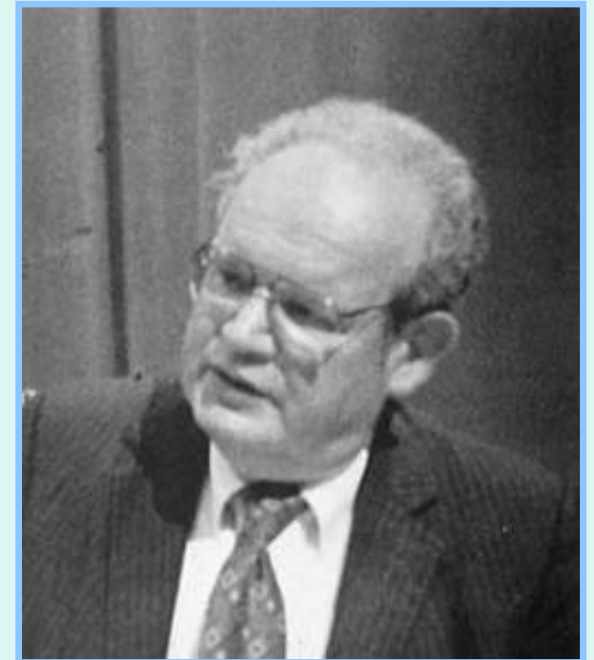
Как выяснилось, все эти годы мы *жили* с фрактальными артериями неподалеку от фрактальных речных систем, собирающих влагу со склонов фрактальных гор под фрактальными облаками и катящих свои воды к фрактальным берегам морей и океанов.

Но как и мольерову мещанину во дворянстве, нам не доставало надлежащей прозы — существительного *фрактал* и прилагательного *фрактальный*, который мы обрели благодаря Бенуа Мандельброту».

Шредер М. 2001. Фракталы, хаос, степенные законы. С. 18-19.

Бенуа Мандельброт Benoit Mandelbrot

(г.р. 1924)



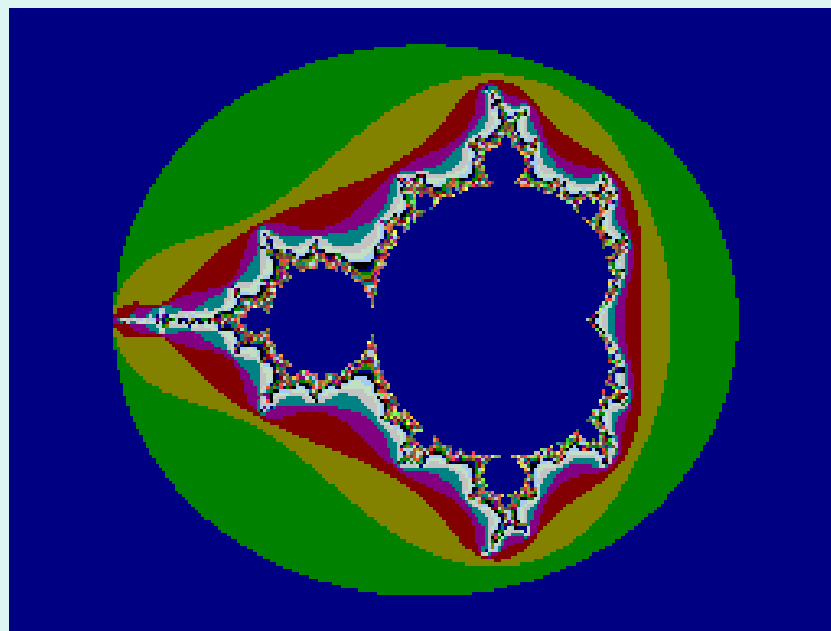
2006



ТЕОРИЯ ФРАКТАЛОВ

«Термин фрактал я образовал от латинского причастия *fractus*. Соответствующий глагол *frangere* переводится как ломать, разламывать, т.е. создавать фрагменты неправильной формы».

Б. Мандельброт, 2002.



Множество Мандельброта, которое последний называет «своей подписью».

ТЕОРИЯ ФРАКТАЛОВ

Диагностические признаки фрактального объекта:

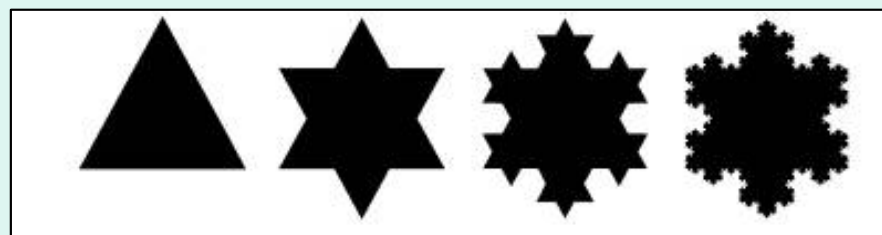
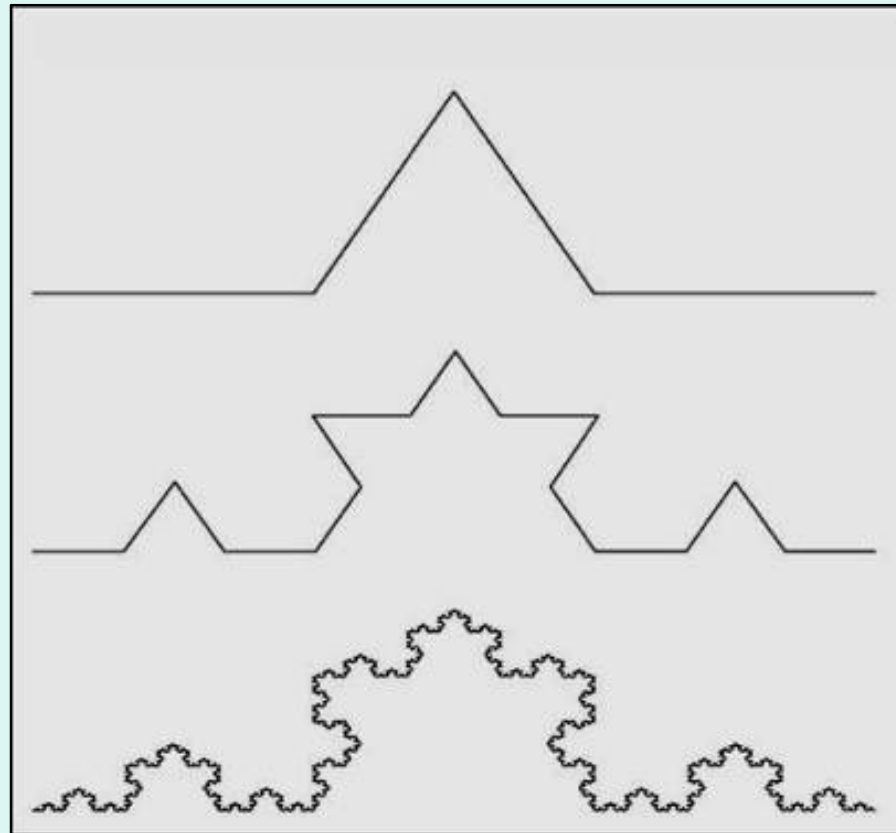
- **Самоподобие** – возможность воспроизвести объект путем увеличения какой-либо его части.
- **Степенная зависимость** числа структурных элементов от масштаба, поскольку математическим выражением самоподобия являются степенные законы:

$$f(x) = cx^{\alpha}.$$

- **Масштабная инвариантность (скейлинг)** – возможность воспроизводить объект при изменении масштабов.
- **Строгое отличие** фрактальной размерности (α), которая может быть как целочисленной, так и дробной, от топологической.

