

Минобрнауки России  
Федеральное государственное бюджетное  
учреждение науки  
Федеральный исследовательский центр  
«Карельский научный центр  
Российской академии наук»  
(КарНЦ РАН)

**УТВЕРЖДАЮ**

Генеральный директор КарНЦ РАН  
член-корр. РАН

О.Н. Бахмет

« 01 » августа 20 22 г.



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ  
«ДИСКРЕТНОЕ И ДИНАМИЧЕСКОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ»**

**НАУЧНАЯ СПЕЦИАЛЬНОСТЬ  
1.2.2. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ,  
ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ И КОМПЛЕКСЫ ПРОГРАММ**

г. Петрозаводск  
2022

Разработчик: Реттеева Анна Николаевна, ведущий научный сотрудник ИПМИ КарНЦ  
РАН, доктор физико-математических наук, доцент

## 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения программы аспирантуры

Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины:

Формулировка компетенции	Планируемые результаты обучения (индикаторы достижения компетенции)
Владение методологией теоретических и экспериментальных исследований в области профессиональной деятельности	<p><b>Знать:</b> Основные понятия, модели, алгоритмы и теоретические положения из курса «Дискретное и динамическое программирование», классификацию задач и методов.</p> <p><b>Уметь:</b> Применять полученную теоретическую базу для решения конкретных практических задач, грамотно использовать методы дискретного программирования в научных исследованиях.</p> <p><b>Владеть:</b> Основными методами построения математических моделей планирования и управления динамическими системами и их анализа с помощью современных программных комплексов.</p>
Способность проводить комплексные исследования научно-технических проблем с применением современных информационных технологий	<p><b>Знать:</b> Основные аспекты дискретного программирования и анализа оптимизационных задач, классификацию моделей дискретной оптимизации, основные методы дискретного программирования, основные информационные технологии.</p> <p><b>Уметь:</b> Применять полученную теоретическую базу для постановки и решения конкретных практических задач, грамотно использовать современные информационные технологии в научных исследованиях.</p> <p><b>Владеть:</b> Навыками построения моделей дискретной оптимизации и их исследования с применением современных информационных технологий, навыками использования современных программных комплексов.</p>
Способность к разработке программного обеспечения и алгоритмов интерпретации эксперимента на основе его математической	<p><b>Знать:</b> Основные аспекты дискретной оптимизации, классификацию методов дискретного программирования, основные методы решения задач дискретной оптимизации, основные принципы динамического программирования.</p> <p><b>Уметь:</b> Применять полученную теоретическую базу для решения конкретных практических задач,</p>

<p>модели</p>	<p>грамотно использовать методы дискретной оптимизации в научных исследованиях.</p> <p><b>Владеть:</b>          Навыками разработки программных комплексов, методами решения задач планирования и управления с помощью современных программных комплексов.</p>
<p>Способность к критическому анализу и оценке современных научных достижений, генерированию новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях</p>	<p><b>Знать:</b>          Основные методы дискретного программирования, классификации моделей дискретной оптимизации, основные методы принятия решений, основные принципы математического моделирования.</p> <p><b>Уметь:</b>          Применять полученную теоретическую базу для решения конкретных практических задач, грамотно использовать методы дискретной оптимизации в научных исследованиях.</p> <p><b>Владеть:</b>          Навыками проведения лабораторного эксперимента, навыками обработки экспериментальных данных с помощью современных программных комплексов.</p>
<p>Готовность участвовать в работе российских и международных исследовательских коллективов по решению научных и научно-образовательных задач</p>	<p><b>Знать:</b>          Основные аспекты дискретной оптимизации, классификации моделей дискретного программирования, основные методы принятия решений, основные принципы математического моделирования.</p> <p><b>Уметь:</b>          Применять полученную теоретическую базу для решения конкретных практических задач, грамотно использовать математические модели дискретного и динамического программирования в научных исследованиях.</p> <p><b>Владеть:</b>          Методами обработки экспериментальных данных и анализа с помощью современных программных комплексов, навыками проведения лабораторного эксперимента.</p>
<p>Способность планировать и решать задачи собственного профессионального и личностного развития</p>	<p><b>Знать:</b>          Основные методы дискретного программирования, классификацию моделей дискретной оптимизации, основные методы принятия решений.</p> <p><b>Уметь:</b>          Грамотно использовать математические модели дискретной оптимизации в научных исследованиях, применять полученную теоретическую базу для решения конкретных практических задач.</p> <p><b>Владеть:</b></p>

	Методами обработки экспериментальных данных и анализа с помощью современных программных комплексов, навыками проведения лабораторного эксперимента.
--	---

## 2. Место дисциплины в структуре программы аспирантуры и язык преподавания

Дисциплина «Дискретное и динамическое программирование» входит в образовательный компонент учебного плана программы аспирантуры по научной специальности 1.2.2 Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ и является дисциплиной по выбору. Согласно учебному плану, дисциплина проводится в 3-м и 4-м семестрах.

