Труды ИПМИ КарНЦ РАН

Выпуск 9, 2008

УДК 519.144.1 + 519.16

ГИБРИДНАЯ МЕТАЭВРИСТИКА ДЛЯ ПОТОКОВОЙ ЗАДАЧИ ШТЕЙНЕРА

В. Д. Кукин

Представлена гибридная метаэвристика для поиска оптимальных топологий в евклидовой задаче Штейнера с потоками и зависящими от них весами.

1. Введение

Проблема Штейнера [1] относится к классу комбинаторных задач минимизации и является NP-трудной [2]. В цикле работ, посвящённых обобщению евклидовой задачи Штейнера на случай с потоками и весами (потоковой задаче), проведены исследования по разработке приближённого метода ее решения. Основные результаты, приведенные в [3-6], включают эволюционную модель, генетические операторы, композитный алгоритм с направленным поиском и оптимизацию управляющих параметров. Алгоритм успешно находит решение задачи не только с потоками, но и без потоков. Решение представлено полной топологией и оптимальными координатами точек Штейнера (ТШ), однозначно определяющими дерево Штейнера (ДШ) [1]. Для оптимизации положения ТШ используется один из методов непрерывной оптимизации многопараметрической целевой функции [7]. Для поиска оптимальных топологий дерева разработана гибридная метаэвристика, методический аспект которой обсуждается в этой статье.

Основные определения. Пусть $P =< S, f >$ — комбинаторная задача минимизации. Здесь S – пространство допустимых решений (поиска); обычно S – конечное или счетное множество, а его элементы – целые числа, множества, перестановки или графические структуры. Целевая функция $f : S \rightarrow R^+$ — неотрицательная вещественная функция. Решить задачу P — значит найти глобально минимальное решение $s^* \in S: \ f(s^*) \le f(s), \forall s \in S$. Пусть $N: \ S \to 2^S$ – функция окрестности, назначающая $\forall s \in S$ множество соседних решений, или окрестность $N(s) \subset S$. Решение $\hat{s} \in S$ называют локально минимальным относительно окрестности $N(\hat{s})$, если $f(\hat{s}) \le f(s), \forall s \in N(\hat{s})$.

Обозначим евклидову задачу Штейнера в комбинаторной постановке через $ESP = \langle S \times X, f \rangle$. Здесь $S \times X$ – пространство допустимых решений, $S = \{s = (s_1, \ldots, s_{2n-2}) : \ \forall s_i \in N, \ i = 1, \ldots, 2n-2\}$ – множество полных топологий дерева (мы рассматриваем только такие топологии); вектор топологии s описывает порядок соединения n терминальных вершин и $n-2$ точек Штейнера [1, 3]. $X = \{x = (x_1, \ldots, x_{n-2}) : x_i \in R^2, \ i = 1, \ldots, n-2\}$ – множество ТШ, задаваемых координатами. В задаче без потоков целевая функция $f : S \times X \to R^+$ – сумма длин ребер дерева в евклидовой метрике. В потоковой задаче целевая функция f – сумма взвешенных длин дуг дерева: в ней каждая длина умножается на значение весовой функции от величины потока на дуге [5]. Будем предполагать, что весовая функция – неотрицательная вещественная вогнутая функция, характерная для коммуникационных сетей. Очевидно, что f – многоэкстремальная функция. Решить задачу ESP – значит найти глобально минимальное решение $(s^*, x^*) : \ f(s^*, x^*) \le f(s, x), \ \forall (s, x) \in S \times X$. Несложно показать, что локально минимальное решение потоковой задачи для сети с одним стоком – ориентированный граф в виде корневого ДШ; глобально минимальное решение – минимальное ДШ (МДШ) [1]. Соответствующие решения в задаче без потоков – неориентированные ДШ и МДШ.

Метаэвристики. При решении многих комбинаторных задач, в частности, задачи Штейнера, точные методы не эффективны даже при наличии мощной вычислительной техники. Это относится к задачам, для которых характерна следующая специфика:

1. принадлежность классу NP-трудных задач;
2. многоэкстремальность целевой функции;
3. большая погрешность входных данных в практических приложениях, вследствие чего огромные вычислительные затраты на поиск точного решения лишены смысла.