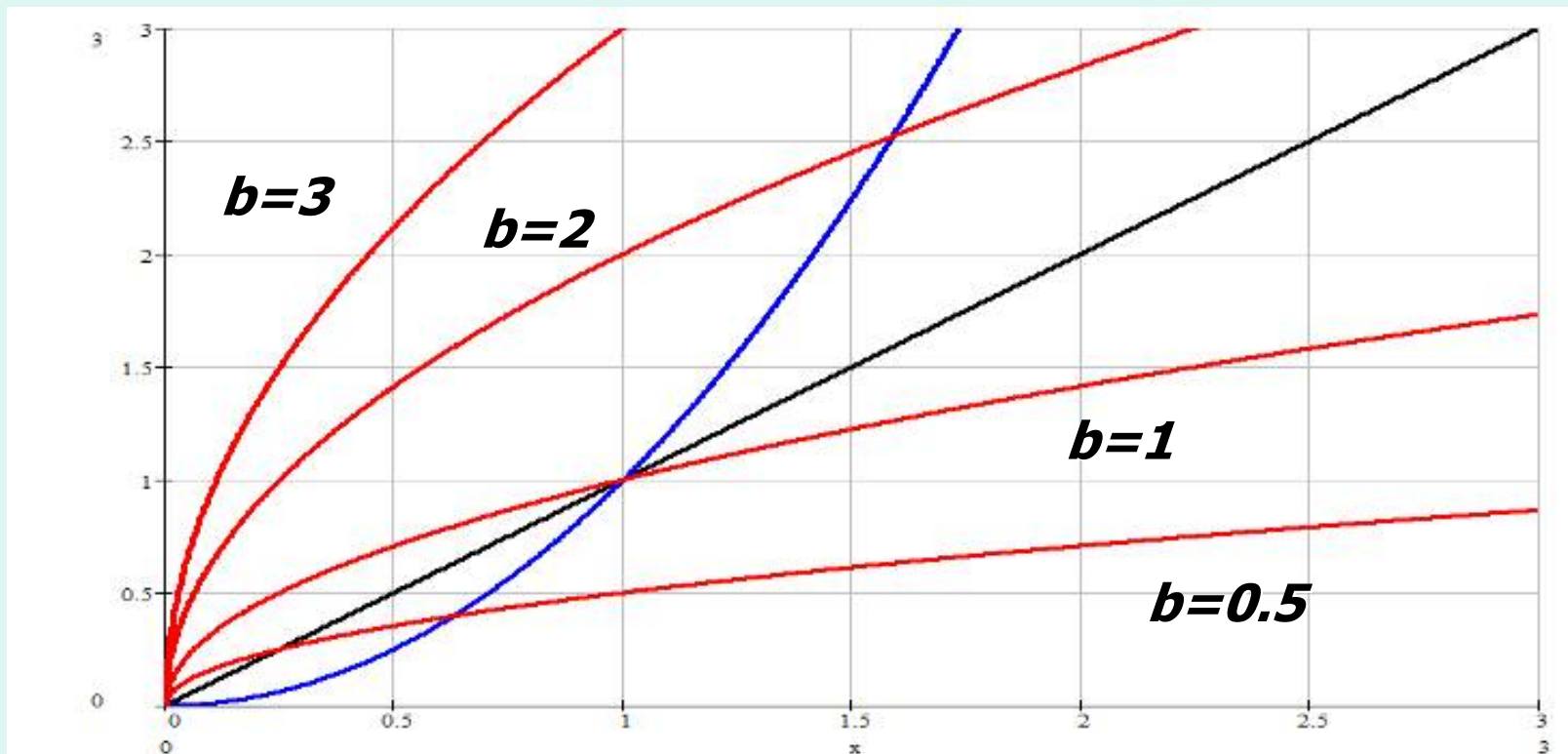
ТЕОРИЯ ФРАКТАЛОВ

КРИВАЯ И СНЕЖИНКА ФОН КОХА



ТЕОРИЯ ФРАКТАЛОВ

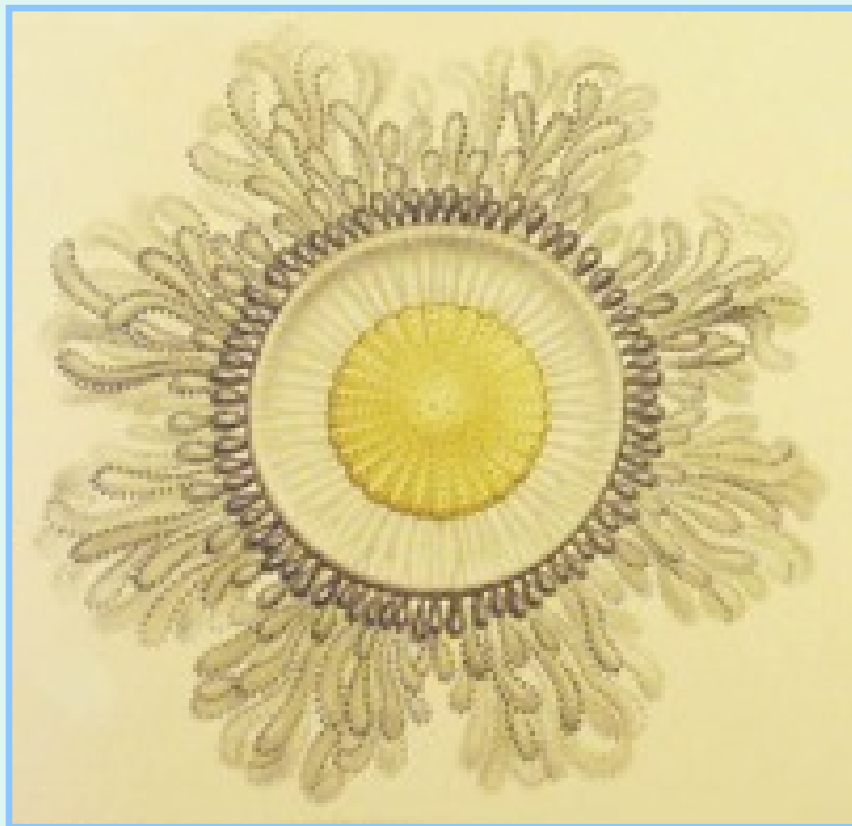
СТЕПЕННАЯ ЗАВИСИМОСТЬ



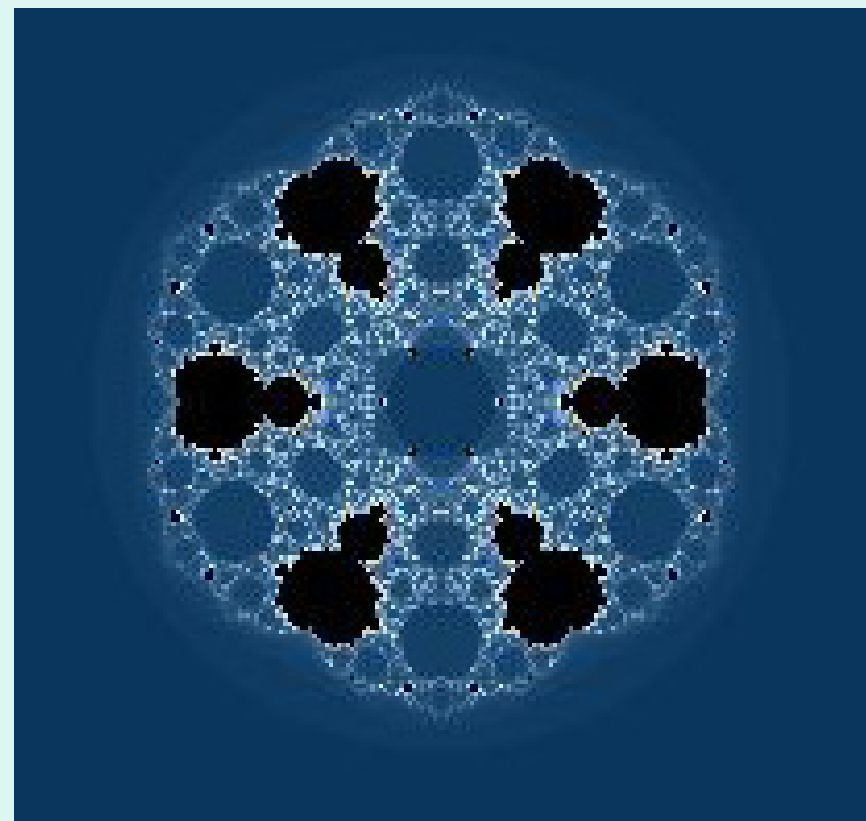
— $n = 1$
— $n > 1$
— $n < 1$

$$y = b \cdot x^n$$

ТЕОРИЯ ФРАКТАЛОВ



Радиолярия
Рисунок Э. Геккеля (1902)



Фрактал
Б. Мандельброта (1975)

ТЕОРИЯ ФРАКТАЛОВ

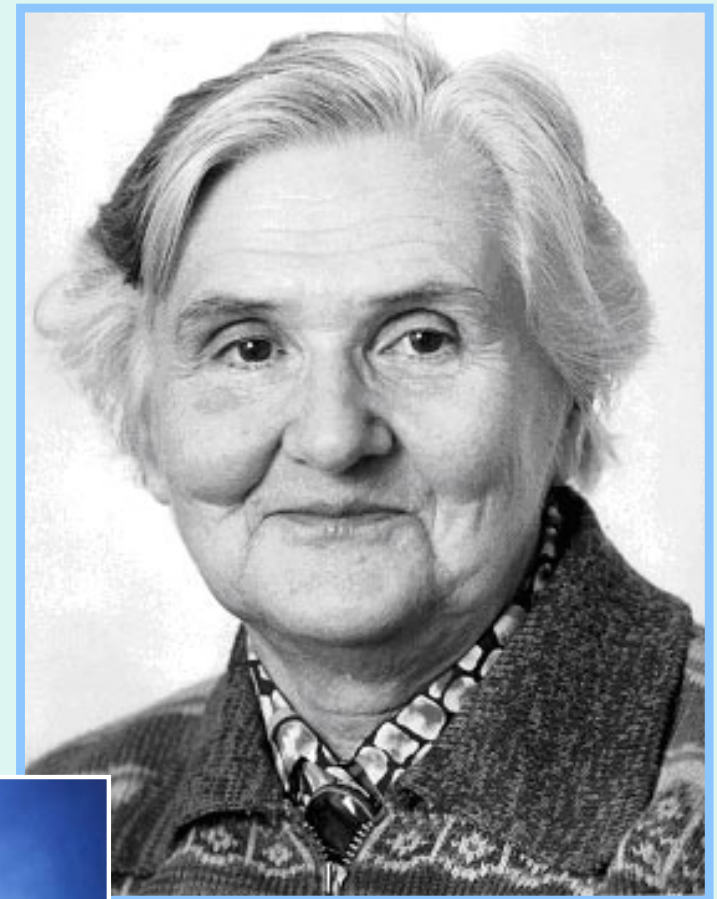


Рисунок Р.Л. Берг подарен
проф. Н.М. Артёмову (ГГУ)
приблизительно в 1940 г.

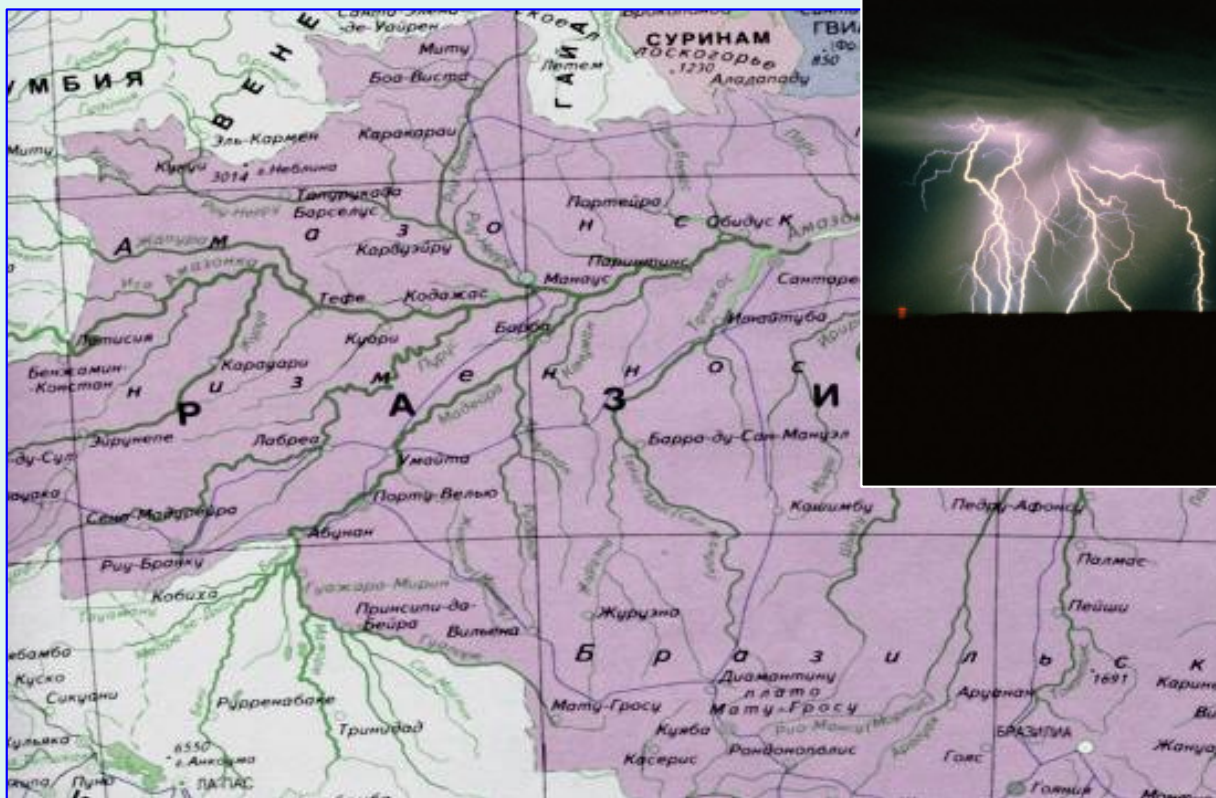


Николай Михайлович Артёмов
(1908-2004)

Раиса Львовна Берг
(1913-2006)

