Труды Карельского научного центра РАН
Выпуск 9. Петрозаводск, 2006. С. 144–154

УДК 338.45.634

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ОТНОШЕНИЙ В ЛЕСНОМ КОМПЛЕКСЕ РЕСПУБЛИКИ КАРЕЛИЯ

В. В. МАЗАЛОВ[1], А. Н. РЕТТИЕВА[1], А. В. РОДИОНОВ[2], А. М. ЦЫПУК[2], А. И. ШИШКИН[2]

[1] Институт прикладных математических исследований Карельского научного центра РАН
[2] Институт экономики Карельского научного центра РАН

Республика Карелия – одна из лучших в России по использованию лесных ресурсов, но при этом существенно отстает от Финляндии, поэтому оптимизация управления отраслью необходима и возможна по критерию рентабельности предпринимателей. Использованы неоклассическая теория экономики и математический аппарат теории игр, рассмотрены примеры. Результаты рекомендуются для добывающих и обрабатывающих природные ресурсы отраслей.

V. V. MAZALOV, A. N. RETTIEVA, A. V. RODIONOV, A. M. TSYPUK, A. I. SHISHKIN. MODELLING OF ECONOMIC RELATIONS IN A FOREST SECTOR OF THE KARELIA REPUBLIC

The Karelia Republic is one of the best in Russia on use of forest resources, but thus essentially lags behind Finland, therefore optimization of management by branch is necessary, and possible by criterion of profitability of businessmen. The new-classic theory of economy and the mathematical device of the theory of games are used, examples are considered. Results are recommended for branches obtaining and processing natural resources.

К л ю ч е в ы е с л о в а: экономические отношения, моделирование, теория игр, рентабельность, лесной комплекс.

Многообразие проблем в лесном комплексе России (РФ), а также то обстоятельство, что они не решены до настоящего времени (взять, к примеру, ситуацию с Лесным Кодексом РФ), позволило предложить гипотезу о том, что существует коренная проблема, из которой проистекают все остальные. Иначе говоря, почему мы такие бедные, если мы богаты природными ресурсами? Идентификации коренной проблемы добывающих отраслей и поиску путей ее решения на примере лесного комплекса посвящена данная работа.

В Карельском научном центре РАН по заказу и в содружестве с другими организациями в течение ряда лет выполнены работы по Программам развития лесного комплекса Республики Карелия (РК), анализу его актуальных проблем, разработке идеологии государственного управления, проблемам коррупции, капитализации, институциональным преобразованиям, охране природы, совершенствованию лесного законодательства.

Выявлено, что при существующей форме собственности на лесные ресурсы в виде монополии государства, а если быть более точным – федеральной собственности, *наиболее актуальной проблемой является поиск экономических форм государственного управления лесной отраслью,* в отличие от действующих – политических и других.

Поскольку объект исследования – лесной комплекс является преимущественно добывающей отраслью в регионе, предполагается полученные результаты исследования использовать также в других добывающих и первично перерабатывающих природные ресурсы отраслях народного хозяйства.

В качестве методологической основы принята неоклассическая теория, основанная на двух априорных положениях: *представлении о рациональном поведении субъекта и определенном равновесном состоянии мира.* Данная теория позволяет применять к объектам экономических исследований математический аппарат, в частности *теорию игр*, благодаря чему неоклассическая теория является ведущим направлением в экономической науке.

Новизна и актуальность темы исследования подтверждена публикациями в рецензируемых изданиях в 2004–2005 гг., выступлениями на конференциях. Претензий на авторство и критических замечаний со стороны других организаций и отдельных лиц не поступило.

Наиболее важным с экономической точки зрения видом лесопользования в РФ является заготовка древесины. Леса России позволяют получать свыше 3200 млрд руб. дохода ежегодно, но валовой продукт в лесном комплексе составляет только 256 млрд руб./год, т. е. 8% возможного.

Республика Карелия (РК) в составе РФ отличается высоким уровнем использования расчетной лесосеки – 72%. Съем древесины с 1 га лесопокрытой площади составляет 0,72 $м^3$/год, прирост древесины на 1 га – 1,5 $м^3$/год, доход по конечному продукту – около 2500 руб. с 1 $м^3$ древесины. В то же время в Финляндии съем древесины с 1 га составляет 2,8 $м^3$/год, доход по конечному продукту – не менее 6000 руб. (по курсу 32 руб. за 1 долл. США) (Оценка ситуации.., 2003).

Таким образом, эффективность лесопользования в Карелии в 10 раз ниже, чем в Финляндии. В целом по России картина еще более мрачная.

Отставание в лесном секторе экономики не устраивает Российское государство как собственника лесов, поэтому Правительством РФ поставлена задача увеличения доли лесного сектора в бюджете до 10%, т. е. более чем в 2 раза, что соответствует амбициозной цели удвоения валового внутреннего продукта РФ за 10 лет (Беляков, 2003; Трутнев, 2004).

В лесопользовании участвуют органы государственного управления (собственники лесов), предприниматели (собственники капитала) и наемные работники (собственники рабочей силы) (Пирс, 1992). Все участники лесопользования в регионе ежегодно несут затраты и получают доходы от совместной деятельности.

Для постановки задачи согласования их интересов примем допущения:

1. Вся произведенная в лесном комплексе продукция реализуется.
2. Все затраты, необходимые для лесопользования, производятся в начале текущего года.
3. Все доходы от реализации получаются в конце текущего года.
4. Наемные работники не располагают возможностью влиять на отношения между собственниками лесов и капитала.

Для решения задачи согласования интересов участников лесопользования предлагается теоретико-игровой подход, а именно – *исследование динамической игры двух лиц:* с одной стороны, это *центр* – государство, регулирующее уровень налогов, с другой – *предприниматель*, который вкладывает часть своей прибыли в развитие лесной отрасли. Наемные работники в игре не участвуют, но стоимость их труда оплачивается из общего дохода от реализации продукции.

Пусть $x(t)$– объем заготовок в момент времени t. Прибыль, получаемая игроком в момент времени , имеет вид:

$H(t) = (1- \tau(t))cx(t) - p(t)\ln x(t) - zx(t)$,

где $\tau(t)$ – уровень налогов, взимаемых с предпринимателя в пользу государства, c – цена продажи единицы готовой продукции, z – затраты на производство единицы продукции.

Рабочие, занятые в лесопользовании, не являются самостоятельными игроками, а заинтересованы в получении индексированной зарплаты $p(t) = p\ (1 + t\Delta)$. Тогда, следуя T. Basar, G. Olsder (1982), примем, что затраты предпринимателя на использование труда рабочих имеют вид $p(t)\ln x(t)$.

