

Проблемы изучения, рационального использования и охраны ресурсов Белого моря.  
Материалы IX международной конференции  
11-14 октября 2004 г., Петрозаводск, Карелия, Россия  
Петрозаводск, 2005. С. 202-207.

## ОСТАТОЧНЫЕ ПРИЛИВНЫЕ ЯВЛЕНИЯ В БЕЛОМ МОРЕ

Р.И. МАЙ, В.Р. ФУКС

*Санкт-Петербургский государственный университет*

Остаточные приливные явления (квазистационарные течения и статическое возвышение уровня моря) слабо изучены в Белом море. Механизмы генерации нелинейных остаточных приливных явлений связаны с тремя типами нелинейных эффектов: конвективная нелинейность, фрикционная нелинейность, обусловленная квадратичным законом донного трения, и мелководная нелинейность.

Для оценки вкладов различных типов нелинейности в формирование остаточных приливных явлений Белого моря проводились численные эксперименты на нелинейной (учитывались мелководная, фрикционная и конвективная нелинейность) гидродинамической модели. Цель экспериментов заключалась в выявлении вкладов различных нелинейностей посредством последовательных реализации модели с различными условиями.

Для физической интерпретации результатов численных экспериментов нами была получена путем «рейнольдсового осреднения» уравнений гидродинамической модели зависимость остаточных возвышений уровня и течений от статистических характеристик приливных течений (дисперсий, ковариаций уровня и течений, ковариаций зональных и меридиональных составляющих скорости течения). Полученные результаты дополняют имеющиеся сведения о приливных явлениях в Белом море, и могут быть использованы в исследовательских, экологических и промысловых задачах.

**R.I. Mai & V.R. Fuks. Residual tidal phenomena in the White Sea** // The study, sustainable use and conservation of natural resources of the White Sea. Proceedings of the IXth International Conference, October, 11-14, 2004. Petrozavodsk, Karelia, Russia. Petrozavodsk, 2005. P. 202-207.

Residual tidal phenomena (residual tidal currents and residual tidal sea level) due to energy exchange from the basic harmonics to the low- and near-zero area of the spectrum, have been poorly investigated in the White Sea until now. The mechanisms of residual tidal phenomena generations are related to four nonlinear effect types: convective nonlinearity, friction nonlinearity, shallow nonlinearity and nonlinearity of boundary conditions.

We carried out numerical experiments with a nonlinear hydrodynamic model to estimate the contributions of (shallow, friction and convective) nonlinearities to the White Sea residual tidal phenomena, using a “consecutive realization” technique.

For physical interpretation of numerical experiment results by means of “Reynolds averages” of motion and continuity equations, the dependency of residual tidal level and residual tidal currents was received from statistical parameters of the tidal currents (variance, covariation of level and currents, covariation of zonal and meridian components of current). These results will enhance the knowledge of tidal phenomena in the White Sea, and can be used for ecology and fisheries research.

Остаточные приливные явления, – квазистационарные течения и статическое возвышение уровня моря, обусловленные нелинейными эффектами при распространении приливных волн, вносят существенный вклад в динамику вод приливных морей.

Так, например, квадратичные слагаемые гармонического колебания с амплитудой  $A$  и частотой  $\sigma$  приводят к независящему от времени остаточному движению и обертому основному колебанию с удвоенной частотой:

$$\xi = A \cos^2 \sigma t = \frac{A}{2} + \frac{A}{2} \cos 2\sigma t.$$

Очевидно, что осреднение за полный период колебания

$$T = \frac{2\pi}{\sigma} \left( \frac{1}{T} \int_0^T \xi dt = \frac{A}{2} \right)$$

позволяет выделять остаточные приливные эффекты.

Остаточная приливная циркуляция, хотя и имеет меньшие скорости по сравнению с приливными и ветровыми течениями, но из-за непрерывности воздействия часто формирует общую циркуляцию бассейна, а, следовательно, остаточная приливная циркуляция влияет на перенос тепла, соли, планктонных организмов, биогенных элементов, загрязнителей, льда и прочих консервативных примесей.