ПАРАДИГМА САМОПОДОБИЯ

Геофизические системы



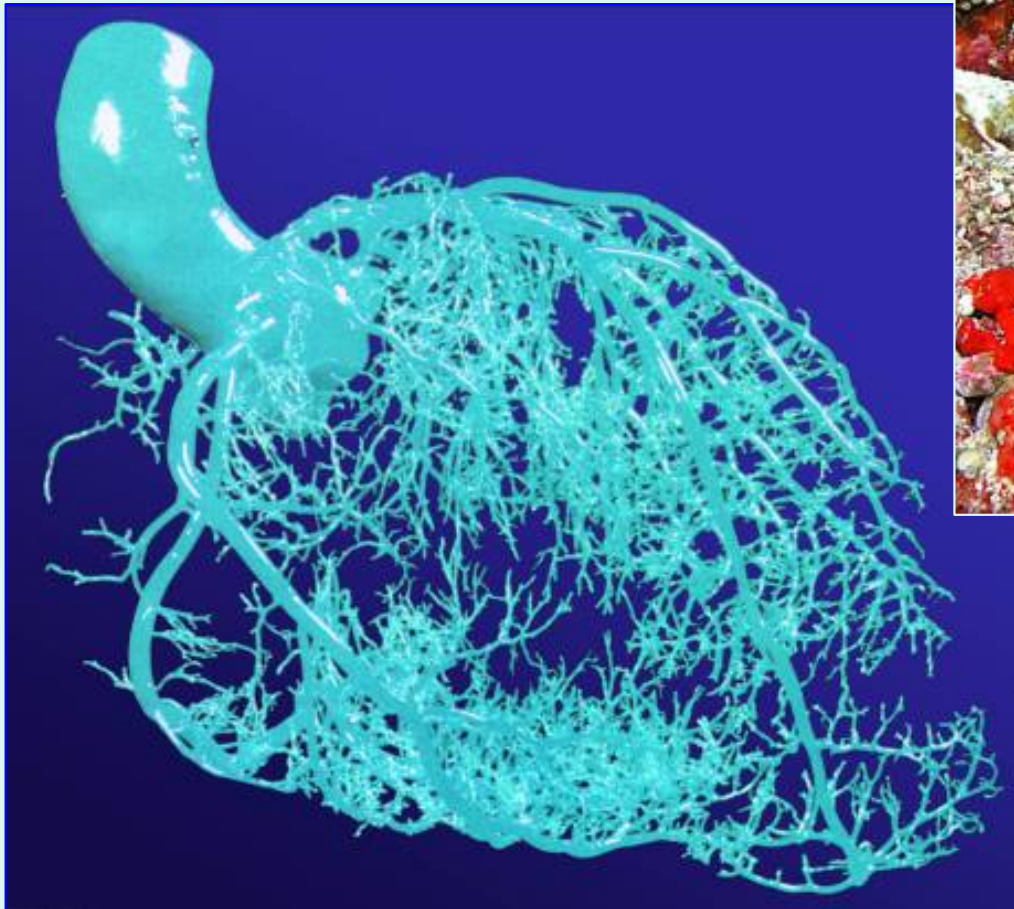
Речная сеть



Молния

ПАРАДИГМА САМОПОДОБИЯ

Биологические системы



Сеть кровеносных сосудов сердца



Кораллы

ПАРАДИГМА САМОПОДОБИЯ

«Художественные» системы



Цветущий плодовый сад
1888 г., музей Ван Гога,
Амстердам

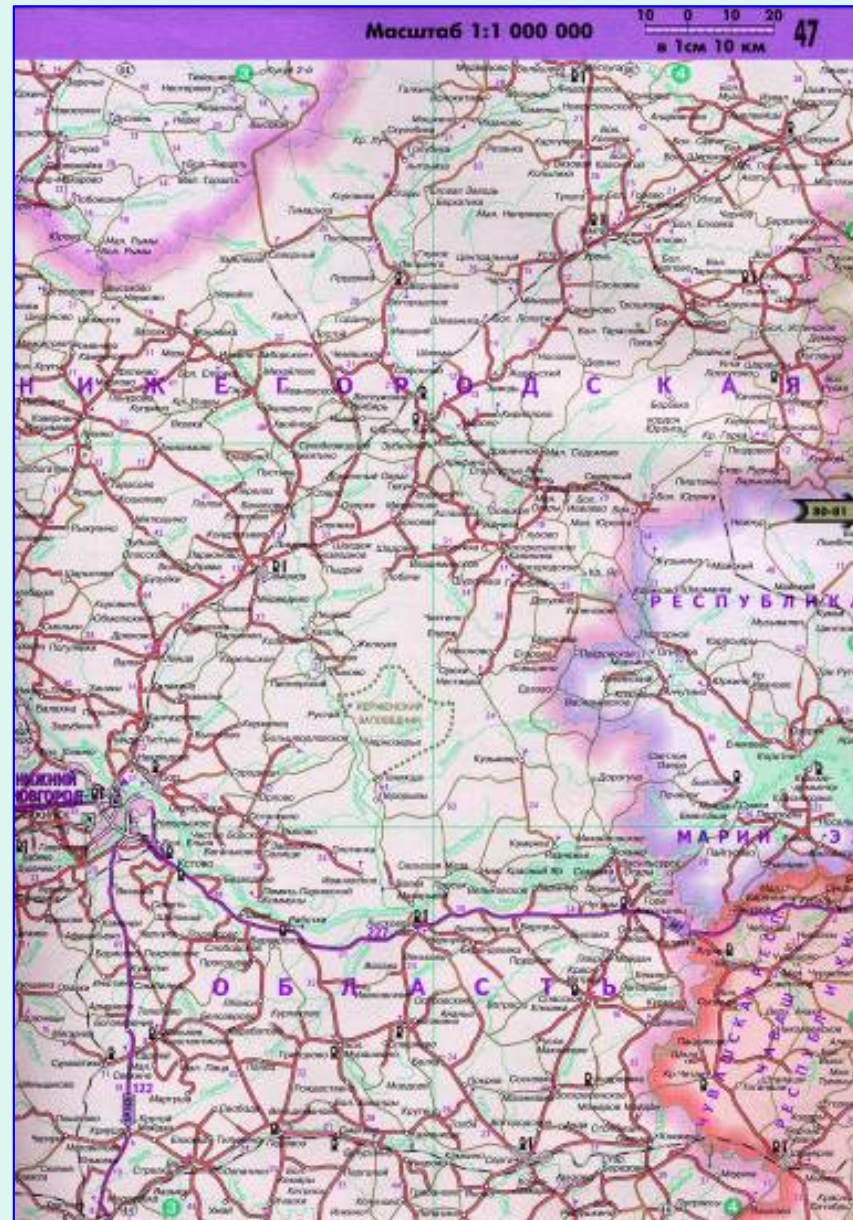
Звездная ночь. Сен Реми
1889, Музей современного
искусства, Нью-Йорк

"Фракталы" Винсента ван Гога
(Vincent Van Gogh; 1853–1890)



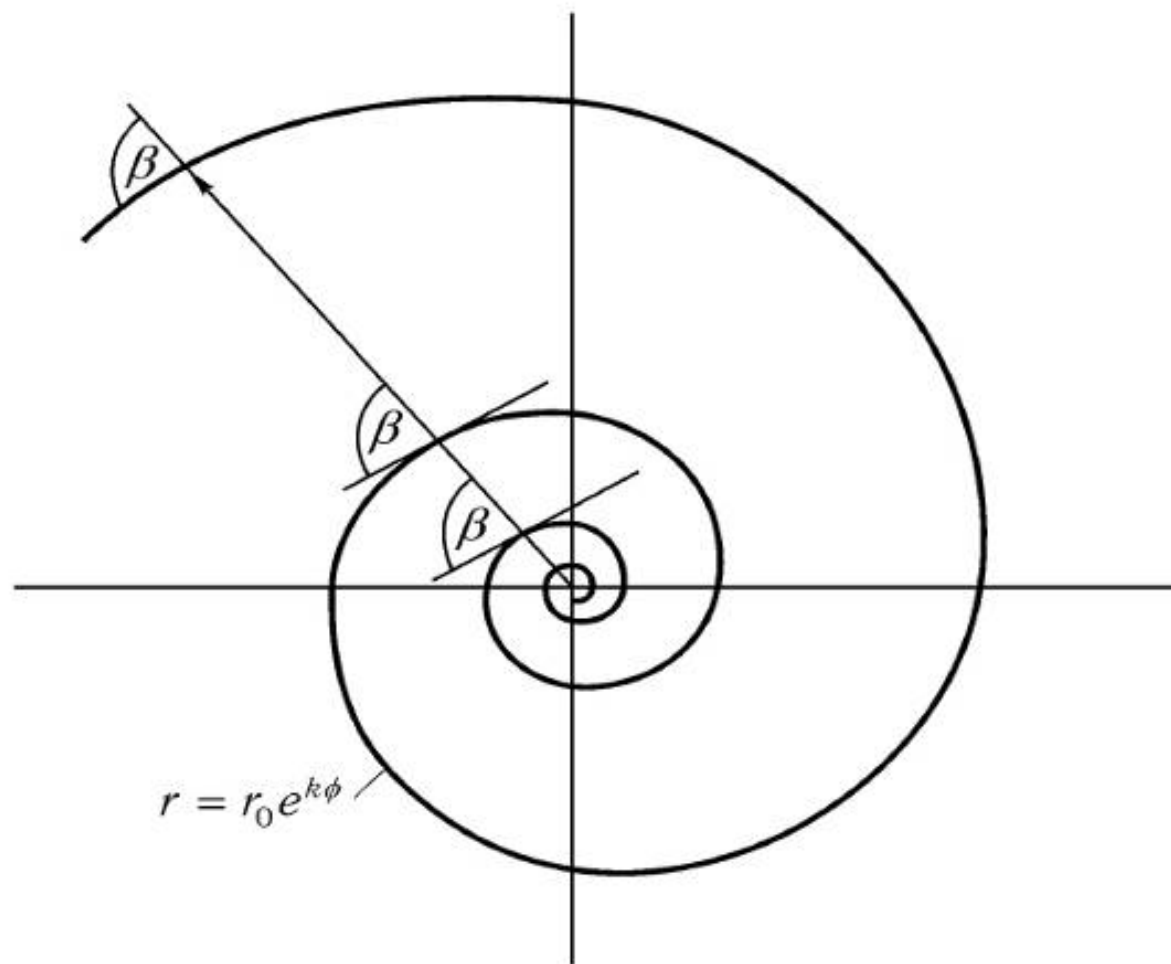
ПАРАДИГМА САМОПОДОБИЯ

Технические системы



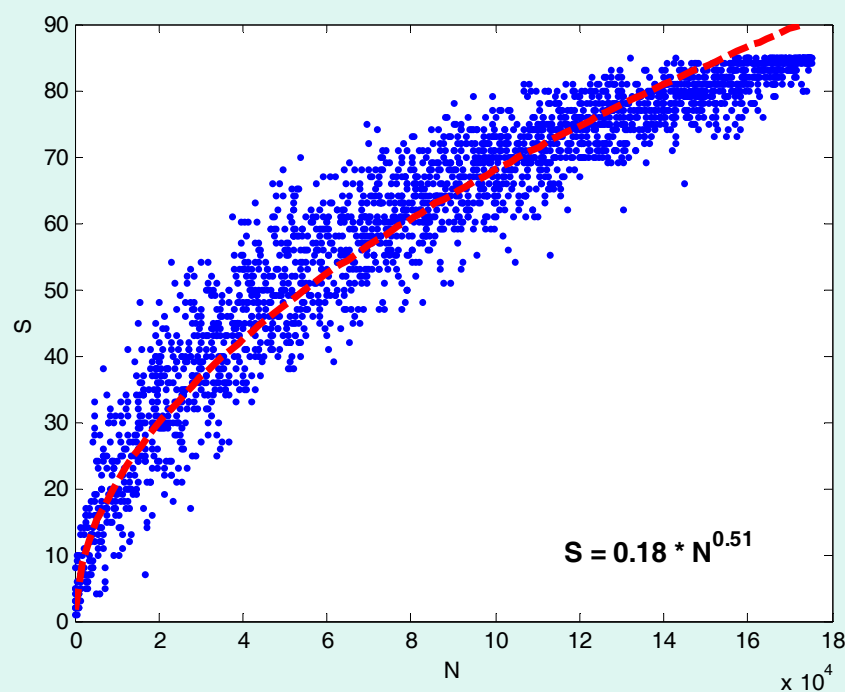
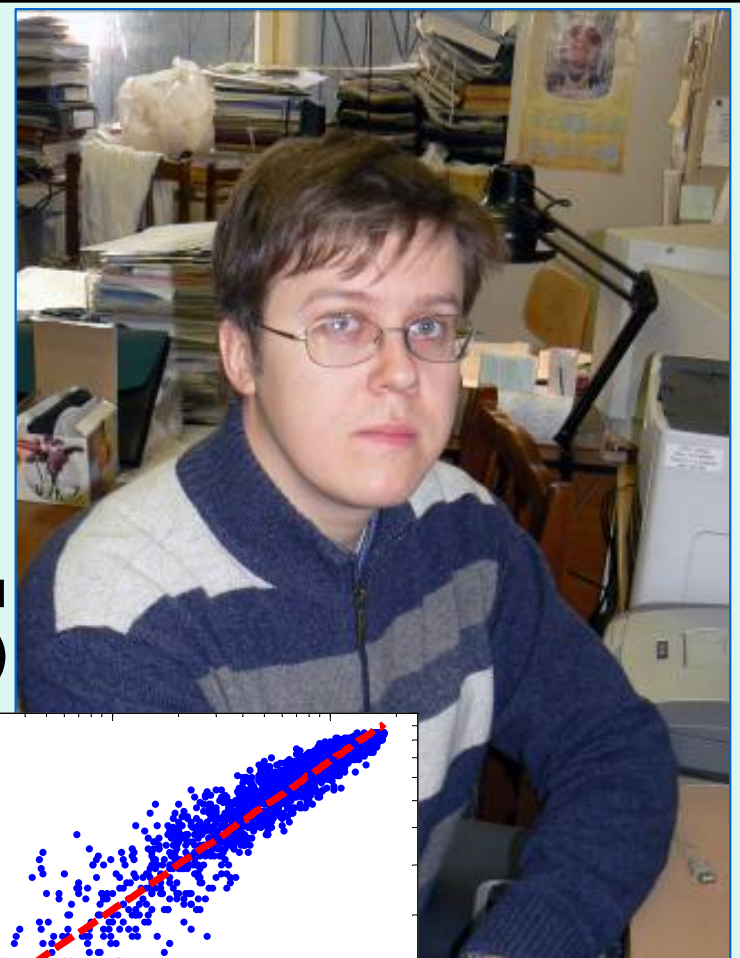
Дорожная сеть

Логарифмическая спираль: гладкая самоподобная кривая

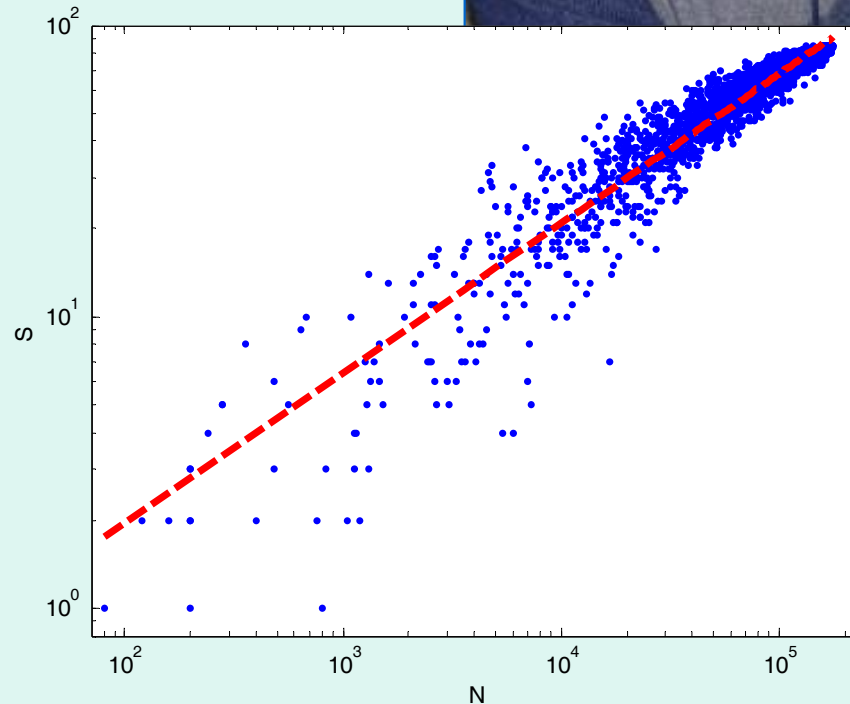


Графики накопления видового богатства сообществ макробиоты городских водоемов (данные Д.А. Пухнаревича)