Для таких задач применяются приближенные методы. Они не гарантируют нахождения оптимального решения, но позволяют получать близкие к нему (хорошие) решения за приемлемое время. Приближенные методы разделяют на конструктивные (пошаговые) и методы локального поиска. Первые генерируют полное решение, начиная с пустого решения и последовательно добавляя к нему по одному элементу. Вторые итеративно заменяют текущее решение лучшим, найденным в его окрестности. Известно, что поисковые методы обеспечивают лучшее качество решений, а конструктивные считаются более быстрыми. Поисковые методы эффективны при решении евклидовой задачи Штейнера. Конструктивный алгоритм Краскала для нахождения минимального остовного дерева дает хорошее приближенное решение евклидовой задачи без потоков, но не гарантирует его получения для потоковой задачи из-за непредсказуемого перераспределения потоков при любом изменении топологии.

К настоящему времени появились приближенные методы, называемые базовыми метаэвристиками (basic metaheuristics). Общепринятого определения пока нет, но их трактуют как стратегии высокого уровня, управляющие эвристиками нижнего уровня. Различают методы траекторий (trajectory methods), сохраняющие одно решение, и популяционные методы (population-based methods), сохраняющие конечное множество (популяцию) решений. Примерами методов траекторий служат табу-поиск (поиск с запретами), моделируемый отжиг, локальный поиск с итеративным улучшением и др. [8-10]. К популяционным относятся методы оптимизации муравьиной колонии и эволюционное моделирование (эволюционные вычисления) [10-18]. Последние включают эволюционное программирование (ЭП), генетические алгоритмы (ГА), эволюционные алгоритмы (ЭА) и эволюционные стратегии (ЭС).

Сейчас наблюдается тенденция разработки гибридных метаэвристик, основанных на комбинировании методов, допускающем их чередование и взаимное внедрение. Появились следующие формы гибридизации: комбинирование базовых метаэвристик; комбинирование метаэвристик и систематических методов; системы параллельных метаэвристик.

При разработке гибридных метаэвристик для конкретных комбинаторных задач возникает вопрос о целесообразности использования тех или иных компонентов базовых метаэвристик. Для их сравнения между собой предложен концептуальный подход [19]. Он рассматривает метаэвристику как стратегию, основанную на двух взаимосвязанных альтернативных концепциях: диверсификации и интенсификации. Диверсификация — концепция исследования пространства решений, использующая специфические знания о задаче в виде различных эвристик. Это стимулирует исследование еще не посещенных областей и генерацию решений, отличных от просмотренных ранее. Интенсификация — концепция исследования пространства, основанная на истории поиска, сохраняемой в оперативной памяти ПК. При этом поиск фокусируется на изучении окрестностей элитных решений.

Эти концепции реализуются через три основных вида критериев принятия решения: по целевой функции (ЦФ); по альтернативной функции, или набору правил; с помощью рандомизации. Основная задача при разработке метаэвристики - добиться такого взаимодействия критериев, которое позволит быстро выявлять области пространства с решениями высокого качества и не тратить время на поиск в областях, уже исследованных или содержащих худшие решения.

2. Гибридная метаэвристика

Здесь представлена метаэвристика, разработанная для потоковой задачи Штейнера. Она реализована в алгоритме, описанном в работе [5]. Внешний цикл алгоритма имитирует процесс видообразования. Начиная с общего предка, случайные родители (основатели) новых видов особей последовательно генерируются с помощью оператора случайных мутаций, а их начальные популяции — с помощью оператора селективных мутаций. Внутренний цикл алгоритма моделирует эволюцию начальной популяции как последовательность чередующихся пар поколений мутантов и гибридных особей. Они порождаются с помощью операторов селективных мутаций и кроссинговера соответственно. Процесс эволюции заканчивается, когда улучшений нет ни в одном из поколений очередной пары. Лучшая по ЦФ особь последней популяции отбирается в элитную группу, вытесняя из нее худшую. После завершения работы алгоритма из этой группы выбирается лучшее по экспертной оценке решение (им может оказаться лучшее по значению ЦФ). Решение представлено в виде ДШ с полной топологией.

Алгоритм находит хорошие решения как для задачи с потоками, так и без потоков, причем за приемлемое время [5,6]. Например, для задачи размерностью $n = 10$ он находит МДШ на 1-й или 2-й итерации из 5 заданных, выполняя последние за 0.2 мин. на ПК с Intel Celeron, 800 Hz, 256 RAM. Чтобы найти МДШ, точный алгоритм должен проверить 2027025 вариантов. Алгоритм исчерпывающего и неизбыточного перебора полных топологий [20] затрачивает на это около 35 часов. Эффективность работы приближенного алгоритма во многом определяется эффективностью гибридной метаэвристики, реализованной в нем. Ее специфика представлена в табл.1 и поясняется ниже.