Примем, что отношение объема заготовок на шаге t + 1 к объему на шаге t равно отношению затрат, которые пошли на заготовку леса на шаге t + 1 к затратам на шаге t. При этом считаем, что предприниматель отдает $\alpha(t)$ процентов своей прибыли на развитие производства, тогда

$$\frac{x(t+1)}{x(t)} = \frac{zx(t)+\alpha(t)H(t)}{zx(t)}.$$

Откуда получим динамику развития объемов заготовок

$$x'(t) = \frac{\alpha(t)}{z}\{(1-\tau(t))cx(t) - p(t)\ln x(t) - zx(t)\},$$

$$x(0) = x_0 \qquad (1)$$

Игрок заинтересован в максимизации своей остающейся после вложения в производство прибыли на промежутке [0, T]. Функционал выигрыша игрока имеет вид

$$I_1 = \int_0^T (1-\alpha(t))\{(1-\tau(t))cx(t) - p(t)\ln x(t) - zx(t)\} \Rightarrow \max.$$

Запишем выигрыш центра. Государство получает прибыль в виде собираемых с предпринимателя и рабочих налогов вида $\tau(t)cx\ (t)$ + + $\tau_{\varpi}p(t)ln(t)$, где τ_{ϖ} – подоходный налог. Центр несет также затраты по восстановлению лесосеки вида $Mx(t)$. Государству необходимо содержать чиновников, занятых в лесном комплексе. Доходы этих экономических субъектов не должны расти неограниченно, поэтому примем, что государство заинтересовано в том, чтобы доходы чиновников соответствовали некоторому уровню вида $a_0 + a(t)\ln x(t)$, где $a(t) = a(1+t\Delta)$ – индексированная зарплата чиновников, a_0 – поправочный коэффициент. Таким образом, получаем функционал выигрыша государства вида

$$I_0 = \int_0^T \{\tau(t)cx(t) + \tau_w p(t)\ln x(t) - Mx(t) - a_0 - $$
$$- a(t)\ln x(t)\}^2 \Rightarrow \min.$$

Нас интересует оптимальное по Нэшу (Мазалов, Реттиева, 2002; Kaitala et al., 1985) решение, а именно – $(\tau^*(t), \alpha^*(t)$, такое:

$$\begin{cases} I_0(\tau^*,\alpha^*) \le I_0(\tau,\alpha^*),\ \forall\tau, \\ I_1(\tau^*,\alpha^*) \ge I_1(\tau^*,\alpha),\ \forall\alpha. \end{cases} \qquad (2)$$

т. е. государство должно облагать предпринимателя таким уровнем налогов $\tau^*(t)$, при котором он будет вкладывать в развитие производства $\alpha^*(t)$ процентов своей прибыли и никому из игроков невыгодно отклоняться от выбранных стратегий. При этом должно быть выполнено условие удвоения объема заготовок, т. е. $x(T) = kx(0)$ $(k = 2)$.

Для решения поставленной оптимизационной задачи используется принцип максимума Понтрягина (Понтрягин и др., 1976). Зафиксируем управление игрока (предпринимателя). Тогда Гамильтониан для центра (государства) имеет вид

$$H_0 = -((\tau c - M)x + (\tau_w p - a)\ln x - a_0)^2 +$$
$$+ \lambda_0 \frac{\alpha}{z}((1-\tau)cx - p\ln x - zx).$$

Максимум H_0 достигается на

$$\tau^*(t) = \frac{Mx(t) - (\tau_w p(t) - a(t))\ln x(t) - \lambda_0(t)\frac{\alpha(t)}{2z} + a_0}{cx(t)}.$$

Уравнение для λ_0 получаем согласно принципу максимума (Basar, Olsder, 1982):

$$\lambda_0'(t) = -\frac{\partial H_0}{\partial x} =$$
$$= 2\{(\tau c - M)x(t) + (\tau_w p(t) - a(t))\ln x(t) - a_0\}\cdot$$
$$\cdot\{\tau(t)c - M + \frac{\tau_w p(t) - a(t)}{x(t)}\} -$$
$$-\lambda_0(t)\frac{\alpha(t)}{z}((1-\tau(t))c - z - \frac{p(t)}{x(t)})$$

Центр заинтересован в увеличении выработки леса в k раз (у нас $k = 2$), поэтому условие трансверсальности для сопряженной переменной имеет вид $\lambda_0(T) = b$, и при выполнении $b > 0$ тождество $b(kx(0) - x(T)) = 0$ выполняется при $x(T) = kx(0)$ (закрепленный конец).

Зафиксируем управление центра. Гамильтониан для игрока имеет вид:

$$H_1 = ((1-\tau)cx - p\ln x - zx)(1 - \alpha + \lambda_1\frac{\alpha}{z}).$$

$$\frac{\partial H_1}{\partial\alpha} = \{(1-\tau)cx - p\ln x - zx\}(\frac{\lambda_1}{z} - 1).$$

Мы предполагаем, что $x(t)$ растет на всем промежутке времени [0,T], следовательно, $x'(t) > 0$, что равносильно (см. (1)) $(1 - \tau(t))cx(t) - p\ln x(t) - zx(t) > 0$. Поэтому выражение в фигурных скобках положительно.

Тогда стратегия α, дающая максимум H_1, имеет вид:

$$\begin{cases} \text{При } \lambda_1 > z \Rightarrow \alpha(t) \equiv 1, \\ \text{при } \lambda_1 = z \Rightarrow \alpha(t) \text{ любое}, \\ \text{при } \lambda_1 < z \Rightarrow \alpha(t) \equiv \alpha_{min}. \end{cases}$$

Уравнение для λ_1 получаем согласно принципу максимума:

$$\lambda_1'(t) = -\frac{\partial H_1}{\partial x} = \{(1-\tau(t))c - z - \frac{p(t)}{x(t)}\}\cdot$$
$$\cdot(\alpha(t) - 1 - \lambda_1(t)\frac{\alpha(t)}{z}),\ \lambda_1(T) = 0,$$

где выражение в фигурных скобках положительно (размерность $x(t)$ высока, поэтому выполняется условие $x(t)>e$, следовательно, $(1 - \tau(t))cx(t) - zx(t) > p\ln x(t) > p$ *при* $x(t) > e$).

