

Рис. 4. Неоднородное распределение изоморфных составов по объему кристаллов K(Cl,Br). Микротомографические сечения. Кристаллы, выращенные из растворов, обогащенных KCl (а), KBr (в), из алиотропного (б). Кристаллы неалиотропных составов имеют пористую внутреннюю зону, кристалл алиотропного состава непористый, массивный (черным цветом показаны включения, белым – KBr, разные оттенки серого – фаза смешанного состава).

Соотношение составов растворов и составов различных зон кристаллов (по данным рентгенофазового анализа)

Состав раствора x KBr	Состав кристалла x KBr	Параметр эл.яч.	Примечания
0,49	0,29	6,378	внутренняя
0,49	0,35	6,393	внешняя
0,51	0,38	6,405	внутренняя
0,51	0,49	6,442	внешняя
0,61	0,58	6,471	внешняя
т. А 0,67	0,69	6,507	нет деления на зоны
0,85	0,88	6,561	внутренняя
0,85	0,89	6,563	внешняя

Рентгенофазовый анализ. Для всех выращенных кристаллов выявлено обогащение внешних зон более растворимым компонентом KBr по сравнению с внутренними зонами (см. таблицу). Для растворов, составы которых отвечают правой ветви диаграммы (рис. 1), это является закономерным.

Для правой ветви диаграммы это неожиданно, однако соответствует данным микротомографического анализа.

Работа поддержана грантом РФФИ № 04-05-64416.

ЛИТЕРАТУРА

Гликин А.Э., Синай М.Ю. Экспериментальное изучение генезиса монокристалльных псевдоморфоз. // ЗВМО, 1983, № 6, с. 742-748.

Гликин А.Э. Полимерально-метасоматический кристаллогенезис // Из-во «Журнал Нева», 2004, 318 с.

Гликин А.Э. и др. Явления саморегуляции изоморфного состава при кристаллизации из растворов // Федоровская сессия, тезисы докладов, СПб Горный институт, 2006, с. 64-66.

Крючкова Л.Ю. и др. Кинетико-морфологические явления роста и изоморфного замещения смешанных кристаллов в растворах (на примере ряда $(Co,Ni)(NH_4)_2(SO_4)_2 \cdot 6H_2O$) // ЗВМО, № 3, 2002, с. 62-77. G.S. B. Dejewski. The characteristic of the mixed crystals of the KCl-KBr-H₂O system at 298 K // Cryst. Res. Technol., 34, 1999, 8, p. 975-979.

Durham et al. Solid solution of the alkali halides. I. The systems KBr-KCl-H₂O, RbBr-RbCl-H₂O, RbBr-KCl-H₂O at 25 °C // J. Amer. Chem. Soc. 1953. 75. 5793-5794.

ВИЗУАЛИЗАЦИЯ ИНДИКАТРИС 3-ГО ПОРЯДКА ПРИМЕНИТЕЛЬНО К КЛАССИФИКАЦИИ ПЕТРОГРАФИЧЕСКИХ СТРУКТУР

Фролов К.И., Степенщиков Д.Г., Войтеховский Ю.Л.
КФ ПетрГУ, Апатиты, dm706390@mail.ru

Петрография обладает очень описательной категорией петрографической структуры, т.е. способа организации горной породы из минеральных зерен. Это сильно отличает ее, например, от кристаллографии, базирующейся на математическом основании. Ранее предложен алгебраический формализм, позво-

ляющий однозначно характеризовать петрографическую структуру (Войтеховский, 1995, 2000). Принципиальное отличие подхода состоит в том, чтобы отказаться от использования метрических характеристик минеральных зерен, сосредоточив внимание на пространственных отношениях контактирования. Так, статистика бинарных межзерновых контактов дает уравнение индикатрисы 2-го порядка, а теория квадратичных форм позволяет охватить единым описанием все многообразие структур горной породы и классифицировать их по типам кривых 2-го порядка. Следующим шагом является характеристика петрографических структур статистиками тройных межзерновых контактов, приводящих к поверхностям 3-го порядка в пространствах, размерности которых совпадают с числом минералов в горной породе. Так, для биминеральной горной породы это кривые 3-го порядка на плоскости. Их перечисление и составляет задачу данной работы.

