

ются более или менее выраженные ребра. Особенно это заметно на крупном кристалле (ребра **а** на рис. 3). Такие искажения приводят к понижению симметрии кристалла и являются результатами неравномерного воздействия на него среды в различных направлениях. Малые отклонения кристалла от идеальной формы (ребра **б**, рис. 3), следует учитывать с долей осторожности, так как их присутствие может объясняться неточной оценкой площадей граней, из-за грубой огранки реального кристалла. При сравнении изучаемых образцов, заметно, что чем больше кристалл, тем больше отклонения его от идеальной формы – с увеличением размера кристалла вносимые искажения «накапливаются» в процессе роста; заодно уменьшается и относительная погрешность измерения площадей граней.

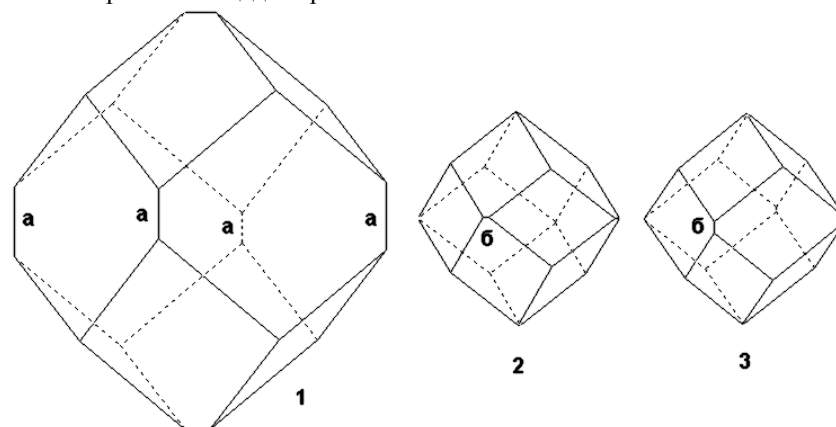


Рис. 3. Трехмерные модели кристаллов алмазина, полученные по данным таблицы 1

Описание кристаллов на основе теоремы Минковского дает новую возможность в изучении их формы. Его достоинствами являются краткость записи и простота получения необходимых данных – ориентировки и площадей граней. Теорема гарантирует, что для данного набора параметров существует один и только один кристалл (полиэдр), то есть обеспечивает уникальность отображения. Для больших кристаллов измерения можно проводить вручную, без использования сложных технических средств. Программа восстановления формы кристалла, не громоздка, быстра в работе и дает приемлемый результат при погрешности данных, практически всегда имеющей место. Недостатками описания являются его применимость только к выпуклым, хорошо ограненным, закрытым кристаллам, причем под хорошей огранкой понимается не гладкость самих граней, а четкая выраженность ребер и вершин кристалла. Если кристалл рос, прикрепленный к субстрату, и является хорошо ограненным только с одной стороны, его можно довести до полногранной формы, отсекая фиктивным полиэдром его неограненную часть.

Работа выполнена при финансовой поддержке Фонда содействия отечественной науке.

ЛИТЕРАТУРА

- Александров А.Д. Выпуклые многогранники. М. – Л.: Гостехиздат, 1950, 428 с.
Глазов А.И. Методы морфометрии кристаллов. Л.: Недра, 1981, 147 с.

ПЕРЕЧИСЛЕНИЕ КОМБИНАТОРНОГО МНОГООБРАЗИЯ ШАРОВЫХ УКЛАДОК НА СФЕРЕ МЕТОДОМ МОНТЕ-КАРЛО

Мельник М.Н., Степенщиков Д.Г., Войтеховский Ю.Л.
КФ ПетрГУ, Анапиты, dm706390@mail.ru

Математическое моделирование – один из важнейших методов исследования трудно доступных для прямого наблюдения систем, в том числе биологических. Примером могут служить морфотипы зеленой водоросли *Pandorina morum* (Müll) Vogt. В работах (Войтеховский, 2001, Тимофеева, Войтеховский, 2004, 2005) указано, что она может служить индикатором экологического состояния среды. В соответствии с закономерностями полигонального разбиения сферы, для ее зрелых 16-клеточных полиэдрических ценобиов возможны лишь три комбинаторных типа (рис. 1). Два из них принадлежат к типу фуллеренов, то есть выпуклых полиэдров, на которых разрешены лишь 5- и 6-угольные грани, сходящиеся по три в каждой вершине. Один из них, не обладающий плоскостью симметрии, допускает энантиоморфный (зеркально-симметричный) двойник. Возникает вопрос о моделировании колоний на разных этапах развития. Ранее (Степенщиков, 2005) выполнено компьютерное генерирование и найдены их комбинаторные