Оценка остаточных приливных течений по инструментальным данным простым осреднением затруднена из-за невозможности выделить остаточные составляющие из фоновых явлений (ветровые, термогалинные течения).

Представляется что, численное моделирование приливных явлений может быть наиболее успешным методом определения остаточных приливных явлений. Проводимые ранее эксперименты на чис-

ленных моделях раскрыли некоторые особенности остаточных приливных явлений Белого моря (Кравец, 1987; Семенов, Лунева, 1996, 1999; Океанографические..., 1991). Однако, во всех этих работах на открытой границе задавалась только одна полусуточная волна и не рассматривалось влияние астрономических условий, неравенств приливов, амплитудной модуляции и мелководных гармоник. Определение остаточной приливной циркуляции в этих работах (за исключением статьи (Кравец, 1987), где обсуждается концепция «приливных напряжений») осуществлялась простым осреднением результатов моделирования за время, кратное приливному пе-

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{U}D}{\partial t} + \frac{\partial \bar{U}^2 D}{\partial x} + \frac{\partial \bar{U}\bar{V}D}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial x} \left[ H2\bar{A}_M \frac{\partial \bar{U}}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ H\bar{A}_M \left( \frac{\partial \bar{U}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{V}}{\partial x} \right) \right] - f\bar{V}D + gD \frac{\partial \eta}{\partial x} &= C_z \sqrt{U^2 + V^2} U \\ \frac{\partial \bar{V}D}{\partial t} + \frac{\partial \bar{U}\bar{V}D}{\partial x} + \frac{\partial \bar{V}^2 D}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial y} \left[ H2\bar{A}_M \frac{\partial \bar{V}}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[ H\bar{A}_M \left( \frac{\partial \bar{U}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{V}}{\partial x} \right) \right] + f\bar{U}D + gD \frac{\partial \eta}{\partial y} &= C_z \sqrt{U^2 + V^2} V \quad (1) \\ \frac{\partial \eta \bar{D}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{U} \bar{D}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{V} \bar{D}}{\partial y} &= 0, \end{aligned}$$

где  $D=H+\eta$ ,  $H$  – глубина моря,  $\eta$  – возвышение свободной поверхности,  $\bar{U}$  и  $\bar{V}$  – составляющие баротропной скорости на параллель и меридиан, соответственно;  $g$  – ускорение свободного падения,  $\bar{A}_M$  – вертикально-осредненный горизонтальный коэффициент кинематической вязкости,  $C_z$  – коэффициент донного трения.

Модель Белого моря, созданная на базе алгоритмов POM, хорошо воспроизводит основные суточные (K1, O1) и полусуточные (M2, S2) волны (Рис. 1, 2), и их нелинейные короткопериодные обертоны (Май, 2004б; Май, Фукс, 2004). Отличи-

риоду основной волны. Расчет остаточных приливных явлений осреднением представляется некорректным из-за влияния на результаты обертонов некратных основной волне. К тому же, вызывает вопросы и выбор самого периода осреднения.

Для численных экспериментов по нахождению факторов, формирующих остаточные приливные явления в Белом море, мы выбрали известную гидродинамическую модель Принстонского Университета POM (Princeton Ocean Model, www.aos.princeton.edu) (Blumberg, Mellor, 1987). Основные уравнения этой модели имеют вид:

тельными особенностями нашей модели Белого моря стали: метрическая сетка с пространственным шагом 5000,00 м., построенная на эллипсоиде вращения Красовского (что улучшает качество гидродинамического моделирования (Май, 2004а)); «импедансные» граничные условия (Некрасов, 1990) на открытой границе с предвычислением четырех основных волн прилива (M2, S2, K1, O1) по основной формуле через долготу восходящего узла лунной орбиты.