Пусть m_i – минералы в n -минеральной породе, $i = 1 \dots n$; $m_i m_j$ – бинарный контакт минералов m_i и m_j , имеющий вероятность p_{ij} . Тогда уравнение

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n p_{ij} m_i m_j = 1 \quad (1)$$

фиксирует статистику бинарных контактов в породе и задает структурную индикатрису – поверхность 2-го порядка в пространстве $(m_1 \dots m_n)$. Наша задача состоит в том, чтобы реализовать этот подход для индикатрис 3-го порядка

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n p_{ijk} m_i m_j m_k = 1 \quad (2)$$

Для простейшего случая (биминеральной породы) $n = 2$, поэтому

$$p_{111} m_1^3 + p_{112} m_1^2 m_2 + p_{122} m_1 m_2^2 + p_{222} m_2^3 = 1 \quad (3)$$

Это кривые 3-го порядка на плоскости, которые и следует классифицировать.

Первая классификация кривых 3-го порядка выполнена Ньютоном (Савелов, 2002) по числу и взаимному положению бесконечных ветвей. Общее уравнение кривой 3-го порядка

$$Ax^3 + 3Bx^2y + 3Cxy^2 + Dy^3 + 3Ex^2 + 6Fxy + 3Gy^2 + 3Hx + 3Ky + L = 0 \quad (4)$$

В нашем случае: $p_{111} = A$, $p_{112} = 3B$, $p_{122} = 3C$, $p_{222} = D$, $E = F = G = H = K = 0$, $L = -1$. Пусть $y = kx + b$ – уравнение асимптоты. Для кривой (4) угловой коэффициент асимптоты определяется равенством

$$A + 3Bk + 3Ck^2 + Dk^3 = 0 \quad (5)$$

Коэффициент b определяется равенством

$$(B + 2Ck + Dk^2)b = -(E + 2Fk + Gk^2), \quad (6)$$

где k определяется из (5). Это уравнение дает три действительных или одно действительное и два комплексных значения k . Этим и определяются число и направления бесконечных ветвей. Чтобы асимптота для данного k существовала, b должно определяться из (6). В нашем случае

$E = F = G = 0$,
следовательно

$$(B + 2Ck + Dk^2)b = 0. \quad (7)$$

Чтобы существовала асимптота, необходимы действительные k и b , т.е.

$$B + 2Ck + Dk^2 \neq 0 \quad (8)$$

В этом случае говорят, что ветвь имеет гиперболический тип. Если $b=0$, то асимптота проходит через начало координат. Если при действительных k коэффициент b не определен, то ветвь не имеет асимптоты и говорят, что кривая имеет параболический тип. Таким образом, в зависимости от вида корней (5), можно подразделить все кривые 3-го порядка, рассматриваемые в работе, на четыре группы, которые мы приводим, сохраняя название по Ньютону и указывая характерные формы.

1-я группа: все три корня (5) действительны и различны; кривая имеет три асимптоты и три гиперболические ветви. Кривые этой группы носят название *hyperbolae reduntantes* (раскнутые гиперболы). Их основные формы:

- три гиперболические ветви и овал или две гиперболические и одна прямолинейная ветвь; прямолинейной называется ветвь, вытянутая вдоль асимптоты, которую пересекает и к которой приближается в двух противоположных направлениях (рис. 1 а, б),
- три гиперболические ветви (рис. 1 в),
- три гиперболические ветви, две из которых пересекаются, или три гиперболические ветвей, одна из которых имеет узловую точку (рис. 1 г, д),
- три гиперболические ветви и изолированная точка (рис. 2 е),
- три гиперболические ветви, одна из которых имеет точку возврата (рис. 1 ж).