Дмитрий Анатольевич
Пухнаревич (г.р. 1978)



**натуральные
координаты**

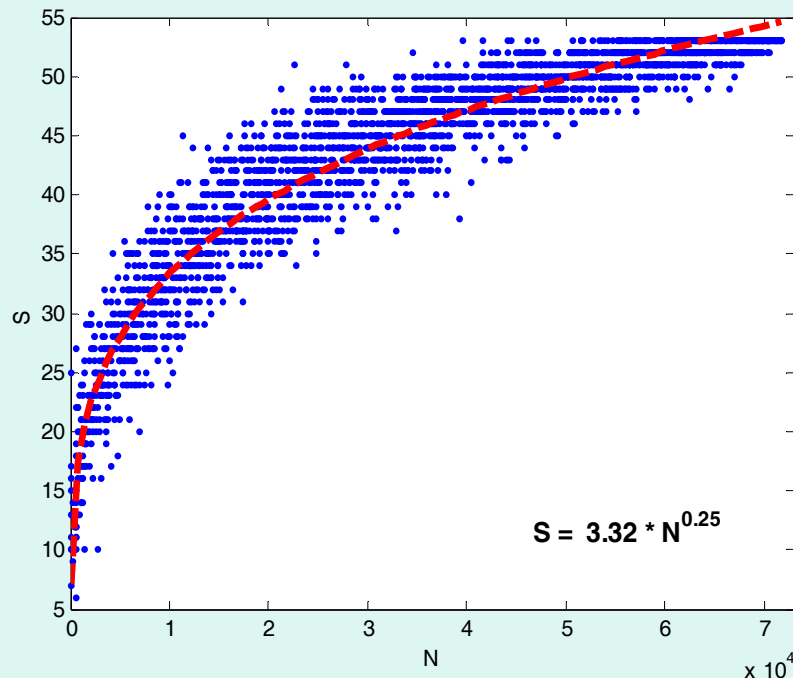


**билогарифмические
координаты**

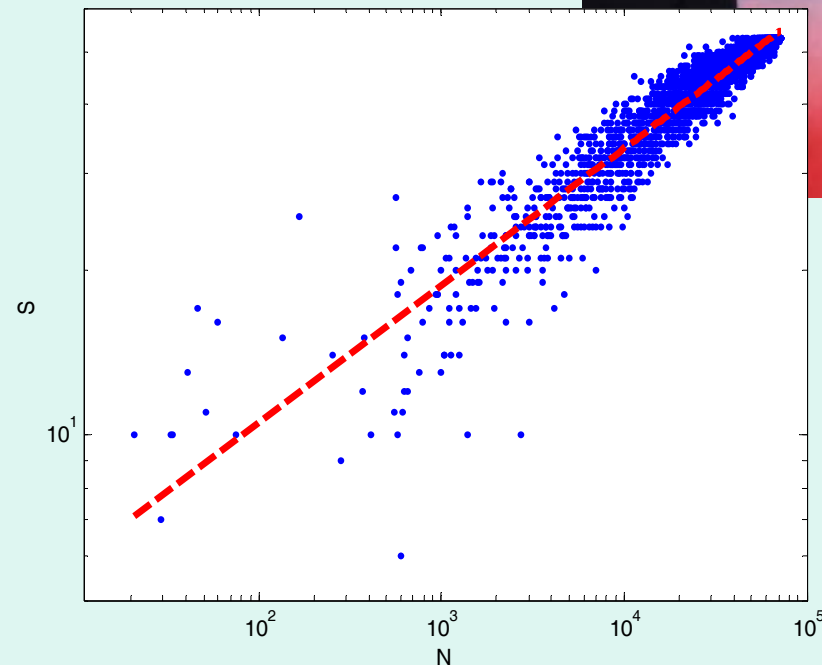
Графики накопления видового богатства зоопланктоценозов Чебоксарского водохранилища (данные Г.В. Шургановой)



Галина
Васильевна
Шурганова
(г.р. 1951)



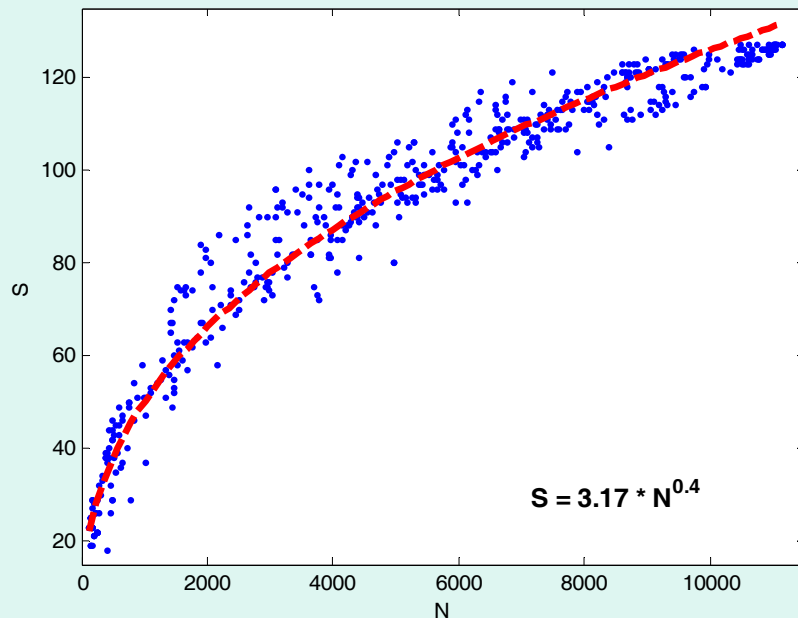
**натуральные
координаты**



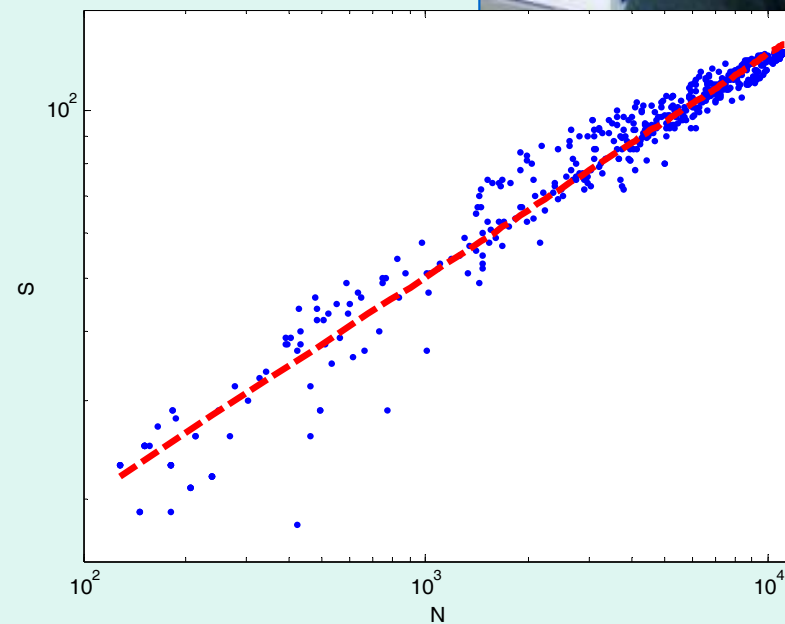
**билогарифмические
координаты**

Графики накопления видового богатства сообщества орибатидных клещей (данные С.Г. Ермилова)

Сергей Геннадьевич
Ермилов (г.р. 1979)