Изучение дисциплины опирается на знания, умения и навыки, приобретенные при освоении образовательной программы предыдущего уровня.

Язык преподавания – русский.

## 3. Виды учебной работы и тематическое содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных единицы или 72 академических часа.

### 3.1. Виды учебной работы

Виды учебной работы	Объем в академических часах
<b>Общая трудоемкость дисциплины по учебному плану</b>	72
В том числе:	
<b>Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем). Всего</b>	63
В том числе:	
Лекции (Л)	36
Практические занятия (Пр)	18
Лабораторные занятия (Лаб)	0
Вид промежуточной аттестации	зачет
<b>Самостоятельная работа обучающихся (СР) (всего)</b>	18
В том числе:	
Самостоятельное изучение разделов дисциплины, подготовка к занятиям	9
Подготовка к промежуточной аттестации	9

### 3.2. Краткое содержание дисциплины по разделам и видам учебной работы

Раздел дисциплины	Трудоемкость по видам учебных	Оце ночи ое сред ство

	(тематический модуль)	занятий (в академических часах)					
		Всего	Лекции	Практические занятия	Лабораторные занятия	Самостоятельная работа обучающихся	
Семестры № 3, 4							
1	Модели и методы дискретного программирования.	47	24	14	0	12	коллоквиумы, собеседования, практические работы
2	Задачи и методы динамического программирования.	25	12	4	0	6	коллоквиумы, собеседования, практические работы
Вид промежуточной аттестации в семестре: зачет							
	<b>Итого:</b>	72	36	18	0	18	

### 3.3. Содержание аудиторных занятий

#### Содержание лекционных занятий

№ раздела	№ лекции	Основное содержание	Количество часов	В т.ч. с использованием ДОТ (*)
Семестры № 3, 4				
1	1-2	Основные модели и методы дискретного программирования.	4	0
1	3-4	Методы отсечений.	3	0
1	4-5	Методы ветвей и границ.	3	0
1	6	Переборные алгоритмы.	2	0
1	7	Приближенные методы решения и метаэвристики.	2	0
1	8-9	Задачи транспортного типа и управления запасами.	3	0
1	9-11	Структуры данных и реализация алгоритмов решения задач дискретного программирования.	4	0
1	11-12	Прикладные задачи дискретного программирования.	3	0
2	13-14	Основные задачи и методы динамического программирования.	4	0
2	15	Матроиды и жадные алгоритмы.	2	0
2	16-17	Структуры данных и реализация алгоритмов решения задач динамического программирования.	3	0

2	17-18	Прикладные задачи динамического программирования.	3	0
<b>Итого:</b>			36	0

### Содержание практических (или семинарских) занятий

№ раздела	№ занятия	Основное содержание	Количество часов	В т.ч. с использованием ДОТ (*)
Семестры № 3, 4				
1	1-3	Методы дискретного программирования и их реализация.	4	0
1	3-5	Методы отсечений и методы ветвей и границ.	4	0
1	5-7	Переборные алгоритмы и приближенные методы решения.	4	0
1	8-9	Прикладные задачи дискретного программирования.	2	0
2	10-12	Алгоритмы динамического программирования и их реализация.	2	0
2	12-14	Прикладные задачи динамического программирования.	2	0
<b>Итого:</b>			18	0

### 3.4. Организация самостоятельной работы обучающегося

№ раздела	Основное содержание	Количество часов	В т.ч. с использованием ДОТ (*)
Семестры № 3, 4			
1	Модели и методы дискретного программирования. Проработка конспектов лекций и вопросов, вынесенных на самостоятельное изучение по основной и дополнительной литературе, подготовка к практическим занятиям.	6	0
2	Задачи и методы динамического программирования. Проработка конспектов лекций и вопросов, вынесенных на самостоятельное изучение по основной и дополнительной литературе, подготовка к практическим занятиям.	3	0
1-2	Подготовка к зачёту по курсу.	9	0
<b>Итого:</b>		18	0

### 4. Образовательные технологии по дисциплине

Лекции, коллоквиумы, практические работы, собеседования, зачет. В течение семестра обучающиеся решают задачи, указанные преподавателем, к каждому семинару.