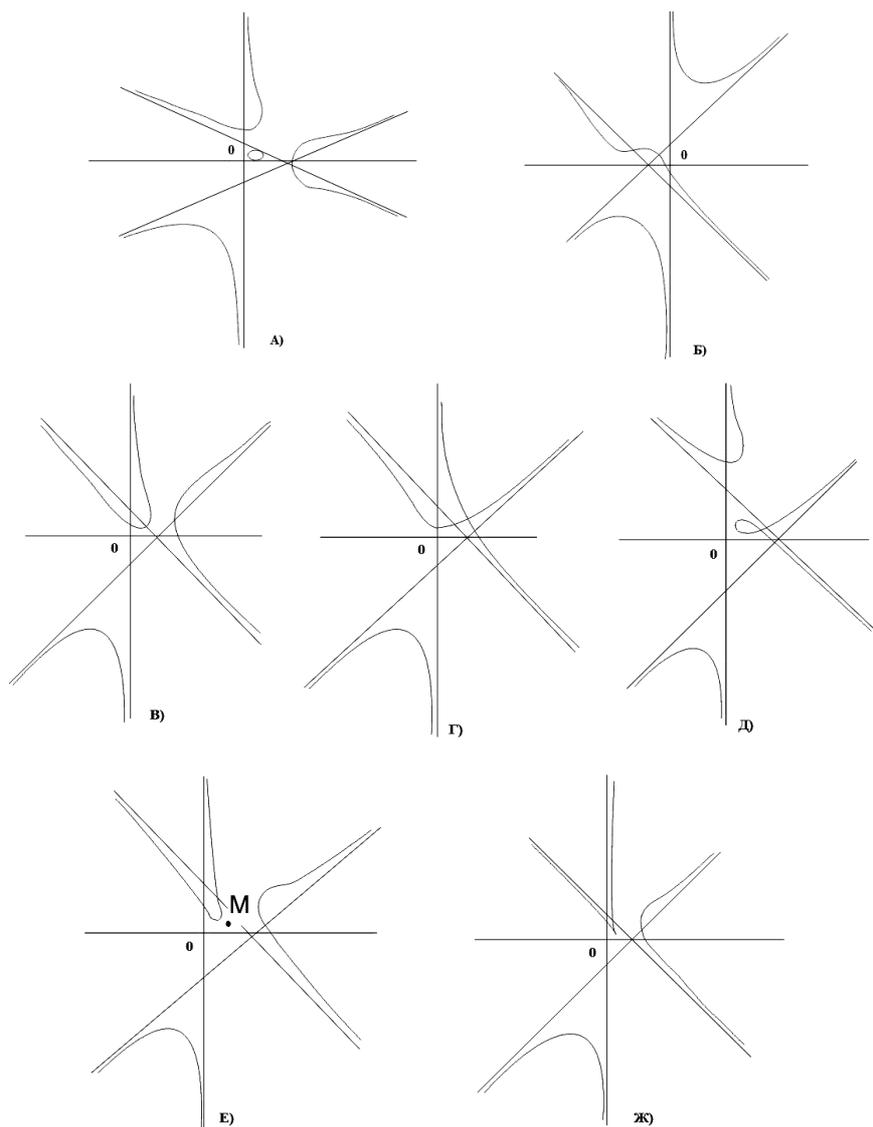


Рис. 1. Кривые 1-ой группы.

2-я группа: (5) имеет один действительный корень, кривые имеют одну асимптоту и прямолнейную ветвь. Они называются *hyperbolae defectivae* (дефективные гиперболы). Их основные формы:

- одна прямолнейная ветвь и овал (рис. 2 а),
- одна прямолнейная ветвь (рис. 2 б),
- прямолнейная ветвь с узлом (рис. 2 в),
- прямолнейная ветвь и изолированная точка (рис. 2 г),
- прямолнейная ветвь с точкой возврата (рис. 2 д).