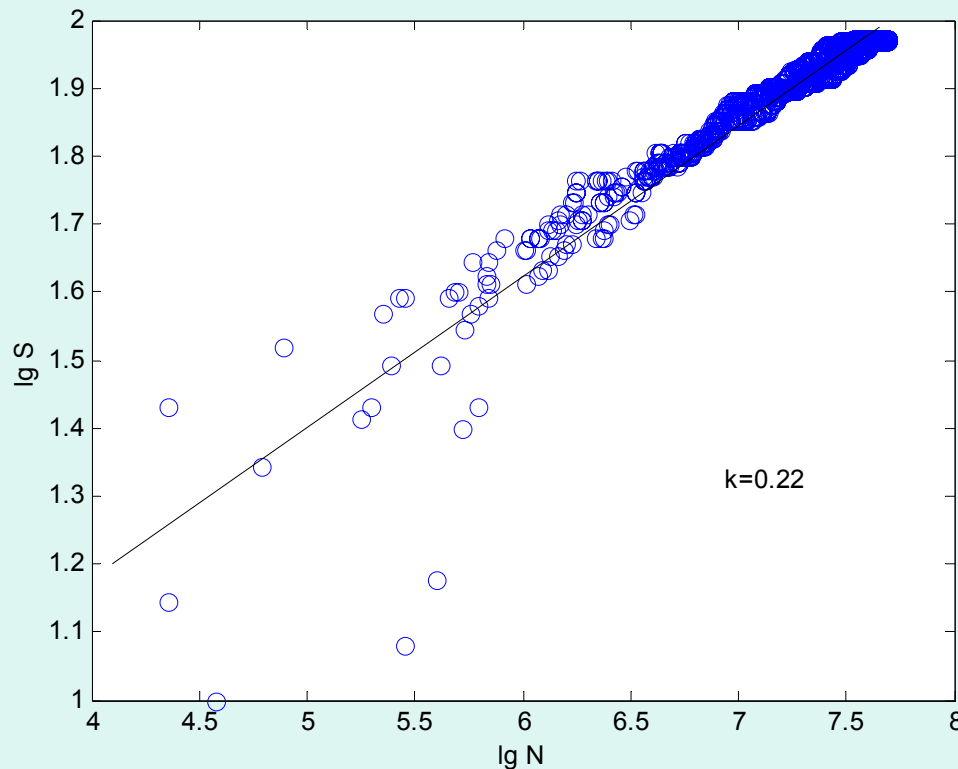


**натуральные
координаты**



**билогарифмические
координаты**

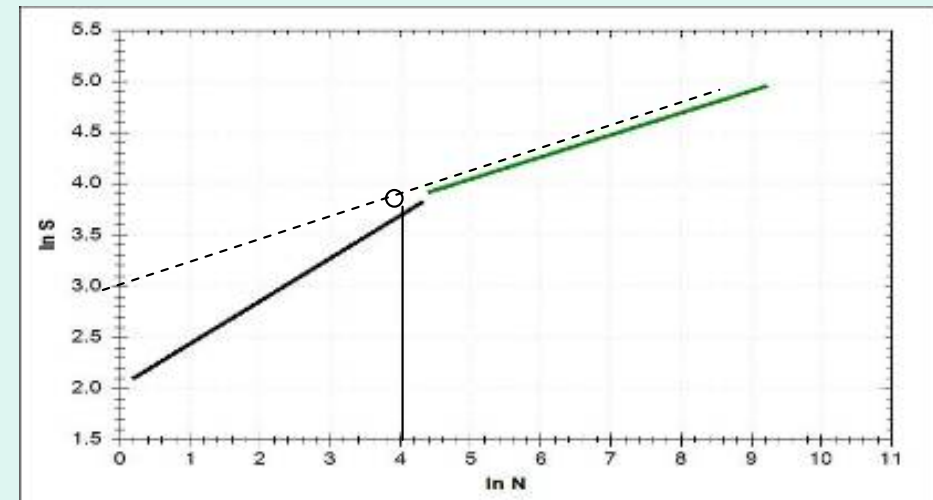
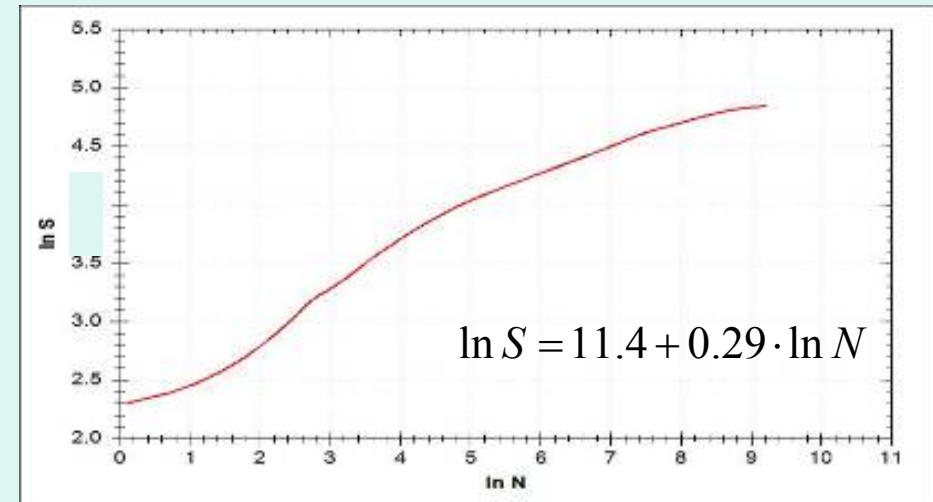
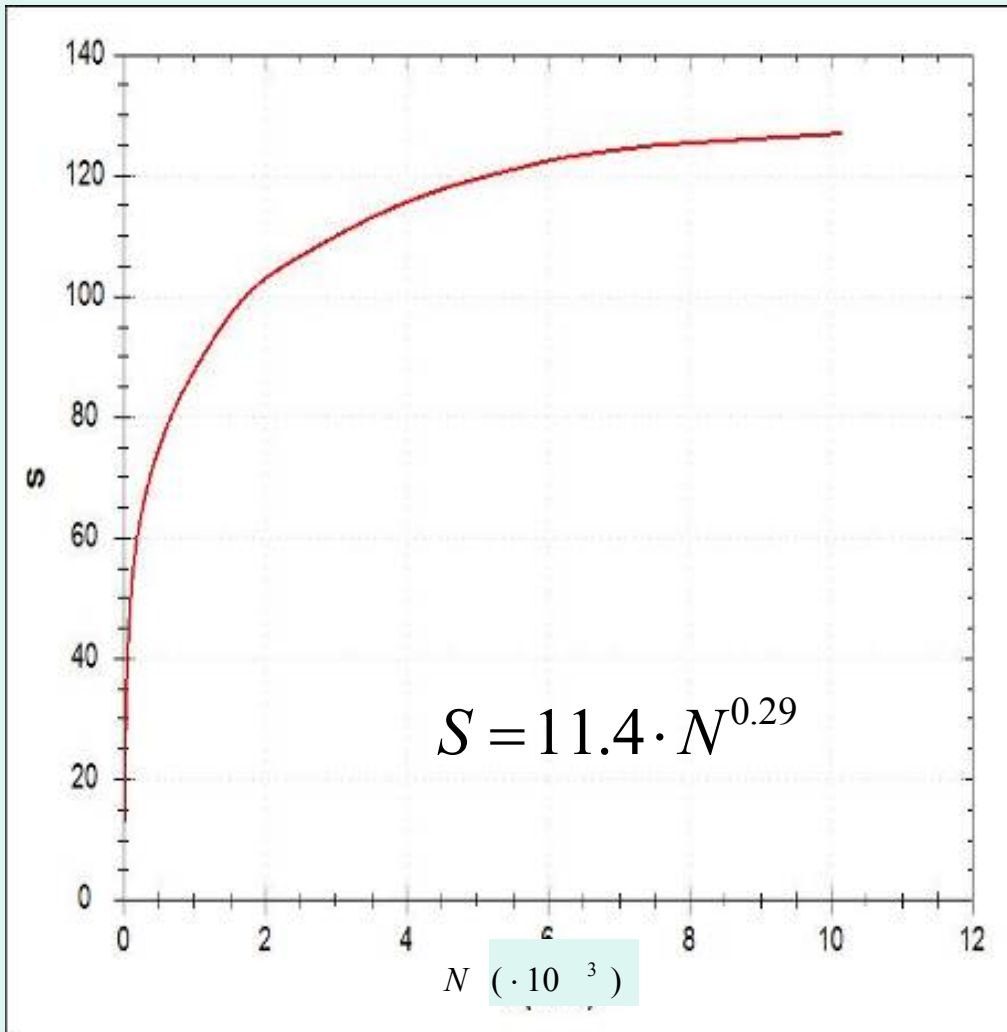
ТЕОРИЯ ФРАКТАЛОВ (МОНОФРАКТАЛЫ)



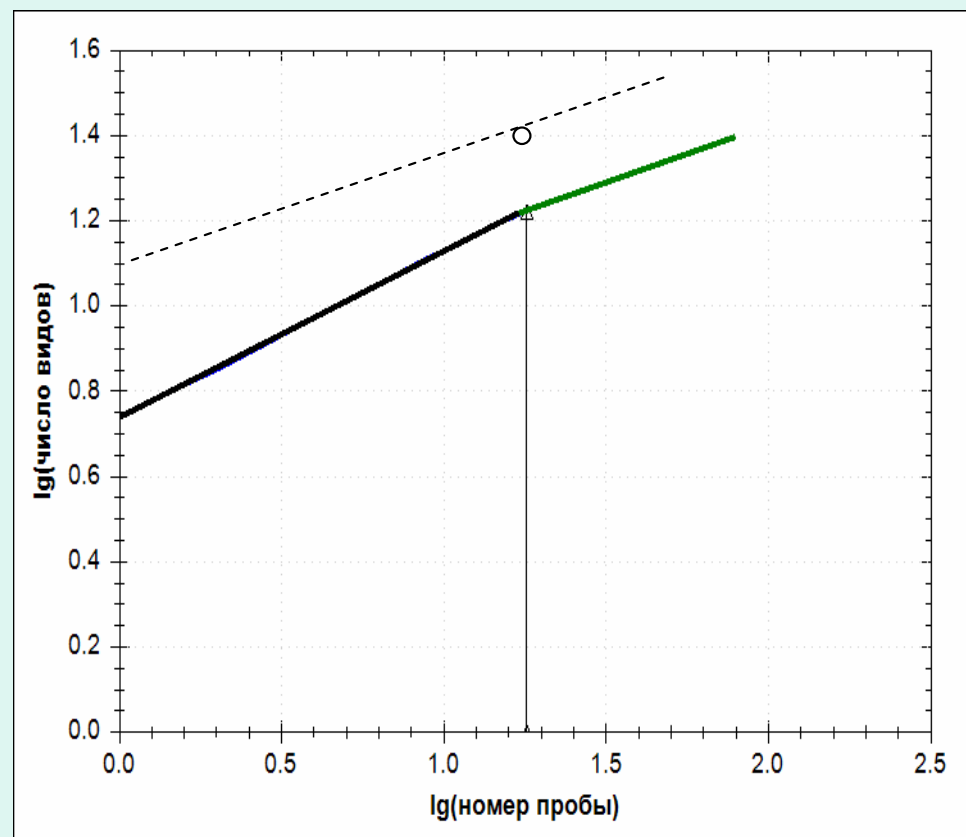
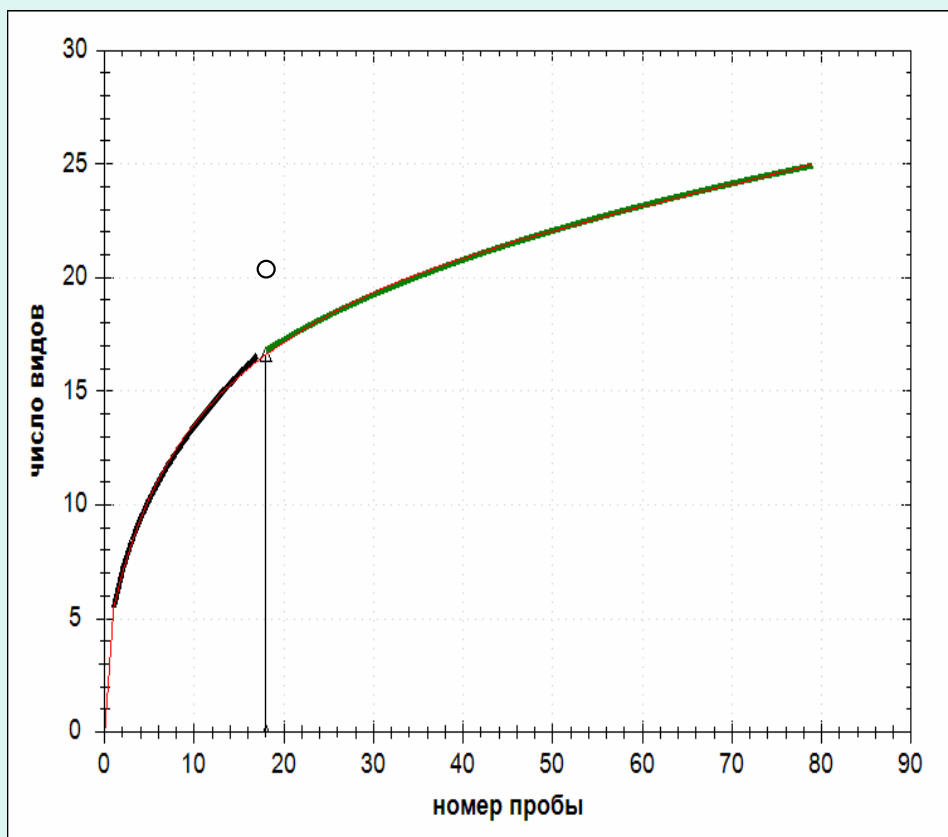
Зависимость видового богатства от
размера выборки в бигарифмическом
масштабе для зоопланктона
Чебоксарского водохранилища
(Гелашвили и др., 2002)

Для реального природного фрактала существует некоторый минимальный масштаб длины $l_{\min}$, такой, что на расстояниях $l \approx l_{\min}$ его основное свойство – **самоподобие** – пропадает. Кроме того, на достаточно больших масштабах длин $l > l_{\max}$, где $l_{\max}$ – характерный геометрический размер объектов, это свойство самоподобия также нарушается. Поэтому свойства природных фракталов рассматриваются лишь на масштабах l , удовлетворяющих соотношению $l_{\min} \ll l \ll l_{\max}$.

Графики накопления видового богатства сообщества орибатидных клещей (данные С.Г. Ермилова)



Зависимость видового богатства энтеробактерий полевой мыши (*Apodemus agrarius*) от числа обследованных грызунов (номер пробы)



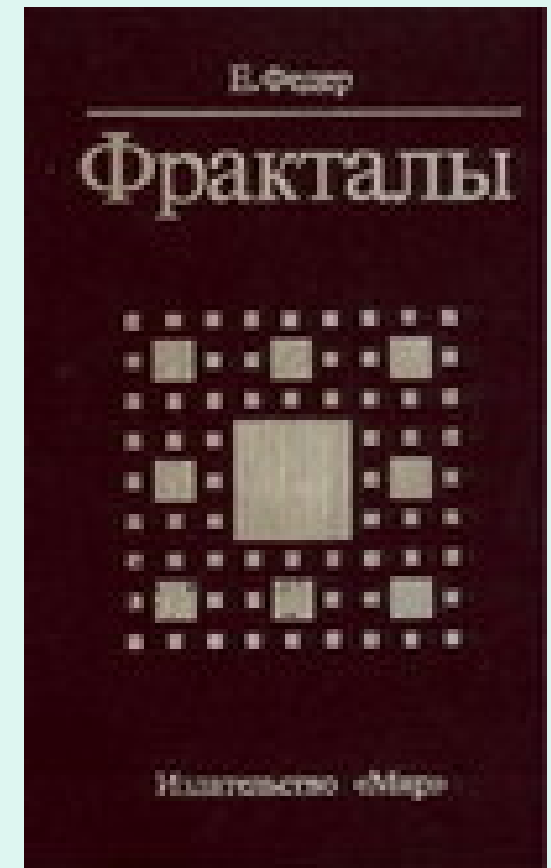
ТЕОРИЯ ФРАКТАЛОВ

(МУЛЬТИФРАКТАЛЫ)