типы для одинакового размера клеток. Установлено, что по мере роста числа клеток в колонии до 15 ее морфотип определен однозначно. Для 16-клеточных колоний установлены типы -43m и 222 в отношении 3:1. Но в реальных колониях *P. morum* размеры клеток могут варьировать. Задача данного исследования состоит в том, чтобы изучить комбинаторное разнообразие колоний путём их компьютерного моделирования методом Монте-Карло.

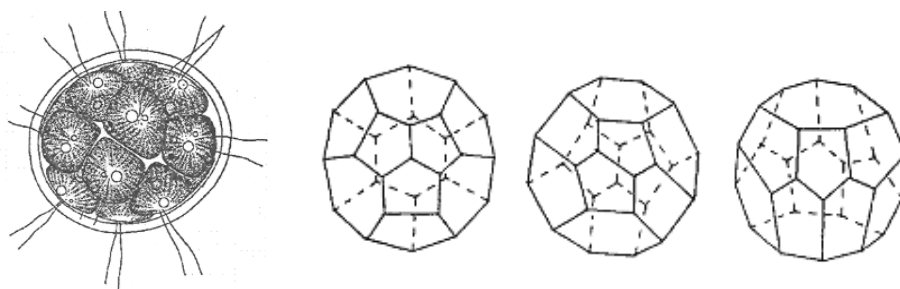


Рис. 1. Реальный облик (слева) и теоретически возможные комбинаторные типы ценобиев (справа) *P. morum* с симметрией (слева направо): -43m, 222, -7m.

Принципы перечисления морфотипов полиэдрических Volvocaceae. Полиэдрические формы широко распространены в органической природе. Их исследование имеет определенную традицию. Из таксона Volvocaceae интересны виды *Pandorina morum* (Müll.) Borg, *Volvox aureus* Ehr., *Volvox polychlamys* Korsh. и *Volvox globator* (L.) Ehr., образующие колонии в виде однослойных сфер диаметром до 2 мм. При этом клеточные колонии имеют полиэдрическую форму. На рис. 2 показаны полигональные очертания клеток, образующие триангуляцию сферы, дуальную к разбиению. Такая организация колоний типична для названных видов Volvocaceae. При этом число клеток у колоний *P. morum* равно 16, *V. aureus* от 100 до 1000, *V. polychlamys* от 1100 до 2000, *V. globator* от 1500 до 20 000, сходящихся по три в каждой вершине полиэдра. Они примерно одного размера и стремятся окружить себя шестью такими же подобно бильярдному шару на поверхности стола. В результате 3- и 4-угольные грани на колониях Volvocaceae отсутствуют. Но выпуклый полиэдр с одновременно отсутствующими 3-, 4- и 5-угольными гранями невозможен. В результате колонии Volvocaceae содержат 5-, а также 6- и 7-угольные грани, что подтверждается наблюдениями биологов.

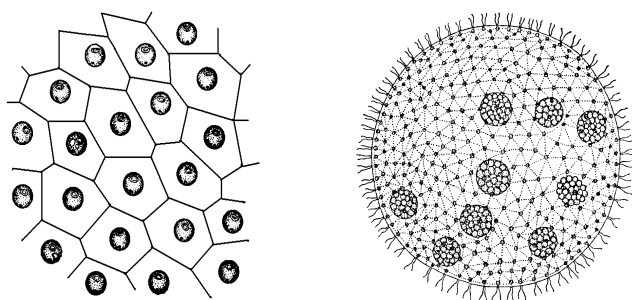


Рис. 2. Полигональное разбиение сферической поверхности колонии *Volvox polychlamys* Korsh (слева) и дуальная триангуляция поверхности колонии *Volvox aureus* Ehr.

ней. В табл. 1 даны результаты поиска выпуклых 12 - 20-эдров без 3- и 4-угольных граней (Войтеховский, 2001).

С ростом числа граней F множество решений диофантова уравнения Эберхардта и соответствующих выпуклых простых полиэдров без 3- и 4-угольных граней быстро растет. Их поиск и сравнение составляют известную проблему изоморфизма полиэдрических графов и занимают большую часть компьютерного времени. Метод Монте-Карло в этом случае обладает большим преимуществом и позволяет с высокой точностью оценить частоту встречаемости всевозможных комбинаторных типов полиэдрических колоний типа Volvocaceae.