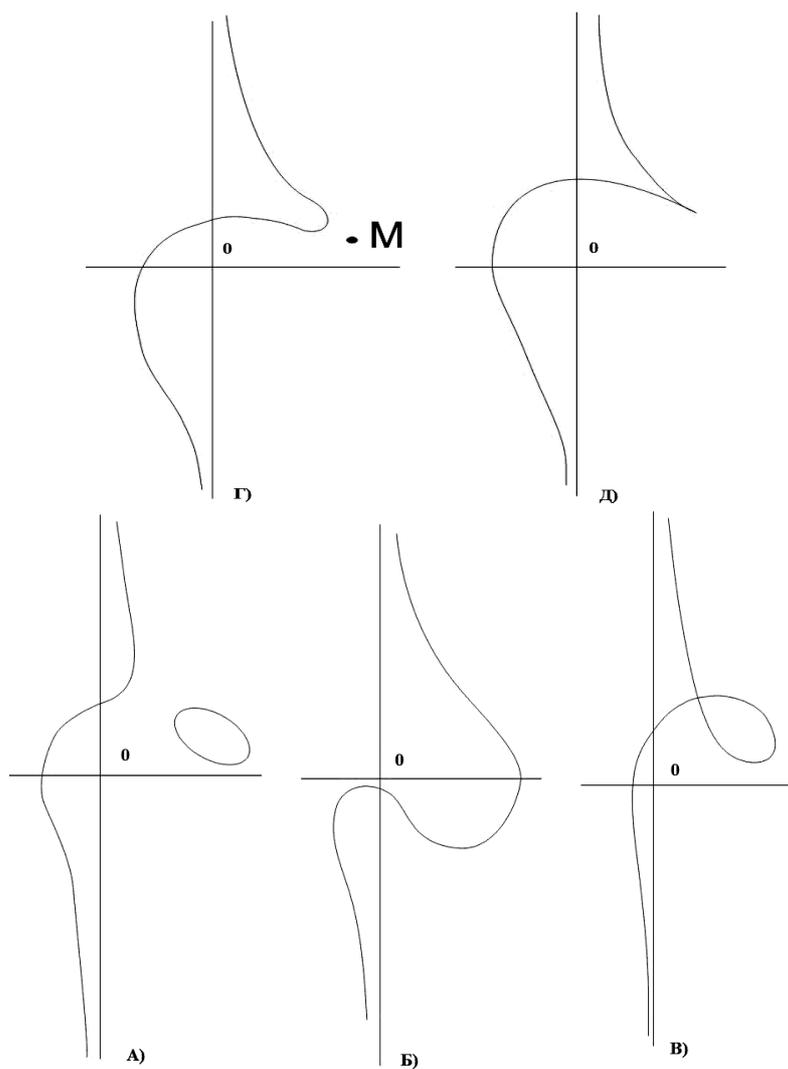


Рис. 2. Кривые 2-ой группы.

3-я группа: (5) имеет двукратный действительный корень и $E+2Fk+Gk^2=0$. Эти кривые называются *hyperbolism sectionum conicarum* (гиперболизмы конических сечений). Их основные формы:

- две ветви с общими асимптотами и бесконечно удаленной точкой возврата (рис. 3 а),
- прямолинейная ветвь с бесконечно удаленной изолированной точкой (рис. 3 б).

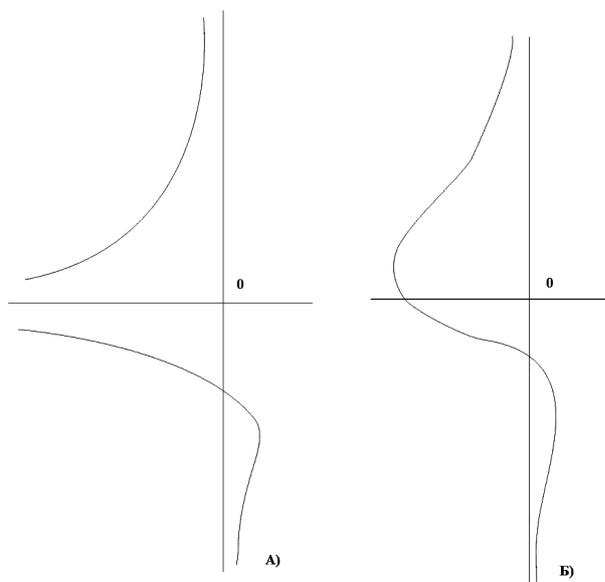


Рис. 3. Кривые 3-ей группы.

4-я группа: (5) имеет трехкратный действительный корень. Здесь возможен только один случай: $E+2Fk+Gk^2 = F+Gk = 0$, при этом $H+Kk = 0$ – кривая распадается на три параллельные прямые.

Таким образом, даже для биминеральных горных пород уравнение (5) порождает большое разнообразие структурных индикатрис 3-го порядка, в формализованном виде выражающих статистики тернарных межзерновых контактов, т.е. в конечном счете – типы взаимных пространственных отношений минеральных зерен различных видов. А ведь это и есть важная составная часть категории петрографической структуры. Методика предлагается для массового тестирования в практике петрографических исследований.

ЛИТЕРАТУРА

Войтеховский Ю.Л. Приложение теории квадратичных форм к проблеме классификации структур полиминеральных горных пород // Изв. ВУЗов. Геология и разведка. 1995. №1. С. 32-42.

Войтеховский Ю.Л. Количественный анализ петрографических структур: метод структурной индикатрисы и метод вычитания аксессуаров // Изв. ВУЗов. Геология и разведка. 2000. №1. С. 50-54.

Савелов А.А. Плоские кривые. Систематика, свойства, применение. Москва-Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2002. 294 с.

Смирнов В.И. Курс высшей математики. Т.1. М.: Физматиз, 1962. 478 с.

Фадеев Д.К. Лекции по алгебре. СПб: Изд-во «Лань», 2002. 416 с.