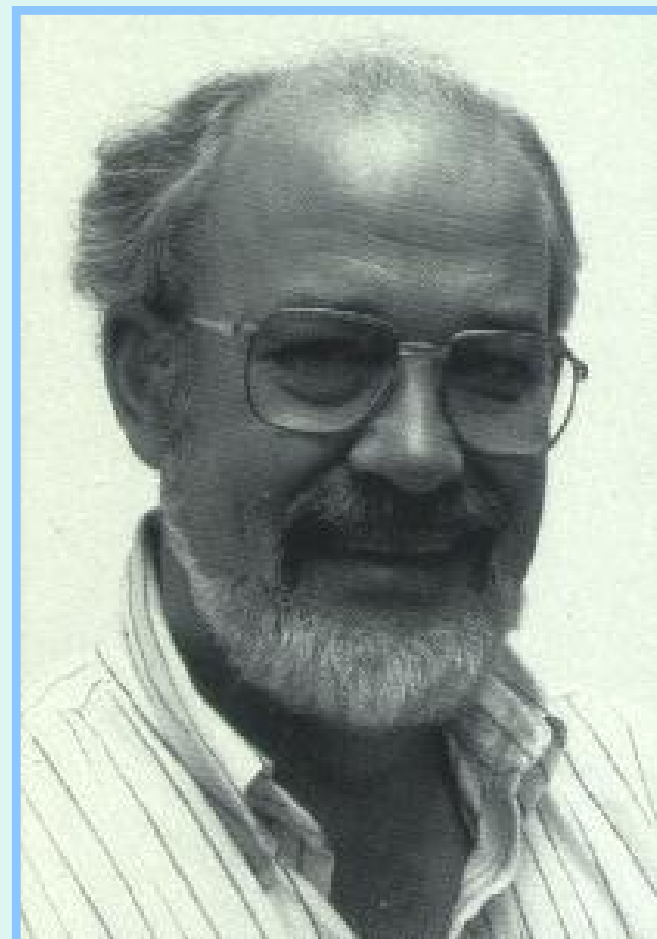
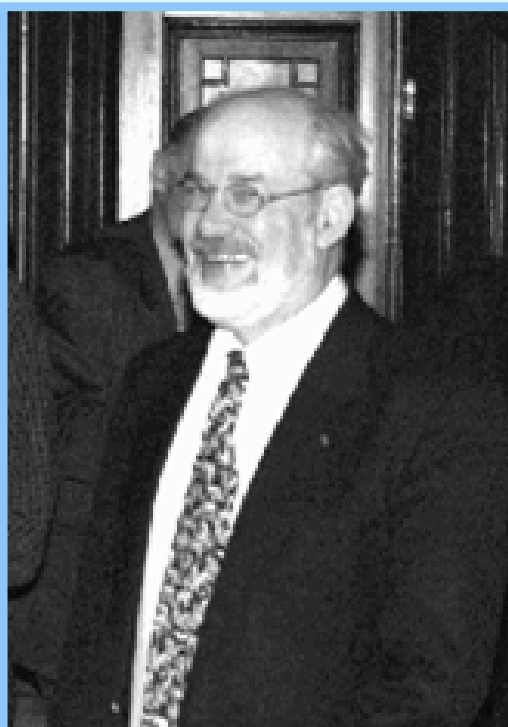
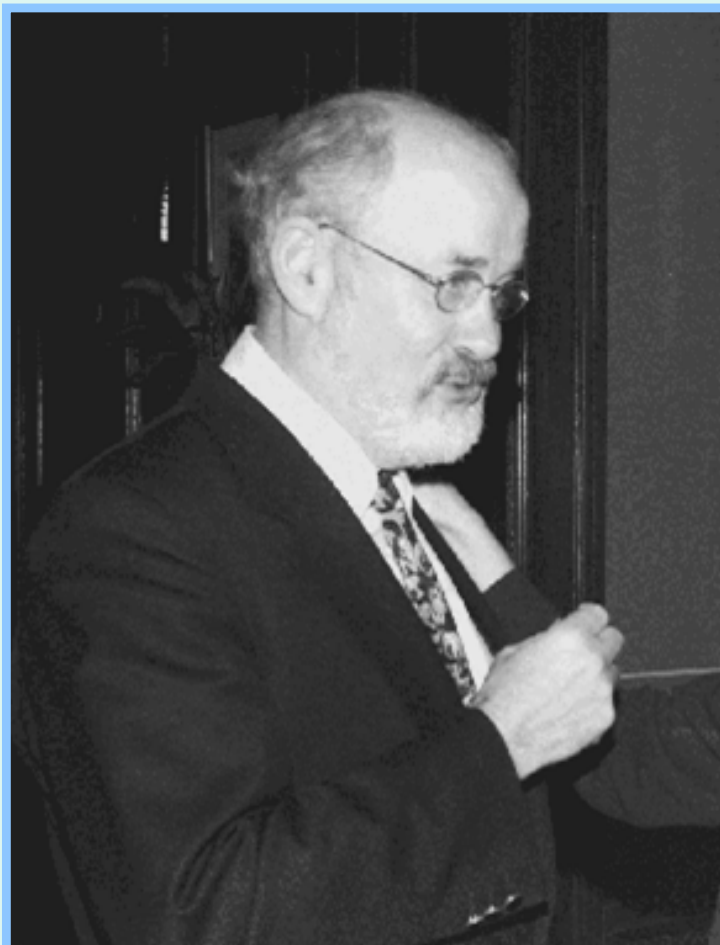
Однако, как и любая фрактальная размерность, индекс $k = \ln S / \ln N$ не дает исчерпывающего количественного представления о видовой структуре биотического сообщества: формула Маргалефа констатирует лишь сам факт наличия вида в выборке, но не содержит, например, сведений о распределении видов по численности или о степени их доминирования.

ТЕОРИЯ ФРАКТАЛОВ (МУЛЬТИФРАКТАЛЫ)

Наиболее общее описание внутреннего устройства самоподобных объектов позволяет дать **теория мультифракталов**, характеризующих бесконечной иерархией размерностей (Федер, 1991).



Енс Федер **Jens Feder (г.р. 1939)**



Feder J. Fractals. – New York: Plenum Pub. Corp., 1988. – 310 p.

Федер Е. Фракталы. – М.: Мир, 1991. – 262 с.

ТЕОРИЯ ФРАКТАЛОВ

(МУЛЬТИФРАКТАЛЫ)

Рассмотрим отличия монофрактального и мультифрактального подходов.

Главной характеристикой фрактального множества является его размерность.

Однако стандартная процедура определения фрактальной размерности не позволяет обнаруживать различия между однородными и неоднородными (мультифрактальными) объектами. Эта процедура нечувствительна к неоднородности распределения точек между ячейками.

ТЕОРИЯ ФРАКТАЛОВ

(МУЛЬТИФРАКТАЛЫ)

Таким образом, использование обычной фрактальной размерности не позволяет отличить однородные объекты от неоднородных.

Для этого вводятся новые характеристики. При этом процедура определения размерности несколько усложняется: для каждой заполненной ячейки подсчитывается число содержащихся в ней точек, которое затем преобразуется в долю, где N – общее число точек. Далее используется полученный набор $\{p_i\}$.

ТЕОРИЯ ФРАКТАЛОВ

(МУЛЬТИФРАКТАЛЫ)

Мультифракталы – неоднородные фрактальные объекты, для полного описания которых, в отличие от регулярных фракталов, недостаточно введения всего лишь одной величины, его фрактальной размерности D , а необходим целый спектр таких размерностей, число которых, вообще говоря, бесконечно.

Причина этого заключается в том, что наряду с чисто геометрическими характеристиками, определяемыми величиной D , такие фракталы обладают и некоторыми статистическими свойствами.

ТЕОРИЯ ФРАКТАЛОВ (МУЛЬТИФРАКТАЛЫ)

Введем моменты распределения особей по видам и выясним характер их асимптотического поведения при увеличении численности N :

$$M_q = \sum_{i=1}^S p_i^q \sim N^{\tau(q)},$$

где $-\infty \leq q \leq +\infty$ – называется **порядком момента**, а показатель $\tau(q)$ характеризует скорость изменения соответствующего момента при увеличении размера выборки.

ТЕОРИЯ ФРАКТАЛОВ (МУЛЬТИФРАКТАЛЫ)

Обобщенной размерностью D_q (**обобщенной размерностью Реньи**) распределения является убывающая функция q , вводимая определением (Федер, 1990):

$$D_q = \lim_{N \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{1-q} \frac{\ln M_q}{\ln N} \right\} = \frac{\tau(q)}{1-q},$$

На практике величины D_q можно оценить, используя несколько различающихся значений N , по более простой формуле:

$$D_q = \frac{1}{1-q} \frac{\ln M_q}{\ln N}.$$



Альфред Реньи
Alfréd Rényi (1921-1970)

ТЕОРИЯ ФРАКТАЛОВ (МУЛЬТИФРАКТАЛЫ)

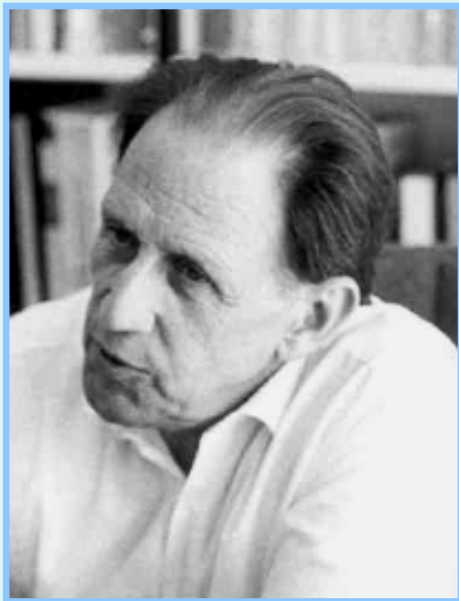
$$D_q = \frac{1}{1-q} \frac{\ln M_q}{\ln N}$$
$$-\infty \leq q \leq +\infty$$

Обобщенная размерность
Реньи

$$q=0 \quad D_0 = \frac{\ln S}{\ln N} = k$$

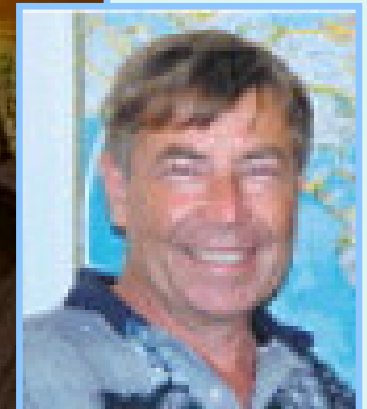
k – индекс Маргалефа

$$q=1/2 \quad D_{1/2} = \frac{\ln \mu}{\ln N} \quad \text{или} \quad \mu = N^{D_{1/2}} \quad \mu \text{ – индекс Животовского}$$



Рамон Маргалеф
Ramon Margalef
(1919-2004)

Лев Анатольевич
Животовский
(г.р. 1942)



ТЕОРИЯ ФРАКТАЛОВ (МУЛЬТИФРАКТАЛЫ)

$$q=1 \quad D_1 = \frac{-\sum_{i=1}^S p_i \ln p_i}{\ln N} = \frac{H}{\ln N}$$

**H – индекс Шеннона –
Уивера**

$$q=2 \quad D_2 = -\frac{\ln \sum_{i=1}^S p_i^2}{\ln N} = -\frac{\ln C}{\ln N}$$

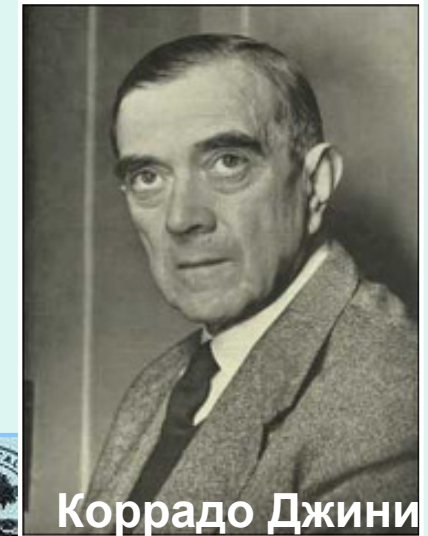
**C – индекс Симпсона –
Джини**



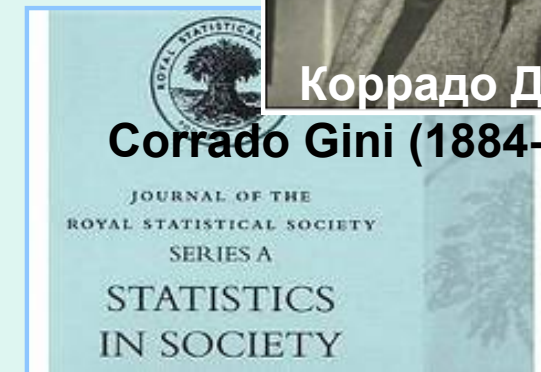
Клод Шеннон
Claude Elwood Shannon (1916-2001)



Уаррен Уивер
Warren Weaver
(1894-1978)