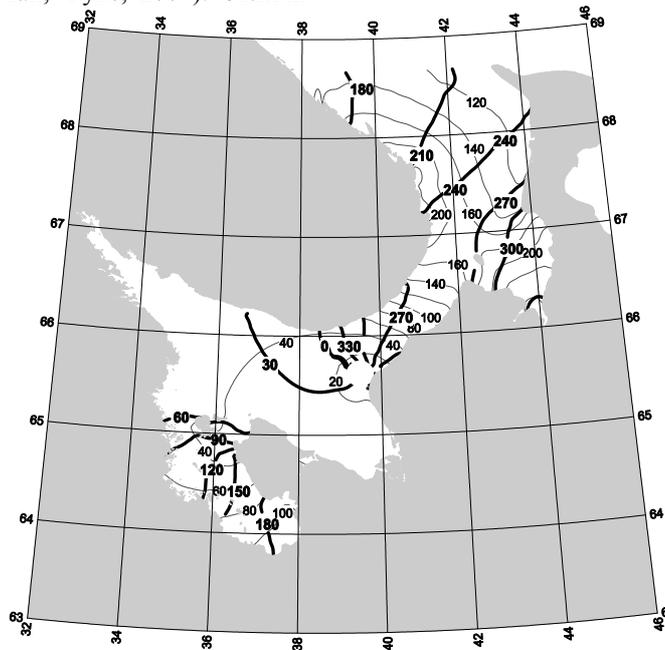


Рис. 1. Котидальная карта волны M2 по результатам моделирования (тонкая линия – амплитуда в см., толстая линия – фаза в градусах)

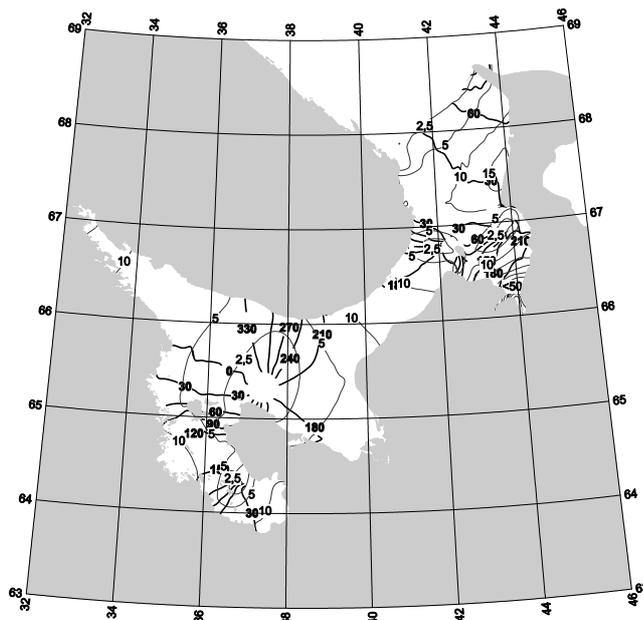


Рис. 2. Котидальная карта нелинейной мелководной короткопериодной волны M4 по результатам моделирования (тонкая линия – амплитуда в см., толстая линия – фаза в градусах).

Для определения влияния различных типов нелинейности были проведены следующие эксперименты на гидродинамической модели:

1. полные условия (мелководная, конвективная, фрикционная нелинейности (квадратичный закон донного трения с коэффициентом  $Cz=0.0025$ ).
2. моделирование без учета мелководной нелинейности ( $D=H$ ).
3. моделирование без учета конвективной нелинейности

$$\frac{\partial U^2}{\partial x} = \frac{\partial UV}{\partial y} = \frac{\partial UV}{\partial x} = \frac{\partial V^2}{\partial y} = 0$$

4. моделирование с минимальным коэффициентом донного трения ( $Cz=0.0007$ ).
5. моделирование с увеличенным коэффициентом донного трения ( $Cz=0.01$ ).

Все эксперименты выполнены по схожим условиям: реализация модели длительностью ровно один год, с выводом модельных рядов уровня и баротропных течений в ряды с дискретностью один час. Для выхода результатов на стационарные условия, модель реализовывалась в течение трех суток модельного времени без вывода результатов, причем, для устранения резких градиентов в модельном уровне, амплитуда предвычисляемых гармоник линейно увеличивалась с нуля до реального значения за одни сутки.

Характеристики приливных явлений (включая остаточный уровень и течения) находились с помощью гармонического анализа методом наименьших квадратов. Применяемый нами способ расчета остаточных приливных явлений кажется более предпочтительным, чем простое осреднение данных, применяемое ранее в работах (Семенов, Лунева, 1996, 1999; Океанографические..., 1991; Прошутинский,

1993; Герман, Левиков, 1988), т.к. нет необходимости создавать длину ряда кратную приливным периодам (что практически невозможно сделать из-за постоянной генерации новых нелинейных гармоник).