Подставляя выражение для $\tau^*(t)$ в систему, получим

$$\begin{cases} x'(t) = \dfrac{\alpha(t)}{z}\{(c - M - z)x(t) + \\ +(\tau_w p(t) - p(t) - a(t))\ln x(t) + \lambda_0(t)\dfrac{\alpha(t)}{2z} - a_0\} \\ \lambda_0'(t) = -\lambda_0(t)\dfrac{\alpha(t)}{z}(c - M - z + \\ +\dfrac{1}{x(t)}(\tau_w p(t) - p(t) - a(t))) \\ \lambda_1'(t) = (\alpha(t) - 1 - \lambda_1(t)\dfrac{\alpha(t)}{z})\{c - M - z - \dfrac{p(t)}{x(t)} + \\ +\dfrac{1}{x(t)}((\tau_w p(t) - a(t))\ln x(t) + \lambda_0(t)\dfrac{\alpha(t)}{2z} - a_0)\} \end{cases} \qquad (3)$$

с начальными данными на правом конце $x(t) = kx_0$, $\lambda_0(T) = b$, $\lambda_1(T) = 0$, где b определяется из условия, что в начальный момент времени $x(0) = x_0$.

Докажем следующее утверждение:

Утверждение 1. Оптимальное по Нэшу управление игрока в задаче (2) может быть только двух видов:

1) $\alpha^*(t) \equiv \alpha_{min}\ \ (\lambda_1(t) < z),\ t \in [0,T],$

2) $\begin{cases} \alpha^*(t) \equiv 1\ \ (\lambda_1(t) > z),\ t \in [0,t_0), \\ \alpha^*(t) \equiv \alpha_{min}\ \ (\lambda_1(t) < z),\ t \in (t_0,T]. \end{cases}$

При этом для конкретных значений параметров задачи оптимальным управлением является одно из этих двух.

Оптимальное управление центра имеет вид:

$$\tau^*(t)=\frac{Mx(t)-(\tau_w p(t)-a(t))\ln x(t)-\lambda_0(t)\frac{\alpha(t)}{2z}+a_0}{cx(t)}.$$

Доказательство. Определим возможные варианты функции $\alpha^*(t)$:

1. Пусть $\lambda_1(t)=z$. Тогда

$$\alpha^*(t)=\frac{2z}{\lambda_0(t)}[(c-M-z)x(t)+(\tau_w p(t)-$$
$$-a(t))\ln x(t)-p(t)],$$

но, если условие трансверсальности $\lambda_1(t)=0$, то этого варианта быть не может.

2. Определим знак $\lambda_1(t)$. Перепишем уравнение для сопряженной переменной из системы (3) в виде:

$$\lambda_1(t)=-(1-\alpha(t))N(t)-\lambda_1(t)\frac{\alpha(t)}{z}N(t) \qquad (4)$$

где $N(t)=\frac{1}{x(t)}\{(1-\tau(t))cx(t)-zx(t)-p(t)\}>0$ и $1-\alpha(t)>0$. Тогда, как это было сделано у V. Kaitala и др. (1985), нетрудно показать, что:

$\lambda_1(t)>0$, $t\in[0,T]$.

Тогда из уравнения (4) видно, что $\lambda_1(t)<0$, т. е. $\lambda_1(t)$ – положительная убывающая функция.

Из этого следует:

$$\begin{cases}\lambda_1>z \text{ при } \lambda_1(T)=0>z \text{ (что невозможно)},\\ \lambda_1<z \text{ при } \lambda_1(0)<z,\end{cases}$$

либо существует точка $\lambda_1(t_0)=z$.

Таким образом, остаются два варианта:

1) $\lambda_1(t)<z,\ t\in[0,T]\Rightarrow\alpha(t)\equiv\alpha_{min}$,

и необходимо решить систему (3) с $\alpha(t)=\alpha_{min}$.

2) $\begin{cases}\lambda_1(t)>z,\ t\in[0,t_0)\Rightarrow\alpha(t)\equiv 1,\\ \lambda_1(t)<z,\ t\in(t_0,T]\Rightarrow\alpha(t)\equiv\alpha_{min}.\end{cases}$,

и система (3) распадается на две системы:

$$\begin{cases}x'(t)=\frac{\alpha_{\min}}{z}\{(c-M-z)x(t)+\\ \quad+(\tau_w p(t)-p(t)-a(t))\ln x(t)+\lambda_0(t)\frac{\alpha_{\min}}{2z}-a_0\}\\ \lambda_0'(t)=-\lambda_0(t)\frac{\alpha_{\min}}{z}(c-M-z+\\ \quad+\frac{1}{x(t)}(\tau_w p(t)-p(t)-a(t))) \qquad (3.1)\\ \lambda_1'(t)=(\alpha_{\min}-1-\lambda_1(t)\frac{\alpha_{\min}}{z})\{c-M-z-\frac{p(t)}{x(t)}+\\ \quad+\frac{1}{x(t)}((\tau_w p(t)-a(t))\ln x(t)+\lambda_0(t)\frac{\alpha_{\min}}{2z}-a_0)\}\end{cases}$$

с начальными данными

$x(T)=kx_0$, $\lambda_0(T)=b$, $\lambda_1(T)=0$,

а также:

$$\begin{cases}x'(t)=\frac{1}{z}\{(c-M-z)x(t)+\\ \quad+(\tau_w p(t)-p(t)-a(t))\ln x(t)+\lambda_0(t)\frac{1}{2z}-a_0\}\\ \lambda_0'(t)=-\lambda_0(t)\frac{1}{z}(c-M-z+\\ \quad+\frac{1}{x(t)}(\tau_w p(t)-p(t)-a(t))) \qquad (3.2)\\ \lambda_1'(t)=-\lambda_1(t)\frac{1}{z}\{c-M-z-\frac{p(t)}{x(t)}+\\ \quad+\frac{1}{x(t)}((\tau_w p(t)-a(t))\ln x(t)+\lambda_0(t)\frac{1}{2z}-a_0)\}\end{cases}$$

с начальными данными

$x(0)=x_0$, $\lambda_1(t_0)=z$.

Примеры моделирования:

Моделирование проведено для следующих значений:

$c=100$, $z=30$, $\Delta=0{,}2$, $\tau_w=0{,}13$,
$p=40$, $a=5$, $M=7$, $T=10$.

Рассмотрим случай, когда оптимальная стратегия игрока имеет переключение в точке t_0 ($\alpha_1(t)=0{,}9$, $t\in[0,t_0)$) ($\alpha_2(t)=\alpha_{min}=0{,}2$, $t\in(t_0,T]$).

Приведем пример для $\alpha_0=430$ (значение поправочного коэффициента взято из условия, что в начальный момент времени выигрыш центра равен нулю, т. е. $\tau_0 cx_0+\tau_w p\ln x_0-Mx_0-a_0-a\ln x_0=0$ при начальном уровне налогов $\tau_0=0{,}5$).