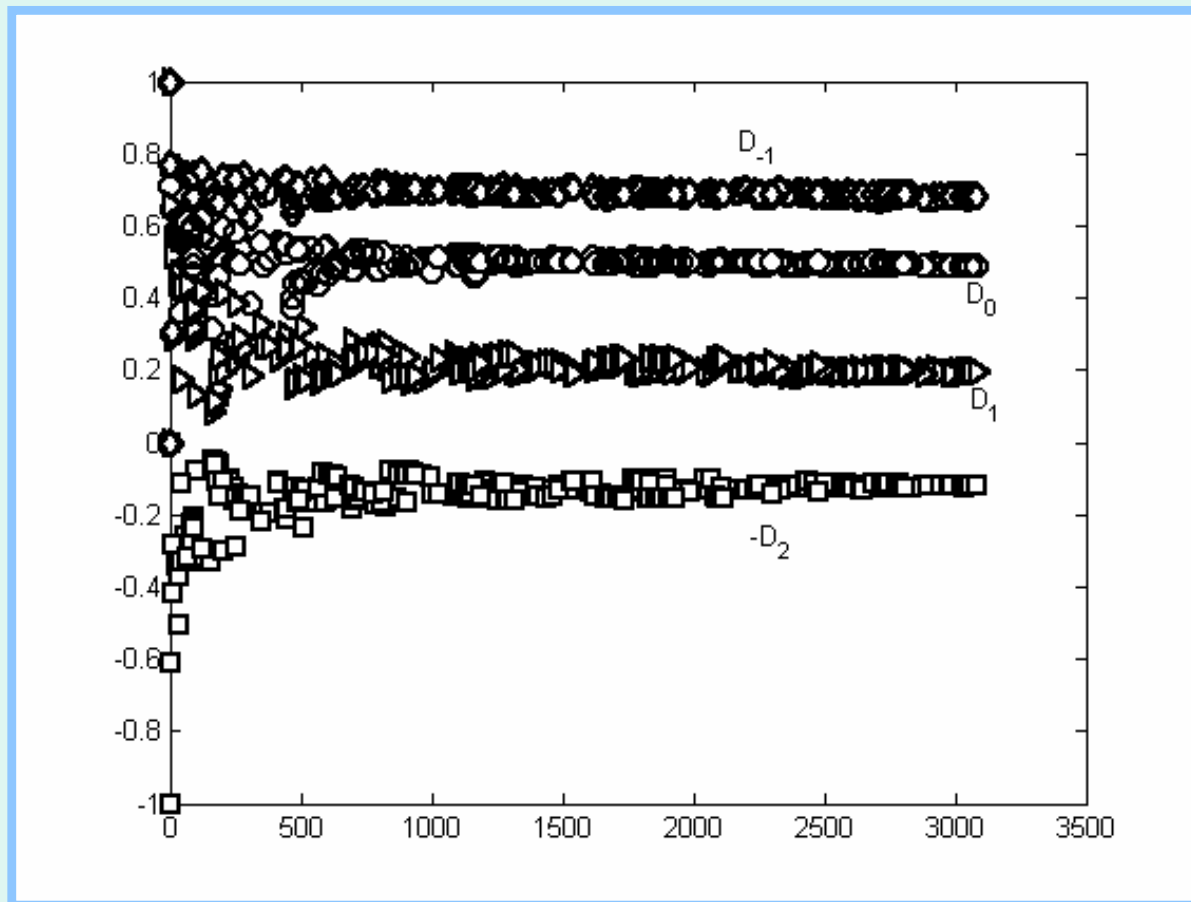
Коррадо Джини
Corrado Gini (1884-1965)



Эдуард Симпсон
Edward Hugh Simpson
(г.р. 1927)

Вычисление значений обобщенных размерностей Реньи по асимптотическому поведению моментов распределения особей макрозообентоса городских озер по видам при увеличении численности N пробных выборок

Обобщенные размерности практически не зависят от численности сообщества и являются своеобразными структурными инвариантами однотипных систем отличающихся друг от друга размерами.



**Моменты порядка: $\diamond - q = -1$; $\circ - q = 0$; $\triangle - q = 1$; $\square - q = 2$.
По оси абсцисс отложена численность выборок N ,
по оси ординат – значения моментов**

ТЕОРИЯ ФРАКТАЛОВ (МУЛЬТИФРАКТАЛЫ)

МУЛЬТИФРАКТАЛЬНЫЙ СПЕКТР КАК ОБОБЩЕННЫЙ ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ ОБРАЗ ВИДОВОЙ СТРУКТУРЫ СООБЩЕСТВА

Предположим, что мы постепенно увеличиваем объем выборки N ; при этом, естественно, увеличиваются и численности отдельных видов n_i .

Как меняются эти численности с ростом выборки N ? Или, как ведут себя компоненты относительной значимости видов $p = \{p_1, \dots, p_s\}$?

Для ответа на эти вопросы удобно ввести **показатель сингулярности** a_i для относительной значимости данного вида p_i — $p_i(N) \sim N^{-a_i}$, показывающий, насколько быстро убывает число представителей конкретного вида при увеличении численности сообщества.

ТЕОРИЯ ФРАКТАЛОВ (МУЛЬТИФРАКТАЛЫ)

Обсуждаемые выше **обобщенные размерности Реньи** не являются, строго говоря, фрактальными размерностями в общепринятом понимании этого слова. Поэтому наряду с ними используется так называемая **функция мультифрактального спектра $f(a)$** .

Перейдем от переменных **q** и **$\tau(q)$** к новым переменным с помощью преобразования Лежандра.

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ЛЕЖАНДРА

$$\begin{cases} a(q) = \frac{d}{dq} \tau(q) \\ f(a(q)) = qa(q) + \tau(q) \end{cases}.$$

Адриен Мари Лежандр
Adrien-Marie Legendre
(1752-1833)



ТЕОРИЯ ФРАКТАЛОВ

(МУЛЬТИФРАКТАЛЫ)

Переменная a («индекс сингулярности») и неотрицательная функция $f(a)$ («спектр сингулярностей») дают представление о мультифрактальности структуры сообщества, полностью эквивалентное представлению через q и $\tau(q)$.

Индекс сингулярности показывает, насколько быстро убывает удельное число представителей данного вида при увеличении суммарной численности N . Чем меньше a_i , тем медленнее это убывание и тем более представительный вид мы имеем. Размерность $f(a)$ показывает, как много видов с данной сингулярностью a_i содержится внутри всего сообщества. Иными словами, $f(a)$ есть **размерность подмножества видов с сингулярностью a** .

ТЕОРИЯ ФРАКТАЛОВ

(МУЛЬТИФРАКТАЛЫ)

Преимущество функции мультифрактального спектра состоит в том, что ее значения представляют собой размерности неких однородных фрактальных подмножеств из исходного множества, которые дают доминирующий вклад в моменты распределения при заданных q . Кроме того, график функции $f(a)$ компактен и не уходит «на бесконечность».

Обратимся теперь к существующим аналогиям между фрактальным анализом геометрических объектов и анализом структуры биологических сообществ.

Подсчет числа составляющих сообщество видов (т.е. определение видового богатства сообщества) аналогичен подсчету занятых ячеек при определении размерности однородного фрактала. Таким образом, **анализ видового богатства сообщества можно сопоставить с монофрактальным подходом к анализу неоднородных объектов.**

ТЕОРИЯ ФРАКТАЛОВ

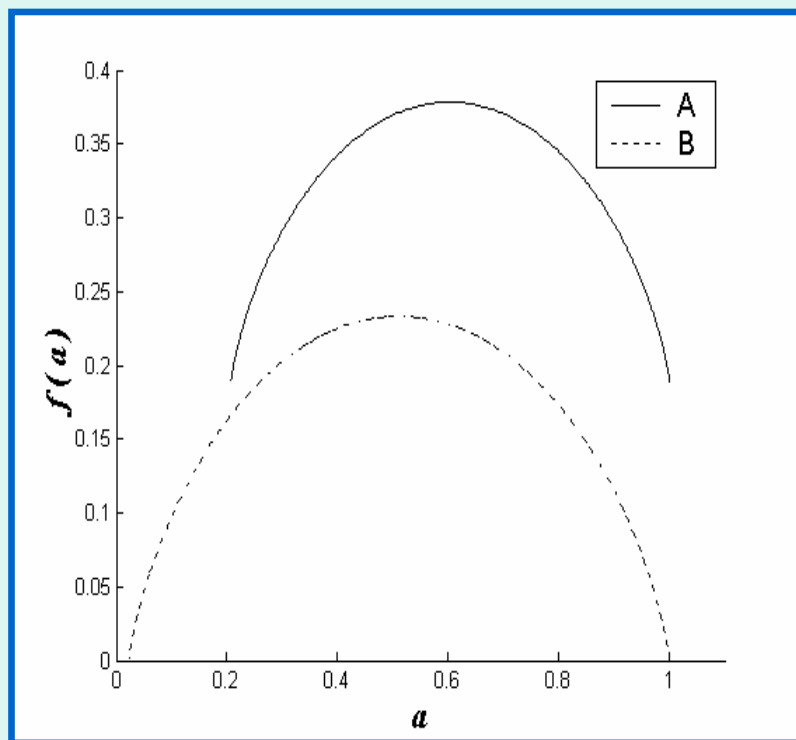
(МУЛЬТИФРАКТАЛЫ)

Как биологическое сообщество, так и геометрический мультифрактал обладают гетерогенностью (в сообществах, например, выделяются доминантные и редкие виды), поэтому при простом подсчете занятых ячеек теряется важная информация.

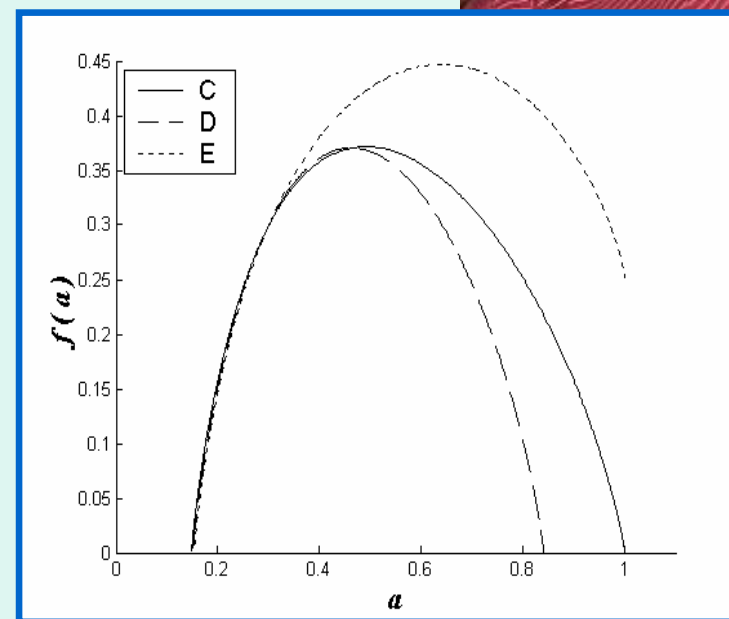
Чтобы этого избежать, **биологи переходят к анализу видового разнообразия сообществ, что аналогично переходу к мультифрактальному анализу.** В обоих случаях это сводится к определению содержимого каждой из ячеек в отдельности. Итогом является описанный выше набор долей $\{p_i\}$. Для сообщества p_i – это доля особей i -го вида. Далее, исходя из этого набора, можно вычислить различные индексы видового разнообразия (Шеннона, Симпсона и др.).

Мультифрактальные спектры для гипотетических сообществ $A - E$ (модель В.Н. Якимова)

Василий Николаевич
Якимов (г.р. 1982)



$A = (100 ; 100; 100; 10; 10; 10; 1; 1; 1),$
 $B = (100; 10; 1)$



$C = (40; 15; 10; 10; 1),$
 $D = (40; 15; 10; 10; 2),$
 $E = (40; 15; 10; 10; 1; 1; 1)$

ТЕОРИЯ ФРАКТАЛОВ (МУЛЬТИФРАКТАЛЫ)

Дадим биологическую интерпретацию различным частям мультифрактального спектра.

При данном подходе сообщество рассматривается как множество, состоящее из отдельных фрактальных подмножеств, которые можно интерпретировать как **совокупности особей, относящихся к видам со сходной представленностью**. Так, например, можно выделить подмножество доминирующих видов, подмножество субдоминантов и т.д. Для таких подмножеств можно вычислить фрактальную размерность, которая и будет характеризовать **видовое разнообразие**. Именно такой смысл имеет **ордината** точек на графике мультифрактального спектра.