Результат моделирования остаточной приливной циркуляции при полных условиях приведен на рисунке (Рис. 3а). Остаточные течения скоростью больше 0,25 см/с наблюдаются практически для всей акватории Белого моря, за исключением центральной глубоководной части Бассейна. Обширные области особенно интенсивных течений остаточной циркуляции (больше 5 см/с) наблюдаются в районе Соловецких островов и Воронки Белого моря; также большие остаточные течения наблюдаются в прибрежной области. В структуре остаточной приливной циркуляции достаточно ярко выражено меридиональное, переходящее в северо-западное и северное, направление в Воронке Белого моря (на широте 67°с.ш., западнее м. Конушин); зона дивергенции в Моржовской салме; и течение вдоль изобат у Соловецких островов. Остаточный приливный уровень Белого моря при численном эксперименте с полными условиями характеризуется следующими закономерностями: увеличение среднего уровня от 0 см (в северной части) до 7 см в Бассейне моря. Также характерной особенностью пространственного распределения остаточного уровня представляется увеличенный средний уровень в Моржовской салме; обращает на себя и уменьшение остаточного уровня в районе Соловецких проливов и в Горле Белого моря примерно на 2 см по сравнению с соседними областями. Минимальные отрицательные значения остаточного уровня имеются в вершине Мезенского залива и в северной части Воронки.

Результаты численного эксперимента без учета мелководной нелинейности (Рис. 3b) показали несколько заниженные остаточные скорости по сравнению с экспериментом с полными условиями, но области интенсивных течений и общая схема циркуляции сохранены. В то время как при удалении конвективных ускорений из уравнений движения общая структура остаточных течений сглаживается, а сами скорости уменьшаются (Рис. 3c). На Рис. 3d приведены результаты численного моделирования, близкого к линейному приближению (отсутствуют конвективная и мелководная нелинейности, коэффициент донного трения  $C_z=0.01$ ). В этом эксперименте остаточные скорости незначительны. На рисунках 3e и 3f представлены остаточная приливная циркуляция, рассчитанная в экспериментах с заниженными ( $C_z=0.0007$ ) и завышенными ( $C_z=0.01$ ) коэффициентами донного трения. Вопреки ожиданиям остаточные течения максимальны в эксперименте с заниженным коэффициентом донного трения. Это можно объяснить тем, что и сами остаточные скорости гасятся донным трением. Для оценки влияния фрикционной нелинейности следует брать не различные коэффициенты донного трения, как это сделано в нашей работе, а менять закон донного трения (квадратичный и линейный закон донного трения).

Определение остаточных приливных течений путем осреднений конкурирует с концепцией «приливных напряжений» Жака Ньюля (Герман, Левиков, 1988).

Для физической интерпретации результатов численных экспериментов нами была получена путем «рейнольдсового осреднения» уравнений РОМ зависимость остаточных возвышений уровня и течений от статистических характеристик приливных течений (дисперсий, ковариаций уровня и течений, ковариаций зональных и меридиональных составляющих скорости течения).

Представим возвышения уровня и составляющие скорости течения как сумму собственно при-

ливных движений и остаточной приливной циркуляции

$$\xi = \xi' + \bar{\xi}, \quad u = u' + \bar{u}, \quad v = v' + \bar{v}.$$

Выполним далее операцию осреднения всех переменных, их квадратов и произведений.

$$\left( \frac{1}{T} \int_0^T \varphi dt \right)$$

Выберем промежуток времени кратный приливным неравенствам. Будем считать, что среднее от приливных пульсаций равно нулю, а среднее от среднего равняется среднему. Тогда

$$\overline{\xi'} = \overline{u'} = \overline{v'} = 0, \quad \overline{(\xi')^2} = \sigma_{\xi}^2, \\ \overline{(u')^2} = \sigma_u^2, \quad \overline{(v')^2} = \sigma_v^2,$$