В ходе компьютерного моделирования выяснилось, что в целом для всех колоний превалирует один тип. Для колоний *P. morum* с числом клеток 4-6, 8, 9 и 12 комбинаторный тип определяется однозначно. Для колоний с 7, 10, 11, 13 и 14 клетками комбинаторных типов несколько, но число редко встречающихся типов пренебрежимо мало. Лишь для 15- и 16-клеточных колоний доля новообразованных типов заметна. Это подтверждает ранее выдвинутую гипотезу о том, что появление (Тимофеева, Войтеховский, 2004, 2005) таких типов свидетельствует о значительной дисперсии размеров формирующих колонии клеток в экологически угнетенной среде. Для 16-клеточных колоний полностью подтвердилось ре-

зультаты экспериментального исследования о преобладании типа -43m и практической не наблюдаемости типа -7m. В то же время получено иное соотношение типов -43m и 222, чем в лабораторных условиях. По-видимому, это говорит о наличии факторов, которые не учтены в шаровых укладках на сфере, моделирующих рост колоний *P. morum*.

Таблица 1. Число выпуклых простых 12- ... 20-эдров без 3- и 4-угольных граней

F	f_5	f_6	f_7	f_8	f_9	Всего
12	12					1
14	12	2				1
15	12	3				1
16	12	4				2
	14		2			1
17	12	5				3
	13	3	1			1
18	12	6				6
	13	4	1			2
	14	2	2			3
	16			2		1
19	12	7				6
	13	5	1			8
	14	3	2			5
	14	4		1		1
	15	1	3			1
	15	2	1	1		1
	16			2	1	1
20	12	8				15
	13	6	1			16
	14	4	2			23
	14	5		1		2
	15	2	3			5
	15	3	1	1		6
	16			4		2
	16	2			2	3
	18					2

Результаты и обсуждение. В ходе исследования рост колонии *P. morum* от 4 до 16 клеток моделировался 1000 раз. Размер клеток варьировался в пределах 10 %. На каждом шаге фиксировались комбинаторный тип и симметрия колонии. Результаты даны в табл. 2 и 3.

Таблица 2. Колонии с числом клеток от 4 до 10, их тип и частота встречаемости

Число клеток	4	5	6	7	8	9	10
Тип 1	-43m	-6m2	m-3m	$Li_{10}5L_26P$	-42m	-6m2	Li_84L_24P
Число колоний	1000	1000	1000	998	1000	1000	940
Тип 2				3m			3m
Число колоний				2			60

Таблица 3. Колонии с числом клеток от 11 до 16, их тип и частота встречаемости

Число клеток	11	12	13	14	15	16
Тип 1	mm2	-3-5m	mm2	-12m2	-6m2	-43m
Число колоний	998	1000	970	985	897	802
Тип 2	L_2		3m	m	m	$3L_2$
Число колоний	2		30	5	102	122
Тип 3				L_2	m	-
Число колоний				6	1	76
Тип 4				m-3m		
Число колоний				1		
Тип 5				mm2		
Число колоний				3		

ЛИТЕРАТУРА

Войтеховский Ю.Л. О морфологическом разнообразии колоний *Pandorina morum* (Müll) Bory (Volvocaceae) // Журнал общей биологии. 2001. Т. 62, № 5. С. 425-429.

Степенчиков Д.Г. Комбинаторная геометрия выпуклых полиэдров: вычислительные алгоритмы, решённые и не решённые задачи // Математические исследования в кристаллографии, минералогии и петрографии. Апатиты: Изд-во "К & М", 2005. С. 33-47.

Тимофеева М.Г., Войтеховский Ю.Л. Распределение размеров и статистика колоний *Pandorina morum* (Müll) Bory с различным числом клеток // Естественнонаучные проблемы Арктического региона. Мурманск: Изд-во КНЦ РАН, 2004. С. 71-73.

Тимофеева М.Г., Войтеховский Ю.Л. Фуллерны в живой природе - полиэдрические колонии *Pandorina morum* (Müll) Bory // Математические исследования в кристаллографии, минералогии и петрографии. Апатиты: Изд-во "К & М", 2005. С. 82-90.