ТЕОРИЯ ФРАКТАЛОВ

(МУЛЬТИФРАКТАЛЫ)

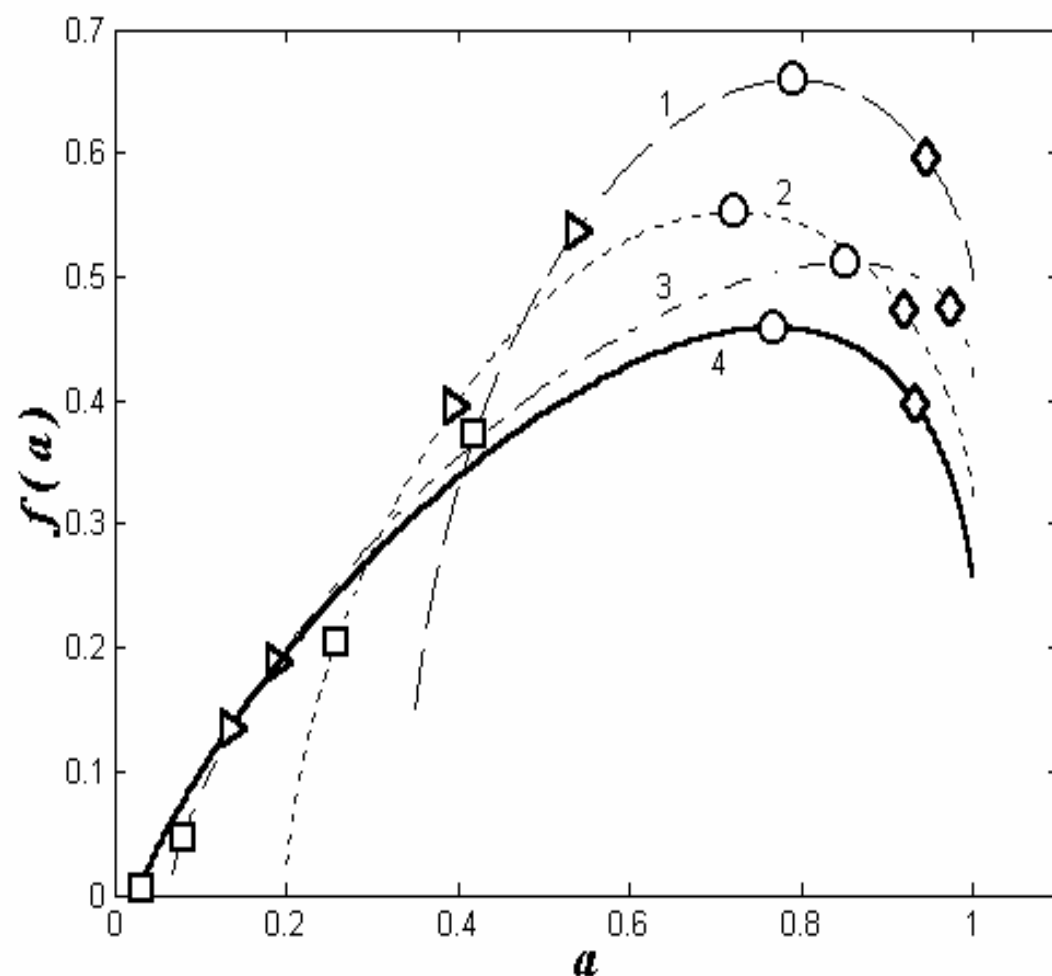
Абсцисса характеризует представленность (долю) видов того или иного подмножества. Ее также можно интерпретировать как **скорость убывания доли вида** (типичного представителя данного подмножества) при росте объема выборки.

Наличие на графике спектра точек, лежащих по оси «а» близко к **нулю**, означает присутствие в сообществе **сильных доминантов** (чем меньше абсцисса точек, тем сильнее доминирование);

наличие же точек, лежащих близко к **единице**, означает присутствие в сообществе **редких видов**.

Таким образом, **ширину спектра** можно интерпретировать как показатель **выравненности видов** в сообществе: **чем шире спектр, тем меньше выравниенность, и наоборот**. Крайним вариантом выравниенности является равнопредставленность видов; при этом весь спектр схлопывается в единственную точку.

Сезонная динамика мультифрактальных спектров видовой структуры сообщества макрозообентоса городских озер



По оси абсцисс:

a – индекс сингулярности;

по оси ординат:

$f(a)$ – спектр сингулярностей.

Номера графиков

отвечают взятию проб:

1 – в мае, 2 – июне, 3 – июле,
4 – августе.

Условные обозначения
фрактальных размер-
ностей соответствуют:

$\diamond$ – представленности редких
видов;

$\circ$ – видовому разнообразию по
Маргалефу (k);

$\triangle$ – видовому разнообразию
по Шеннону (H);

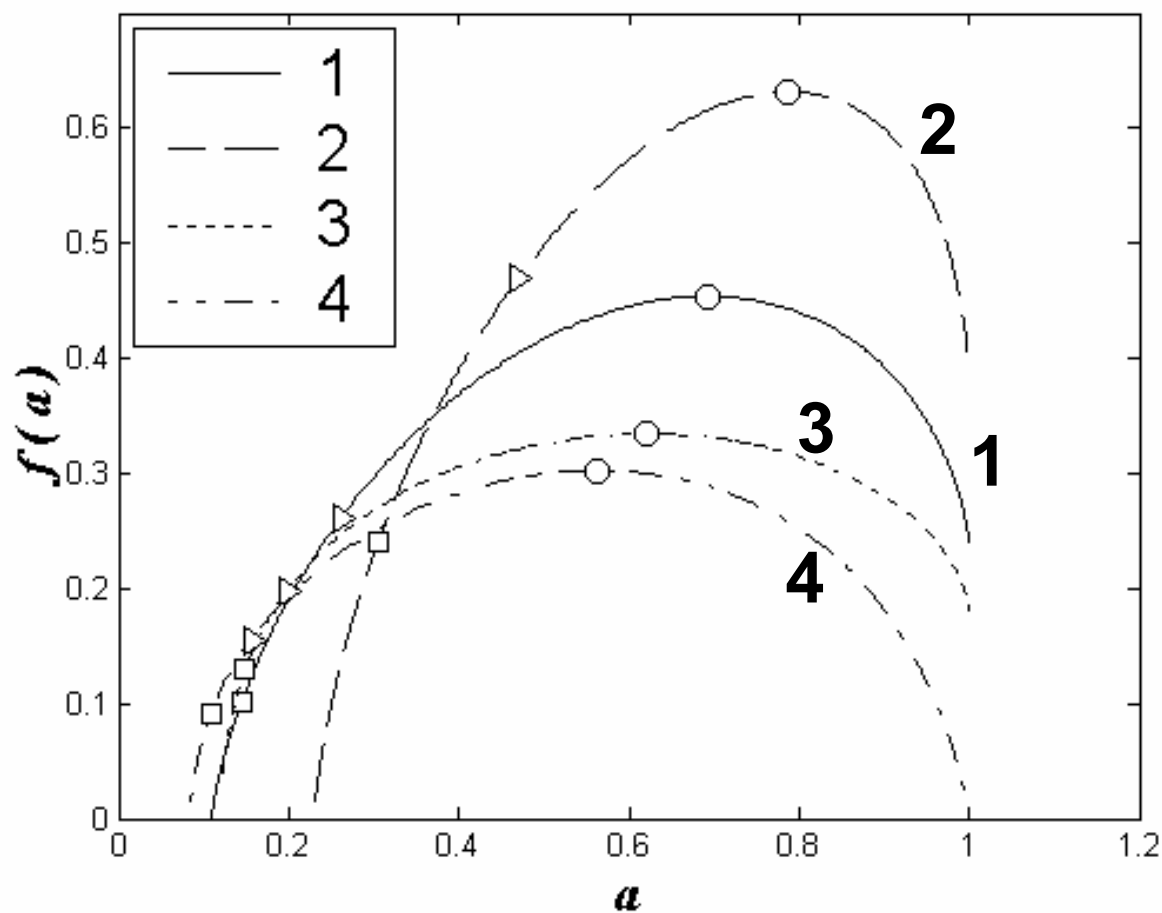
$\square$ – видовому разнообразию
по Симпсону.

НИЖНИЙ НОВГОРОД

Стрелка – слияние рек Оки и Волги



Пространственная динамика мультифрактальных спектров видовой структуры зоопланктоценозов Чебоксарского водохранилища для июля 2002 г.



- 1– Нижний Новгород, левобережье (Волга),
- 2 – Нижний Новгород, правобережье (Ока),
- 3 – Чебоксары, левобережье,
- 4 – Чебоксары, правобережье.

ФРАКТАЛЬНАЯ СТРУКТУРА СООБЩЕСТВА

ИТАК,

именно **степенной закон**, не предполагающий насыщения функции, учитывает вклад редких видов (или видов с «единичной численностью»), не противоречит **«правилу экологической неадаптивности» Левича** и, наконец, дает возможность применить фрактальный формализм для характеристики видовой структуры сообщества.

Александр Петрович
Левич (г.р. 1945)



ФРАКТАЛЬНАЯ СТРУКТУРА СООБЩЕСТВА

Фрактальная, или самоподобная природа сообщества **отражает его структурную гетерогенность**, обусловленную разной представленностью, входящих в его состав видов.

Структурно-функциональная перестройка сообщества **сопровождается изменением его мультифрактальной структуры**, которая разрушается при равнопредставленности видов.

Фрактальная структура сообщества сохраняется при характерных масштабах численности (N), входящих в его состав видов, таких, что при $N \approx N_{min}$ его основное свойство – **самоподобие** – нарушается.

ФРАКТАЛЬНАЯ СТРУКТУРА СООБЩЕСТВА

Мультифрактальный спектр является **обобщенным геометрическим образом** видовой структуры сообщества.

График мультифрактального спектра (спектра сингулярности) есть **геометрическое место точек, соответствующих бесконечному набору фрактальных размерностей**, включающих в качестве нормированных эквивалентов показатели видовой структуры сообщества, представляющих собой меры в пространстве относительных частот численностей.

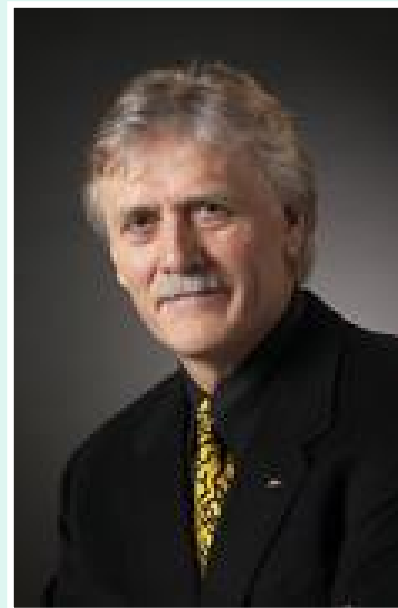
«**Фракталы вокруг нас повсюду**, и в очертаниях гор, и в извилистой линии морского берега. Некоторые из фракталов непрерывно меняются, подобно движущимся облакам или **мерцающему пламени**, в то время как другие, подобно деревьям или нашим сосудистым системам, сохраняют структуру, приобретенную в процессе эволюции».

**Х.-О. Пайген, П.Х. Рихтер. 1993.
"Красота фракталов".**

«...живой организм (*и экосистема. – Ремарка наша*) не обладает постоянством материала – форма его подобна **форме пламени**, образованного потоком быстро несущихся раскаленных частиц; частицы сменяются, форма остается».

В.Н. Беклемишев. 1964.

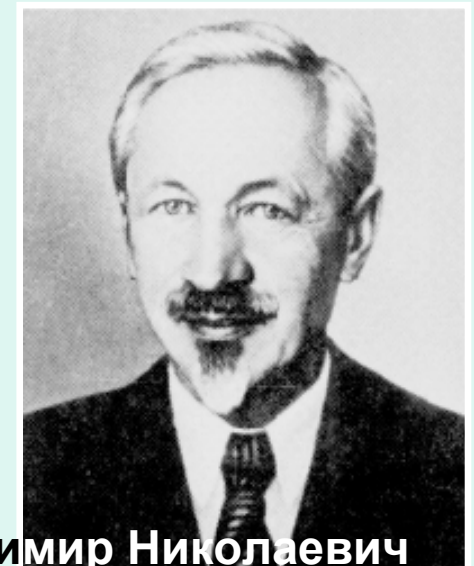
Иными словами, подобно мольеровскому Журдену, экологи давно говорят прозой (о фракталах), не догадываясь об этом...



**Heinz-Otto
Peitgen**



Peter H. Richter



**Владимир Николаевич
Беклемишев (1890-1962)**

И ВСЕ-ТАКИ,
СООБЩЕСТВО

ИМЕЕТ
ФРАКТАЛЬНУЮ
СТРУКТУРУ !!!



Дмитрий Игоревич
Иудин (г.р. 1964)

Давид Бежанович
Гелашвили (г.р. 1946)



Благодарю за внимание ...