( $\sigma_{\xi}, \sigma_u, \sigma_v$  - среднеквадратические отклонения соответствующих переменных);

$$\overline{\xi'u'} = K_{\xi u}, \quad \overline{\xi'v'} = K_{\xi v}, \quad \overline{u'v'} = K_{uv}$$

( $K$  - ковариации соответствующих переменных);

$$R_{\xi u} = \frac{K_{\xi u}}{\sigma_{\xi} \sigma_u}, \quad R_{\xi v} = \frac{K_{\xi v}}{\sigma_{\xi} \sigma_v}, \quad R_{uv} = \frac{K_{uv}}{\sigma_u \sigma_v},$$

( $R$  - коэффициенты парной корреляции соответствующих переменных).

Учитывая то, что среднее от произведения пульсации на постоянную величину равно нулю, а также то, что среднее от произведения среднего на постоянную величину есть их произведение, и рассматривая для простоты остаточную приливную циркуляцию без мелководных эффектов ( $D \equiv H$ )

и горизонтальной турбулентности ( $A_M \equiv 0$ ), после подстановки зависимых переменных в виде суммы собственно приливных и остаточных значений получим из системы (1):

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{u}^2 D}{\partial x} + \frac{\partial \bar{u} \bar{v} D}{\partial y} - f \bar{v} D + g D \frac{\partial \bar{\eta}}{\partial x} &= \frac{\partial}{\partial x} (\sigma_u^2 D) - \frac{\partial K_{uv} D}{\partial x} + C_z K_{|v|v}, \\ \frac{\partial v^2 D}{\partial y} + \frac{\partial \bar{u} \bar{v} D}{\partial x} + f \bar{u} D + g D \frac{\partial \bar{\eta}}{\partial y} &= - \frac{\partial}{\partial y} (\sigma_v^2 D) - \frac{\partial K_{uv} D}{\partial y} + C_z K_{|u|u}, \\ \frac{\partial \bar{u} \bar{D}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v} \bar{D}}{\partial y} + \frac{\partial K_{u\xi}}{\partial x} + \frac{\partial K_{u\xi}}{\partial y} &= 0. \end{aligned} \tag{2}$$