К ВОПРОСУ О СТАДИЙНОСТИ ФОРМИРОВАНИЯ КВАРЦ-АМЕТИСТОВОЙ МИНЕРАЛИЗАЦИИ НА ПЛОЩАДИ СЕЛЬБУРСКОГО АМЕТИСТОНОСНОГО ПОЛЯ (ЮЖНЫЙ ТЯНЬ-ШАНЬ)

Оймахмадов И.С.

Институт геологии Академии Наук Республики Таджикистан, ilhomjon_55@mail.ru

Сельбурское амелистическое поле расположено в пределах Южногиссарской структурно-формационной зоны герцинской геосинклинальной области Южного Тянь-Шаня. Кварцевая и кварц-амелистовая минерализации здесь приурочены к терригенно-флишевой толще среднего-верхнего карбона (C_{2m2}-C₃), в строении которой принимают участие темные зеленовато-серые полимиктовые и олигомиктовые средне-мелкозернистые песчаники и алевролиты, черные и темно-серые кварц-сланцевые сланцы, узловатые сланцы с кордиеритом или андалузитом, черные роговики с прослоями темно-серых пелитоморфных и битуминозных известняков и доломитов. Среди флишевых пород встречаются девонские экзотические глыбы, контактово-метасоматические образования, интрузивные и субвулканические породы позднекарбонных и пермских интрузивных комплексов.

Минералообразование на площади Сельбурского амелистического поля происходило в две стадии – непродуктивной и продуктивной (Oimahmadov, 2004). В первой стадии образуются маломощные (5-10см) кварцевые жилы и прожилки протяженностью 5-25м, приуроченные к субширотным разрывным нарушениям. По морфологии они плитообразные и крайне редко линзовидные. Кварц этой стадии встречается в виде плотных, массивных роговикоподобных агрегатов молочно-белого, иногда с серым оттенком цвета (кварц I) и шестоватых, изредка радиально-лучистых агрегатов, занимающих периферийные части жил и прожилков (кварц II). Типоморфными элементами - примесями кварца этой стадии являются Fe-0,0066% и Zn-0,06%. Из второстепенных минералов в ассоциации с кварцем I встречаются пирит и гематит.

Во вторую - продуктивную стадию формировались кварц-амелистовые зоны минерализации (Центральная, Северная, Западная I, Западная II, Западная III, Восточная, Сельбур - Дальний), приуроченные исключительно к разрывным нарушениям субмеридиональной ориентировки. В тектонических нарушениях кварц-амелистовая минерализация образует плитообразные, линзовидные, ветвистые, иногда неправильные жилы и прожилки мощностью от 0,5 до 6м и протяженностью от 30 до 550 м.

Вторая стадия протекала на фоне неоднократного приоткрывания трещин и прерывистого поступления гидротермальных растворов, в результате которых образовались четыре последующие генерации кварца (III-VI). Кварц III характеризуется мелкозернистой структурой, массивной сливной текстурой и молочно-белым до серовато-белого цветом, занимая в основном центральные части жил. Из элементов примесей в кварце III генераций обнаружены (%): Fe (0.0028 – 0.055), Zn (0.0003-0.0007), Cu (0.0002 - 0.0004), Ni (0.0001), U (0.0001 - 0.0033), Th (0.0003 - 0.0015) и Pb (0.003-0.0398). Кварц IV в виде средне - крупнозернистых, мелкошестоватых (2-6мм), молочно-белых, сероватых и местами полупрозрачных агрегатов образует жилы и прожилки, локализующиеся в призальбандовых частях кварцевых жил ранних генераций.

Две последующие генерации кварца (V-VI), которые образовались в заключительные периоды процесса минералообразования, относятся к собственно амелистовому оруденению. Кварц V в виде средне - крупнозернистых, изометрических (2-10 мм) и шестоватых агрегатов выполняет центральные части жил и прожилков, которые прилегают к кварцевым образованиям четвертой генерации (субстрат). Шестоватые агрегаты кварца V растут навстречу друг другу до заполнения трещинного пространства. Цвет минерала изменяется от светло - фиолетового, бледно-сиреневого до густо-фиолетового. Иногда для агрегатов кварца этой генерации характерно наличие тонких более светлых и серых полос (1-5,5мм) на темно-фиолетовом фоне, свидетельствующих о крустификационно-полосчатой текстуре и пульсационном характере поступления гидротермальных растворов.

Кварц VI (амелист) встречается в виде гнезд, главным образом в остаточных полостях кварцевых жил ранних генераций, основная часть которых расположена в призальбандовых и центральных их частях. Пара-