Внеаудиторная работа обучающихся сопровождается рекомендацией литературы для самостоятельного изучения.

## **5. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине**

5.1. Текущий контроль осуществляется преподавателем дисциплины при проведении занятий в форме: коллоквиумы, собеседования, практические работы.

Оценочные средства для текущего контроля.

### **Вопросы к коллоквиуму:**

1. Особенности построения математических моделей дискретного программирования.
2. Теоретические основы и классификация методов решения задач дискретного программирования.
2. Метод ветвей и границ и его модификации.
3. Двойственные схемы декомпозиции.
4. Оптимизация перестановок (задача о коммивояжере, задача о назначениях).
5. Задачи транспортного типа (задачи размещения, поиска наибольшего потока и пр.).
6. Приближенные методы решения задач и использование метаэвристик.
7. Общая задача динамического программирования. Рекуррентное соотношение Беллмана.
8. Условия разрешимости уравнения Беллмана и применение для решения задач динамического программирования.
9. Задачи раскроя и комплектации материалов.
10. Динамические модели с одним параметром.
11. Рекуррентные соотношения на графах.
12. Динамические модели с несколькими параметрами.
13. Связь динамического программирования и переборных алгоритмов.

### **Вопросы к собеседованию:**

1. Основы методов отсечения.
2. Переборные алгоритмы решения задач дискретного программирования.
3. Структуры данных и реализация переборных алгоритмов решения задач дискретного программирования.
4. Матроиды и жадные алгоритмы решения задач динамического программирования.
5. Теория двойственности и особенность выпуклых многогранников в методах динамического программирования.
6. Примеры прикладных задач динамического программирования. Классификация задач и методов динамического программирования.
7. Задача управления запасами.
8. Задачи теории расписаний.
9. Прикладные практические задачи динамического программирования. Задача раскроя ленты гофропалатки. Задача раскроя лесосырья на пиломатериалы и пр.
10. Динамика по множествам.
11. Приложения к теории игр и теории планирования экспериментов.

### **Задания к практическим работам:**

1. Методы Гомори в задаче о коммивояжере, задаче о назначении.
2. Метод ветвей и границ для задачи коммивояжера, ранца. Метод Ленд и Дойг для задачи о ранце.
3.  $\epsilon$ -оптимальный алгоритм ветвей и границ для задачи о ранце, приближенные алгоритмы: поиск с запретами, алгоритм имитации отжига, генетический алгоритм, локальный поиск.
4. Постановка и решение задачи раскроя лесосырья на пиломатериалы для деревообрабатывающего предприятия региона.
5. Жадные алгоритмы для задачи о рюкзаке, модифицированный жадный алгоритм для задачи о рюкзаке и алгоритм с точностью  $3/4$ .
6. Постановка и решение задачи распределения ресурсов между проектами для предприятия региона.

5.2. Промежуточная аттестация проводится в виде: зачет.

Подробно средства оценивания для проведения промежуточной аттестации обучающихся приведены в Фонде оценочных средств по данной дисциплине.

## **6. Методические рекомендации обучающимся по дисциплине, в том числе для самостоятельной работы**

Самостоятельная работа включает следующие виды работ:

- работа с лекционным материалом, предусматривающая проработку конспекта лекций и учебной литературы;
- выполнение домашнего задания - выполнению практических работ, выдаваемых на практических занятиях;
- чтение статей, рекомендованных преподавателем, по темам для самостоятельного изучения;
- подготовка к зачету.

Рекомендации обучающимся при освоении лекционного материала:

- конспектирование основного содержания лекций;
- для лучшего усвоения материала после лекции рекомендуется прочесть конспект и соответствующий параграф или главу учебника.

## **7. Методические рекомендации преподавателям по дисциплине**

Практические работы, коллоквиумы и собеседования оцениваются по системе: зачтено, не зачтено. Зачет оценивается по системе: неудовлетворительно, удовлетворительно.

Самостоятельная работа обучающихся должна быть направлена на решение следующих задач:

- развитие навыков работы с разноплановыми источниками;
- осуществление эффективного поиска информации;
- развитие навыков самостоятельной работы с периодическими источниками, в том числе, на иностранном языке.

## **8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

Дисциплина полностью обеспечена учебной литературой, представленной в печатном или электронном виде. Для осуществления образовательной деятельности по дисциплине рекомендуется следующая основная и дополнительная литература.