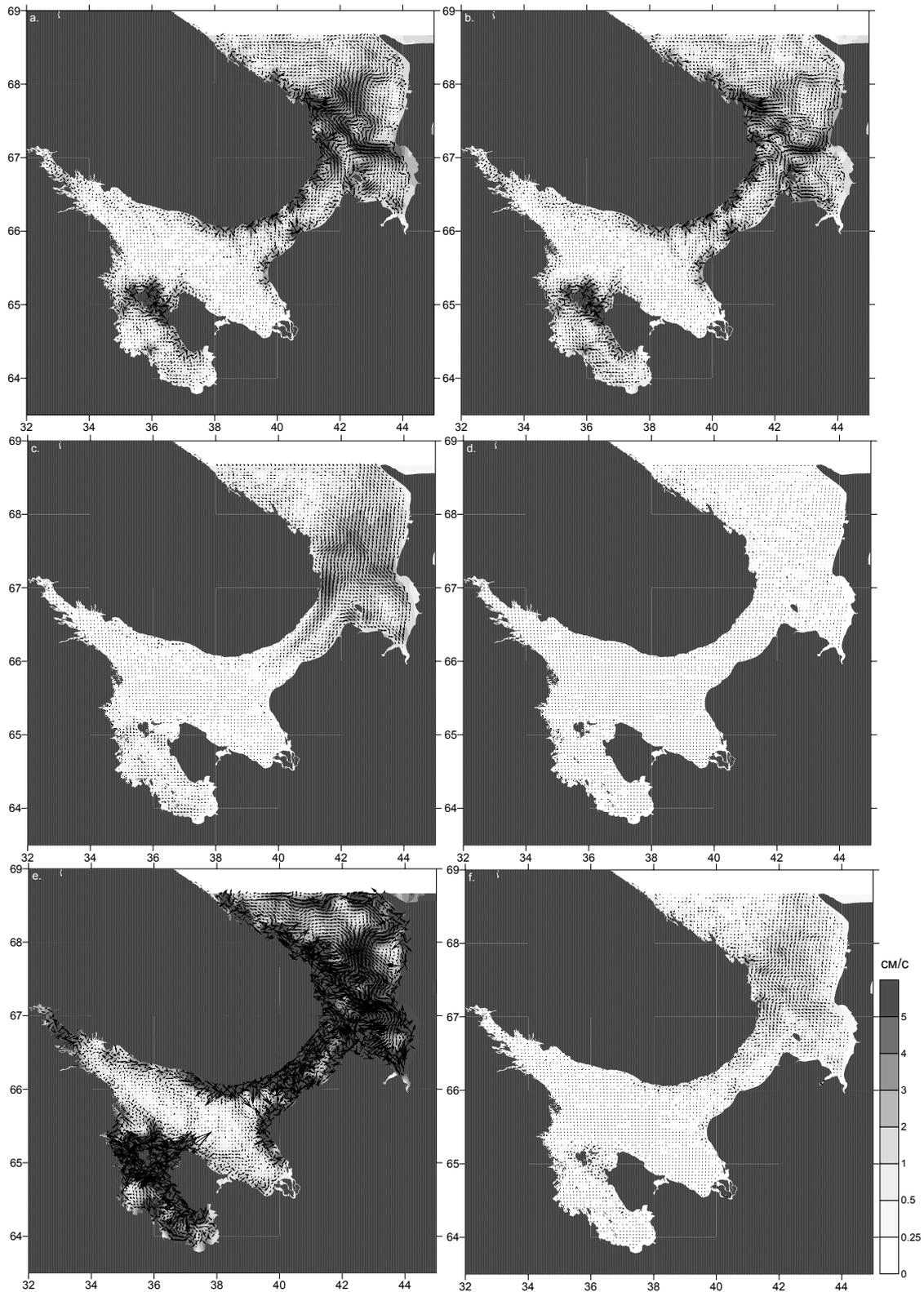


Рис. 3. Результат моделирования остаточной приливной циркуляции (ОПЦ) при различных параметрах модели:

а) ОПЦ при полных условиях, б) ОПЦ при удалении мелководной нелинейности; в) ОПЦ при удалении конвективной нелинейности; д) ОПЦ при линейном приближении (отсутствуют конвективная и мелководная нелинейности, увеличенный коэффициент донного трения  $Cz=0/0007$ ); а – ОПЦ при завышенном коэффициенте донного трения ( $Cz=0.01$ )

Вероятно, можно считать, что в случае слабой нелинейности корреляция между уровнем и течением значительная и остаточная циркуляция дивергентна. При сильной нелинейности  $K_u \xi$  и  $K_v \xi$  близки к нулю и остаточная циркуляция бездивергентна.

Уравнения для остаточной приливной циркуляции в линейном приближении могут быть представлены в следующем виде:

$$\begin{aligned} \bar{u} &= -\frac{g}{f} \frac{\partial \bar{\eta}}{\partial y} - \frac{1}{fD^2} \left[ \frac{\partial}{\partial y} (\sigma_v^2 D) + \frac{\partial (K_{uv} D)}{\partial x} - C_z K_{|v|v} \right], \\ \bar{v} &= \frac{g}{f} \frac{\partial \bar{\eta}}{\partial x} + \frac{1}{fD^2} \left[ \frac{\partial}{\partial x} (\sigma_u^2 D) + \frac{\partial (K_{uv} D)}{\partial y} - C_z K_{|u|u} \right]. \end{aligned} \quad (3)$$

В этом уравнении «остаточные» уровни и течения связаны со статистическими характеристиками приливных течений, которые определяют отклонения режима остаточной циркуляции от геострофического.

Для сильной нелинейности можно предполагать, что ковариация скоростей течения отсутствует ( $K_{uv} = K_{uu} = K_{vv} \equiv 0$ ).