Получим, что точкой переключения будет момент времени $t_0=9$. Тогда оптимальное значение $\tau^*(t)$ приведено на рис. 1, а. При этом объем заготовок возрастет с 10 до 20 (рис. 1, б).

Выигрыш игрока при оптимальном поведении составит $I_1=692{,}702$. Выигрыш центра составит $I_0=26013{,}664$.

Приведем также графики выигрышей центра и игрока. На рис. 1, в показана разница между выигрышем центра и уровнем зарплаты чиновников, а на рис. 1, г – выигрыш игрока.

Приведем пример для $a_0=730$ (т. е. $\tau_0 cx_0+\tau_w p\ln x_0-Mx_0-a_0-a\ln x_0=0$ при начальном уровне налогов $\tau_0=0{,}8$). Точка переключения в данном случае получится $t_0=8{,}2$. Тогда оптимальное значение приведено на рис. 2, а. При этом объем заготовок возрастает, как и требуется, с 10 до 20 (рис. 2, б).

Выигрыш игрока при оптимальном поведении составит $I_1=253{,}959$. Выигрыш центра составит $I_0=205249{,}954$.

Приведем также графики выигрышей центра и игрока. На рис. 2, в показана разница между выигрышем центра и уровнем зарплаты чиновников, а на рис. 2, г – выигрыш игрока.

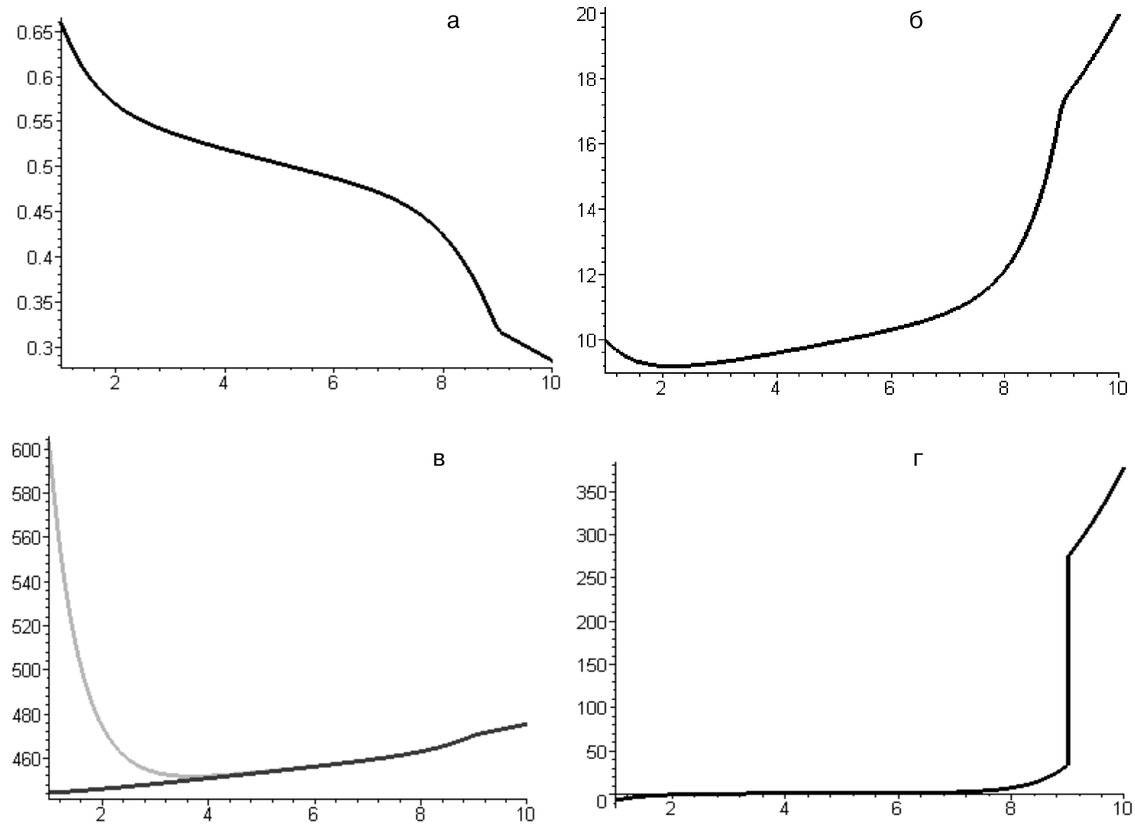

Рис. 1. Пример 1:

а – значения $\tau^*(t)$, б – значения $x^*(t)$, в – значения I_0, г – значения I_1

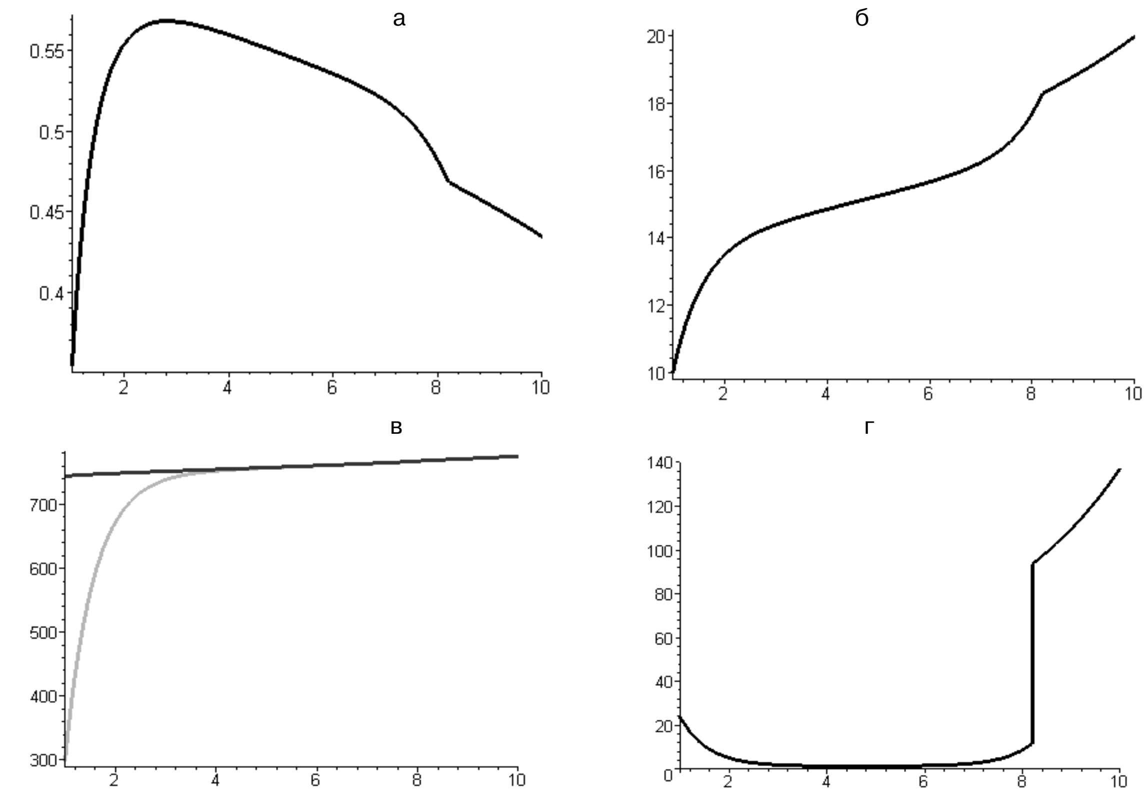

Рис. 2. Пример 2:

а – значения $\tau^*(t)$, б – значения $x^*(t)$, в – значения I_0, г – значения I_1

Задача с функционалом рентабельности. Рассмотрим предыдущую задачу, но с другим функционалом выигрыша предпринимателя. Динамика развития объемов заготовок, как и ранее, имеет вид:

$$x'(t)=\frac{\alpha(t)}{z}\{(1-\tau(t))cx(t)-p(t)\ln x(t)-zx(t)\},$$
$$x(0)=x_0. \qquad (5)$$

Игрок заинтересован в том, чтобы его рентабельность составляла *r* %, а именно:

$$\eta=\frac{\text{доход}-\text{затраты}}{\text{затраты}}=\frac{(1-\alpha(t))H(t)-\alpha(t)H(t)}{\alpha(t)H(t)}\to r.$$

Откуда получаем функционал выигрыша игрока:

$$I_1=\int_0^T(\alpha(t)-\frac{1}{2+r})^2\Rightarrow\min.$$

С течением времени государство заинтересовано в том, чтобы доходы чиновников соответствовали некоторому уровню. Аналогично предыдущей модели получаем функционал выигрыша государства вида:

$$I_0=\int_0^T\{\tau(t)cx(t)+\tau_w p(t)\ln x(t)-Mx(t)-a_0-$$
$$-a(t)\ln x(t)\}^2\Rightarrow\min.$$

Нас интересует оптимальное по Нэшу решение, а именно – $(\tau^*(t),\alpha^*(t))$, такое что:

$$\begin{cases}I_0(\tau^*,\alpha^*)\le I_0(\tau,\alpha^*),\ \forall\tau,\\ I_1(\tau^*,\alpha^*)\le I_1(\tau^*,\alpha),\ \forall\alpha.\end{cases} \qquad (6)$$

Для решения задачи снова используется принцип максимума Понтрягина. Зафиксируем управление игрока (предпринимателя). Тогда Гамильтониан для центра (государства) имеет вид:

$$H_0=-((\tau c-M)x+(\tau_w p-a)\ln x-a_0)^2+$$
$$+\lambda_0\frac{\alpha}{z}((1-\tau)cx-p\ln x-zx).$$

Максимум H_0 достигается на

$$\tau^*(t)=\frac{Mx(t)-(\tau_w p(t)-a(t))\ln x(t)-\lambda_0(t)\frac{\alpha(t)}{2z}+a_0}{cx(t)}.$$

Уравнение для $\lambda_0(t)$ получаем согласно принципу максимума (Basar, Olsder, 1982):

$$\lambda_0'(t)=-\frac{\partial H_0}{\partial x}=$$
$$=2\{(\tau c-M)x(t)+(\tau_w p(t)-a(t))\ln x(t)-a_0\}\cdot$$
$$\cdot\{\tau(t)c-M+\frac{\tau_w p(t)-a(t)}{x(t)}\}-$$
$$-\lambda_0(t)\frac{\alpha(t)}{z}((1-\tau(t))c-z-\frac{p(t)}{x(t)})$$

Центр заинтересован в увеличении выработки леса в k раз (у нас $k=2$), поэтому условие трансверсальности для сопряженной переменной имеет вид $\lambda_0(T)=b$, и при выполнении $b>0$ тождество $b(kx(0)-x(T))=0$ выполняется при $x(T)=kx(0)$ (закрепленный конец).

Зафиксируем управление центра. Гамильтониан для игрока имеет вид:

$$H_1=-(\alpha-\frac{1}{2+r})^2+\lambda_1\frac{\alpha}{z}((1-\tau)cx-p\ln x-zx).$$

Максимум H_1 достигается на

$$\alpha^*(t)=\frac{\lambda_1(t)}{z}\{(1-\tau(t))cx(t)-p(t)\ln x(t)-zx(t)\}+\frac{1}{2+r}.$$

Уравнение для $\lambda_1(t)$ согласно принципу максимума (Basar, Olsder, 1982) получаем:

$$\lambda_1'(t)=-\frac{\partial H_1}{\partial x}=-\lambda_1(t)\frac{\alpha(t)}{z}((1-\tau(t))c-z-\frac{p(t)}{x(t)}).$$

Причем в конечный момент времени $\lambda_1(T)=0$. Тогда $\lambda_1(t)\equiv 0$, и получим следующие выражения для оптимальных управлений:

$$\alpha^*(t)=\frac{1}{2+r},$$
$$\tau^*(t)=\frac{Mx(t)-(\tau_w p(t)-a(t))\ln x(t)}{cx(t)}-\frac{\lambda_0(t)}{2z(2+r)cx(t)}.$$

Подставляя выражение для τ^* и α^* в систему, получим:

$$\begin{cases}x'(t)=\frac{1}{(2+r)z}\{(c-M-z)x(t)+\lambda_0(t)\frac{1}{2z(2+r)}-a_0+\\ \quad+(\tau_w p(t)-p(t)-a(t))\ln x(t)\} \qquad (7)\\ \lambda_0'(t)=-\frac{\lambda_0(t)}{z(2+r)}(c-M-z+\frac{1}{x(t)}(\tau_w p(t)-p(t)-a(t)))\end{cases}$$

с начальными данными на правом конце
$$x(t)=kx_0,\ \lambda_0(T)=b,$$
где b определяется из условия, что в начальный момент времени $x(0)=x_0$.

Таким образом, получили следующее утверждение:

Утверждение 2. Равновесие по Нэшу в задаче (6) имеет вид:

$$\alpha^*(t)=\frac{1}{2+r},$$
$$\tau^*(t)=\frac{Mx(t)-(\tau_w p(t)-a(t))\ln x(t)}{cx(t)}-\frac{\lambda_0(t)}{2z(2+r)cx(t)},$$

где $x(t)$, $\lambda_0(t)$ удовлетворяют системе (7).