#### 8.1. Основная литература:

1. Поляк, Б. Т. Введение в оптимизацию. - Изд. 2-е, испр. и доп. - Москва: URSS, 2014. - 386 с.
2. Нестеров, Ю. Е. Введение в выпуклую оптимизацию. - Москва: Издательство МЦНМО, 2010. - 278 с.
3. Горелик, В. А. Исследование операций и методы оптимизации. Москва: Академия, 2013. - 271 с.

#### 8.2. Дополнительная литература:

1. Васильев, Ф. П. Методы оптимизации Ч. I, Конечномерные задачи оптимизации. Принципы максимума. Динамическое программирование. - Изд. новое, перераб. и доп. - Москва: Издательство МЦНМО, 2011. - 619 с.
2. Васильев, Ф. П. Методы оптимизации Ч. II, Оптимизация в функциональных пространствах. Регуляризация. Аппроксимация. - Изд. новое, перераб. и доп. - Москва : Издательство МЦНМО, 2011. - с. 628-1056.
3. Бахвалов Н. С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы: учебное пособие - 7-е изд. - Москва: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2011. - 636 с.
4. Бахвалов Н. С., Лапин А.В., Чижонков Е.В. Численные методы в задачах и упражнениях: учебное пособие для вузов. - 2-е изд., перераб. и доп. - Москва: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2010. - 240 с.
5. Карманов, В.Г. Математическое программирование. - 5-е изд., стереотип. - Москва: Физматлит, 2001. - 263 с.
6. Мажукин, В. И. Математическое моделирование в экономике: учебное пособие / В. И. Мажукин, О. Н. Королева, Ч. 1: Численные методы и вычислительные алгоритмы. Ч. 2: Лабораторный практикум по численным методам и вычислительным алгоритмам. - М.: Флинта: Московский психолого-социальный институт, 2008. - 226 с.
7. Мажукин, В. И. Математическое моделирование в экономике: учебное пособие / В. И. Мажукин, О. Н. Королева; Рос. акад. образования, Моск. психол.-соц. ин-т, Ч. 3, Экономические приложения. - 3-е изд. - М.: Флинта: Московский государственный университет, 2008. - 174 с.
8. Соколов, А. В. Методы оптимальных решений: Учебное пособие для вузов: [в 2 т.] / А. В. Соколов, В. В. Токарев. - Москва: Физматлит, 2011. - (Анализ и поддержка решений). - Т. 1: Общие положения. Математическое программирование. - 563 с.
9. Тарасевич, Ю. Ю. Математическое и компьютерное моделирование: вводный курс: учебное пособие для вузов / Ю. Ю. Тарасевич. - Изд. 6-е. - Москва: URSS, 2013. - 148 с.
10. Токарев, В. В. Методы оптимальных решений: Учебное пособие для вузов: [в 2 т.]. - 2-е изд., испр. - Москва: Физматлит, 2011. - (Анализ и поддержка решений). - Т. 2 : Многокритериальность. Динамика. Неопределенность. - 416 с.
11. Шапкин, А. С. Математические методы и модели исследования операций: учебник для вузов / А. С. Шапкин, Н. П. Мазаева. - 4-е изд. - Москва: Дашков и К, 2007. - 396 с.

#### 8.3. Программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

Библиотеки тестовых задач

1. <http://math.nsc.ru/AP/benchmarks/index.html>
2. <http://people.brunel.ac.uk/~mastjib/jeb/info.html>

Программные средства для решения оптимизационных задач:

12. <http://www.gnu.org/software/glpk/glpk.html>
13. [http://groups.yahoo.com/group/lp\\_solve/](http://groups.yahoo.com/group/lp_solve/).

Перечень программного обеспечения

- 1) Mathematica
- 2) C++,Java
- 3) Средства подготовки и просмотра публикаций (LaTeX, Word)

## **9. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Материально-техническая база КарНЦ РАН обеспечивает проведение всех видов дисциплинарной и междисциплинарной подготовки, практической и научно-исследовательской работы обучающихся, предусмотренных учебным планом и соответствует действующим санитарным и противопожарным правилам и нормам.

Минимально-необходимый перечень для информационно-технического и материально-технического обеспечения дисциплины:

- аудитория для проведения лекционных и практических занятий, оснащенная рабочими местами для обучающихся и преподавателя, доской, мультимедийным оборудованием;
- оборудованное рабочее место с доступом в Интернет.