Тогда

$$\bar{u} = -\frac{g}{f} \frac{\partial \bar{\eta}}{\partial y} - \frac{1}{fD^2} \frac{\partial}{\partial y} (\sigma_v^2 D), \quad \bar{v} = \frac{g}{f} \frac{\partial \bar{\eta}}{\partial x} + \frac{1}{fD^2} \frac{\partial}{\partial x} (\sigma_u^2 D)$$

и геострофический баланс в остаточном потоке существенно зависит только от пространственной изменчивости интенсивности приливных течений и глубины моря.

При этом дивергенция остаточного течения при постоянной глубине

$$\text{div } \bar{V} = \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} = -\frac{1}{fD} \frac{\partial^2 (\sigma_u^2 - \sigma_v^2)}{\partial x \partial y}$$

зависит от пространственной изменчивости разности дисперсий составляющих скоростей течения.

Таким образом, показано, что интенсивность остаточных приливных явлений существенно зависит от донной топографии и горизонтальных градиентов статистических характеристик прилива, что соответствует результатам численных расчетов.

### Литература

Белое море, 1991. Гидрометеорология и гидрохимия морей СССР. Вып. 1. // Под ред. Б. Х. Глуховского. Л., 1991.  
 Богданов К.Т., Васильев А.С., Федорова Е.В. 2000. Распространение приливных волн и приливные колебания

уровня на акватории Белого моря. // Тр. ГОИН. Вып. 207. 2000. С. 122-130.  
 Герман В.Х., Левиков С.П. 1988. Вероятностный анализ и моделирование колебаний уровня моря. – Л.: Гидрометеоздат, 1988. 288 с.  
 Здорovenнов Р.Э., Лифшиц В.Х., Фукс В.Р. 2001. Приливные движения и перенос примеси в эстуарии реки Онеги. // Океанология, 2001. Т. 41. №5. С. 680-685.  
 Инжебейкин Ю.И. 2003. Колебания уровня Белого моря. Екатеринбург, УрО РАН. С. 150.  
 Кравец А.Г. 1987. Модель крупномасштабной баротропной циркуляции в мелководном окраинном море // Метеорология и гидрология. 1987. № 11. С. 84-91.  
 Май Р.И. 2004а. Влияние выбора геодезической основы сеточной области на результаты математического моделирования. // Математическое моделирование. Математическое моделирование и информационные технологии в исследованиях биоресурсов Мирового океана. Владивосток. ТИПРО. 2004. № 5. <http://www.tinro.ru/sbs/showdoc/69/1>  
 Май Р.И. 2004б. Моделирование нелинейных приливных явлений в Белом море.// Пятая Российская научно-техническая конференция «Современное состояние и проблемы навигации и океанографии» («НО-2004»). 2004. СПб. С. 81-82.  
 Май Р.И., Фукс В.Р. 2004. Нелинейные баротропные приливные явления и остаточная приливная циркуляция в Белом море. // VII Международная специализированная выставка и конференция «АКВАТЕРРА-2004». Сборник материалов по конференции. 2004. Санкт-Петербург. С. 197-201.  
 Некрасов А.В. 1990. Энергия океанских приливов. Л., Гидрометеоздат. С. 288.  
 Океанографические условия и биологическая продуктивность Белого моря: Аннотированный атлас, 1991. Мурманск.  
 Прокутинский А.Ю. 1993. Колебания уровня Северного ледовитого океана. СПб., Гидрометеоздат. С. 216.  
 Семенов Е.В., Лунева М.В. 1996. Численная модель приливной и термохалинной циркуляции вод Белого моря. // Известия АН, ФАО, 1996 Т. 32, №5. С. 704-713.  
 Семенов Е. В., Лунева М. В. 1999. О совместном эффекте прилива, стратификации и вертикального турбулентного перемешивания на формирование гидрофизических полей в Белом море. // Известия АН, ФАО. 1999. Т. 35, №5. С. 660-678.  
 Blumberg, A.F., and G.L. Mellor. 1987. A description of a three-dimensional coastal ocean circulation model, in Three-Dimensional Coastal Ocean Models, Vol. 4. Edited by N. Heaps, pp. 208. American Geophysical Union, Washington, D.C.  
 Май Р.И. 2004. The simulation of barotropic and baroclinic non-linear tidal phenomena in the White Sea. // Abstracts of Challenger conference for marine science. Liverpool. 2004. 183 p.