Примеры моделирования:

Приведем пример для a_0 = 730 (аналогично предыдущей модели a_0 определяется из условия $\tau_0 c x_0 + \tau_w p \ln x_0 - M x_0 - a_0 - a \ln x_0 = 0$ при τ_0 = 0,8). Тогда оптимальное значение приведено на рис. 3, а. При этом объем заготовок возрастет с 10 до 20 (рис. 3, б).

Приведем также графики выигрышей центра и игрока. На рис. 3, в показана разница между выигрышем центра и уровнем зарплаты чиновников.

Выигрыш игрока при оптимальном поведении нулевой I_1 = 0. Выигрыш центра составит I_0 = 255693.

Приведем пример для a_0 = 430 ($\tau_0 c x_0 + \tau_w p \ln x_0 - M x_0 - a_0 - a \ln x_0 = 0$ при τ_0 = 0,5). Тогда оптимальное значение $\tau^*(t)$ приведено на рис. 4, а. При этом объем заготовок возрастет с 10 до 20 (рис. 4, б). Приведем также графики выигрышей центра и игрока. На рис. 4, в показана разница между выигрышем центра и уровнем зарплаты чиновников.

Выигрыш игрока при оптимальном поведении нулевой I_1 = 0. Выигрыш центра составит I_0 = 23171.

Для наглядной демонстрации возможностей использования различных подходов к решению поставленной задачи рассмотрим *статическую модель* согласования интересов участников лесопользования (Родионов, 2004).

Ежегодные затраты государства на лесопользование в регионе складываются из стоимости работ по содержанию лесного фонда региона и работ по лесовосстановлению.

$$C_G = S \cdot K_S + Q \cdot k_Q, \tag{8}$$

где S – площадь лесного фонда региона, га; k_S – стоимость работ по охране лесов от вредителей, пожаров, незаконного использования, учета лесных ресурсов в регионе, руб./га; Q – площадь лесовосстановительных работ в регионе, га; k_Q – стоимость лесовосстановительных работ в регионе, руб./га.

Ежегодные доходы государства от лесопользования включают попенную плату, экспортную пошлину, налог на добавленную стоимость (для продукции, реализуемой на внутреннем рынке), подоходный налог и налог на прибыль.

$$\begin{aligned} D_G = {} & \tau_F \cdot F + \sum_{i=1}^{n} \tau_E^i \cdot P_E^i \cdot V_E^i + \sum_{i=1}^{n} \tau_O^i \cdot P_O^i \cdot V_O^i + \\ & + \tau_W \cdot [l_S \cdot W_S + l_H \cdot W_H + l_N \cdot W_N + l_T \cdot W_T] + \\ & + \tau_K \cdot \sum_{i=1}^{n} [(1-\tau_E^i) \cdot P_E^i \cdot V_E^i + (1-\tau_O^i) \cdot P_O^i \cdot V_O^i] - \\ & - \tau_K \cdot \sum_{i=1}^{n} [(1-\tau_E^i) \cdot P_E^i \cdot V_E^i + (1-\tau_O^i) \cdot P_O^i \cdot V_O^i] \cdot Z^i \end{aligned} \tag{9}$$

где τ_F – средневзвешенная величина попенной платы в регионе, руб./м³; F – объем лесозаготовок в регионе, м³; t_E – ставка экспортной пошлины на лесную продукцию; P_E – средневзвешенная цена реализации лесной продукции на внешнем рынке, руб./м³; V_E – объем реализации лесной продукции на внешнем рынке, м³; t_O – ставка налога на добавленную стоимость;

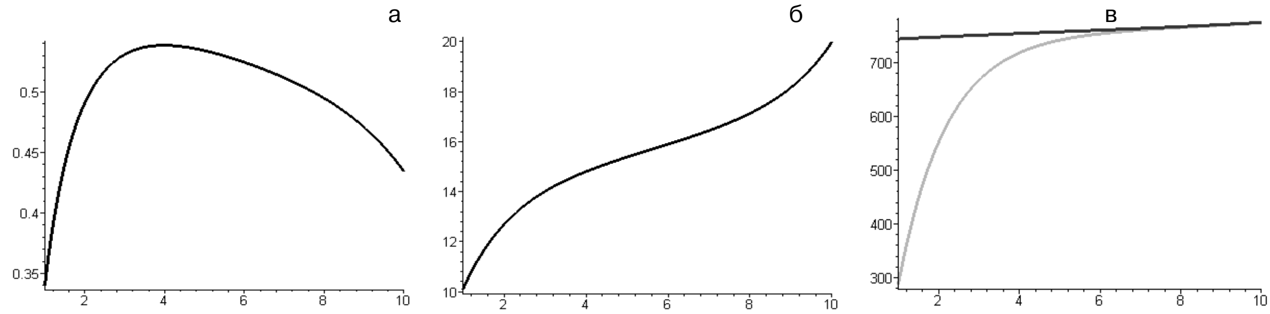

Рис. 3. Пример 3:

а – значения $\tau^*(t)$, б – значения $x^*(t)$, в – значения I_0

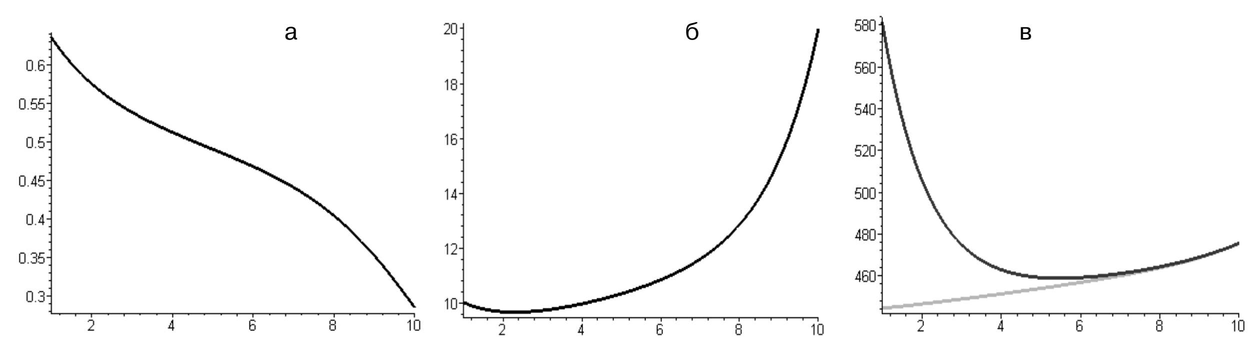

Рис. 4. Пример 4:

а – значения $\tau^*(t)$, б – значения $x^*(t)$, в – значения I_0

P_O – средневзвешенная цена реализации лесной продукции на внутреннем рынке, руб./м³; V_O – объем реализации лесной продукции на внутреннем рынке, м³; τ_W – ставка подоходного налога; l_S и W_S – соответственно среднегодовая численность, чел., и заработная плата, руб./год, рабочих и служащих в лесном хозяйстве региона; l_H и W_H – соответственно среднегодовая численность, чел., и заработная плата, руб./год, рабочих и служащих в лесозаготовительной промышленности региона; l_N и W_N – соответственно среднегодовая численность, чел., и заработная плата, руб./год, рабочих и служащих в лесопильно-деревообрабатывающей промышленности региона; l_T и W_T – соответственно среднегодовая численность, чел., и заработная плата, руб./год, рабочих и служащих в целлюлозно-бумажной промышленности региона; τ_K – ставка налога на прибыль; Z^i – затраты предпринимателей на 1 рубль i-го вида продукции, руб.

Ежегодные затраты и доходы предпринимателей рассчитываются на производство продукции, реализуемой на экспорт и на внутреннем рынке:

Затраты предпринимателей C_B:

$$C_B = \sum_{i=1}^{n} [(1-\tau_E^i)\cdot P_E^i \cdot V_E^i + (1-\tau_O^i)\cdot P_O^i \cdot V_O^i]\cdot Z^i \quad (10)$$

Доходы предпринимателей D_B:

$$D_B = (1-\tau_K)\cdot \sum_{i=1}^{n} [(1-\tau_E^i)\cdot P_E^i \cdot V_E^i + (1-\tau_O^i)\cdot P_O^i \cdot V_O^i] + \tau_K \cdot \sum_{i=1}^{n} [(1-\tau_E^i)\cdot P_E^i \cdot V_E^i + (1-\tau_O^i)\cdot P_O^i \cdot V_O^i]\cdot Z^i \quad (11)$$

Здесь большое значение имеет величина Z^i – затраты в рублях на 1 рубль i-го вида продукции. В нашем расчете мы принимали эту величину из данных Госкомстата. Как ее определяет статистика – непонятно. Наверно, обратным расчетом исходя из декларируемых доходов предпринимателей.

Затраты наемных работников C_R считаются наиболее просто, так как они, согласно теории (Родионов, 2004), равняются стоимости их рабочей силы с учетом ее воспроизводства.

$$C_R = 2 \cdot M_A \cdot [l_S + l_H + l_N + l_T], \quad (12)$$

где M_A – среднегодовой прожиточный минимум для работника, руб.

Доход наемных работников, D_R

$$D_R = (1 - \tau_W)\cdot [l_S \cdot W_S + l_H + W_H + l_N + l_T \cdot W_T] \quad (13)$$

Рентабельность η затрат участников лесопользования можно определить по известной формуле

$$\eta = \frac{D-C}{C}\cdot 100\% , \quad (14)$$

где D – доходы, руб.; C – затраты, руб.

Анализ затрат и доходов участников лесопользования (данные 2002 г.) выявил следующую картину, см. рис. 5 и табл.

Рентабельность затрат участников лесопользования, %

Рентабельность затрат	Государство	Предприниматели	Работники
До корректировки	3128	13,5	–4
После корректировки	2991	13,5	0

Рентабельность затрат наемных работников оказалась отрицательной, т. е. на свой труд они тратят больше, чем необходимо для простого воспроизводства. В результате наблюдается две тенденции:

1) Отток наемных работников из лесного комплекса, если они конкурентоспособны на других секторах рынка труда;

2) Общее снижение населения в регионе.

Рентабельность затрат предпринимателей составляет 13,5%, что позволяет им с трудом «держаться на плаву». Заметим, что продолжается рост количества убыточных предприятий в лесном секторе экономики.

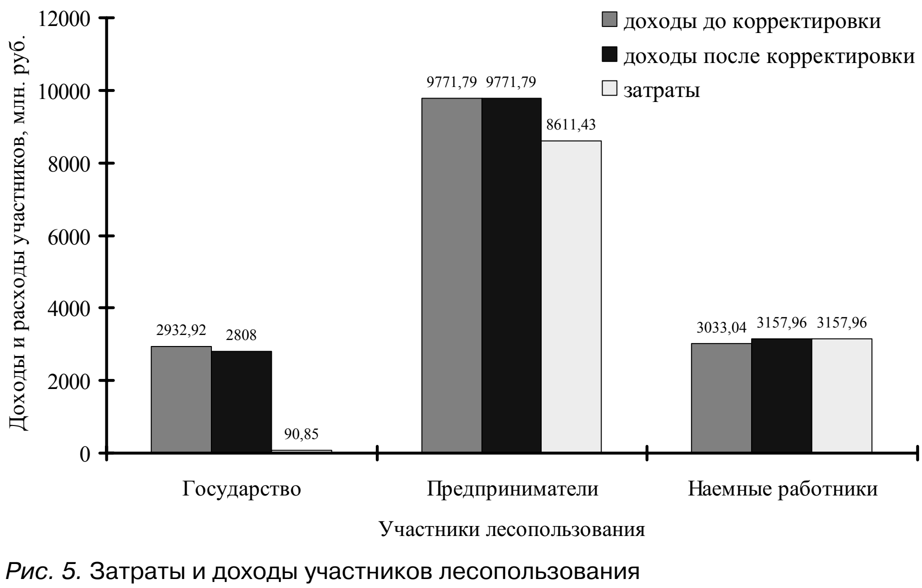

Рис. 5. Затраты и доходы участников лесопользования

Рентабельность затрат государства – определение непривычное (пока). Однако если разделить разницу между доходами и затратами, т. е. прибыль, на затраты государства в лесном комплексе РК, то получается величина 3128%! К. Маркс с его определением хищнической природы капиталистов (300%) «отдыхает».

В результате образуется триллионный (в долларах) стабилизационный фонд, который чиновники не знают, куда пристроить – на фоне подавляющей бедности населения страны.

Что из этого следует?

1) Необходимо безотлагательно повысить рентабельность наемного труда, хотя бы до уровня простого воспроизводства.

2) Сделать это за счет предпринимателей невозможно, так как рентабельность их на нижнем пределе выживаемости бизнеса. Еще немного – и произойдет разорение или переход капитала в другие секторы экономики.

3) Выровнять рентабельность труда можно и нужно за счет государства, которое практически не заметит снижения в результате небольшого перераспределения своих доходов – на 4%!

Представленные данные могут показаться недостоверными, однако они легко проверяются из *уравнений баланса* затрат и доходов участников лесопользования.

$$X = V \cdot \lambda,\ X(t) = D_G(t) + D_B(t) + D_R(t) \qquad (15)$$

Предприниматели:

$$C_B(t+1) = \frac{X(t+1)}{X(t)} \cdot C_B(t),$$

$$D_B(t+1) = [1+\eta_B] \cdot C_B(t). \qquad (16)$$

Наемные работники:

$$C_R(t+1) = \frac{X(t+1)}{X(t)} \cdot C_R(t),$$

$$D_R(t+1) = [1+\eta_R] \cdot C_R(t). \qquad (17)$$

Государство:

$$C_G(t+1) = \frac{V(t+1)}{V(t)} \cdot C_G(t),$$

$$D_G(t+1) = X(t+1) - D_B(t+1) - D_R(t+1). \qquad (18)$$

Здесь: X – годовая выручка от реализации лесной продукции, руб.; (t) – текущий год; V – годовой объем заготовки древесины, м^3; λ – стоимость продукции из 1 м^3 древесины, руб./м^3; D_B – доход предпринимателей, руб.; D_R – доход работников, руб.; D_G – доход государства, руб.; η_G – рентабельность затрат государства, %; η_B – рентабельность затрат предпринимателей, %; η_R – рентабельность затрат работников, %; C_B – затраты предпринимателей, руб.; C_R – затраты работников, руб.; C_G – затраты государства, руб.

Совместная деятельность участников характеризуется, прежде всего, годовым объемом заготовки V, м^3 древесного сырья. λ – стоимость продукции из 1 м^3 древесины, руб./м. Результатом деятельности является годовая выручка от реализации лесной продукции X, руб., см. формулу (15).

Как уже было отмечено, доходы предпринимателей и наемных работников достаточно прозрачные. Куда девается разница между общим доходом и их долей? Достается третьему участнику (других просто нет) – государству!

Участники лесопользования вкладывают часть своих доходов в виде затрат на лесопользование в следующем году. Объем заготовки леса и стоимость продукции из 1 м^3 древесины постепенно растут.

Чтобы определить продолжительность периода T, лет достижения максимального использования лесных ресурсов по объему заготовки и стоимость вырабатываемой продукции при текущей ежегодной рентабельности предпринимателей η_B, %, а также обосновать величину этой рентабельности для достижения цели за определенный период N, лет, нами разработана и обоснована простая математическая модель.

Примем, что весь доход $D_B(t)$, получаемый предпринимателями на шаге (t), преобразуется в их затраты $C_B(t+1)$ на шаге (t + 1) по достижению поставленной цели; затраты государства прямо пропорциональны увеличению объемов заготовки древесины; затраты работников прямо пропорциональны увеличению выручки от лесной продукции.

Продолжительность периода T определится так, см. формулу (2), где V_{max} – максимально допустимый годовой объем заготовки, м^3/год; λ_{max} – максимально возможная стоимость продукции из 1 м^3 древесины, руб.; V_0 – начальный годовой объем заготовки, м^3/год; λ_0 – начальная стоимость продукции из 1 м^3 древесины, руб., где η_G – рентабельность затрат государства, %; η_R – рентабельность затрат наемных работников, %.

Тогда период T, лет определится из выражения:

$$T = \frac{\lg\left(\frac{V_{max}}{V_0} \cdot \frac{\lambda_{max}}{\lambda_0}\right)}{\lg(1+\eta_B)}. \qquad (19)$$

Если ставится задача достижения максимальной отдачи от лесного сектора региона в течение заданного периода времени N, то можно воспользоваться следующей формулой:

$$[\eta_B] = \left[\left(\frac{V_{max}}{V_0} \cdot \frac{\lambda_{max}}{\lambda_0}\right)^{\frac{1}{N}} - 1\right] \cdot 100\%. \qquad (20)$$

Расчеты по формулам (19) и (20) показали, что для достижения в РК V_{max} = 14 млн м^3 (например) и λ_{max} = 6400 руб. при условии доведения рентабельности затрат работников до положительного значения и сохранения рентабельности предпринимателей на уровне 13,5% потребуется 14 лет.

Если поставить задачу достижения максимальных показателей за 10 лет, потребуется величина рентабельности предпринимателей не менее 19%.

Минимально возможная продолжительность периода достижения цели при тех же исходных данных составляет 6 лет, при этом рентабельность предпринимателей должна быть увеличена до 33,4%.

Естественно, при снижении «планки» объема заготовок период его достижения сократится.

Предлагаемая методика может быть адаптирована к любому уровню функционирования отрасли общественного производства, основанной на добыче и переработке природных ресурсов, – на уровне федерации, региона, административного образования.

Заключение

В чем заключается задача государственного управления отраслью? Она сводится к мониторингу рентабельности предпринимателей и своевременному реагированию путем изменения налогов и пошлин, а также распределением ресурсов, если рентабельность ниже или значительно выше оптимальной величины.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 06-01-00128-а).

Литература

Беляков А., 2003. Лес рубят. Куда деньги летят? // Лесная газета. 20 мая.

Лесной комплекс Республики Карелия в 1998–2002 гг.: Стат. сб., 2003. Петрозаводск: Госкомстат РК. 63 с.

Мазалов В. В., Реттиева А. Н., 2002. Об одной задаче управления популяцией // Обозрение прикладной и промышленной математики. № 9, вып. 2. С. 293–306.

Оценка ситуации и анализ состояния лесного комплекса Республики Карелия: Отчет о НИР (заключ.), 2003 / Ин-т экономики КарНЦ РАН; рук. А. И. Шишкин. Петрозаводск. 51 с.

Петросян А. А., Зенкевич Н. А., Семина Е. А., 1998. Теория игр. М.

Понтрягин Л. С., Болтянский В. Г., Гамкрелидзе Р. В., Мищенко Е. Ф., 1976. Математическая теория оптимальных процессов. М.: Наука.

Пирс П. Х., 1992. Введение в лесную экономику. М.: Экология. 224 с.

Родионов А. В., 2004. Повышение эффективности лесопользования. Петрозаводск: ПетрГУ. 128 с.

Трутнев Ю., 2004. Никогда не ощущаю себя в лесу «диким» городским человеком // Лесная газета. 18 сентября.

Basar T., Olsder G. J., 1982. Dynamic noncooperative game theory. New York: Academic Press.

Kaitala V., Hamalainen R. P., Ruusunen J., 1985. On the analysis of equilibria and bargaining in a fishery game // Optimal Control Theory and Economic Analysis. N 2. P. 593–605.