Таблица 1. Гибридная метаэвристика

Операция	**Биологический аналог**	**Компоненты**
	Видообразование	
1. Итеративный рестарт	Случайный родитель	Оператор случайных мутаций
2. Формирование исходной области	Начальная популяция	Оператор селективных мутаций
	Критерий останова	Число итераций
	Эволюция популяции	
3. Расширение исходной области	Поколение мутантов	Оператор селективных мутаций с поиском
	Поколение гибридных особей	Оператор кроссинговера с поиском
4. Локально минимальное решение	Лучшая особь	Отбор по значению ЦФ
	Критерий останова	Нет улучшений при расширении области
5. Табу-список	**Элитная группа**	
Пороговое решение	Худшая особь	Значение ЦФ
Лучшее решение	Лучшая особь	Экспертная оценка

Разбиение множества топологий. Приближенные алгоритмы часто используют простой и эффективный механизм рестарта: они выполняются заданное число раз с разных начальных решений. Во внешнем цикле алгоритма [5] использован рестарт, эквивалентный итеративному разбиению множества топологий на отдельные области случайным образом. Процесс может начинаться с любого решения с топологией $s_1 \in S$. Из него с помощью оператора селективных мутаций порождается начальная популяция из r особей первого вида, а их топологии образуют первую исходную область $M_1 = N_1(s_1) \subset S$, где $N_1(s_1)$ – окрестность топологии s_1 и $|N_1(s_1)| = r$. Затем оператор случайных мутаций будет применен к s_1, чтобы генерировать случайную топологию родителя второго вида $s_2 \in S$ и $M_2 = N_2(s_2) \subset S$ и т.д. Таким образом, начиная с общего предка s_1, топологии случайных родителей будут последовательно порождаться друг из друга.

Вероятность повторного получения топологии родителя достаточно мала. Это обеспечивается простым увеличением нормы (управляющего параметра) оператора случайных мутаций. Одной случайной мутации соответствует одна транспозиция в векторе топологии [3]. При этом вероятность повторения топологии не превышает $1/(2(2n-6))$, где $n > 3$. Норма оператора задает число транспозиций. При выполнении k транспозиций вероятность повторного появления топологии — не более $1/(2(2n-6))^k$.

Комбинирование базовых метаэвристик. Методы траекторий хорошо исследуют отдельные области пространства, но не всегда выходят из области локального экстремума из-за того, что последующее решение ищется в окрестности предыдущего. Популяционные методы хорошо идентифицируют перспективные области, но есть опасность потерять хорошее решение из-за того, что последующее решение может существенно отличаться от предыдущего. Комбинирование этих методов выглядит перспективным, но, насколько известно, ранее не применялось к потоковой задаче Штейнера. Во внутреннем цикле алгоритма использовано внедрение локального поиска с итеративным улучшением в оригинальные генетические операторы [3]. Эта форма гибридизации обеспечивает следующие возможности.

1. Расширение исходной области. Комбинирование оператора селективных мутаций и локального поиска позволяет динамически расширять исходную область M_i, где i – ее порядковый номер. Расширенная область $M_i \subseteq M_i^* \subset S$ формируется следующим образом. Для

каждого $s \in M_i$ строится окрестность $N_j(s)$, содержащая множество топологий, соседних с топологией s относительно вершины j, где $j = 2, ..., 2n - 2$ – номера всех вершин дерева, кроме корня. Окрестность $N_j(s)$ просматривается до нахождения первой топологии s', дающей улучшение целевой функции. Если оно не найдено, $N_j(s)$ отбрасывается и формируется окрестность $N_{j+1}(s)$. В противном случае $N_j(s)$ присоединяется к M_i^*, и поиск продолжается в окрестности $N_{j+1}(s')$. Таким образом, для каждого $s \in M_i$ строятся $2n - 3$ окрестностей. При этом число просматриваемых топологий – случайное число из промежутка $[2n-3, k_1(2n-3)]$, где k_1 – норма оператора селективных мутаций. Результат поиска – нахождение лучшей полной топологии $\hat{s} \in M_i^*$ и соответствующего локально минимального решения $(\hat{s}, \hat{x}) \in M_i^* \times X$.

2. Исследование расширенной области. Комбинирование оператора кроссинговера и локального поиска интенсифицирует нахождение улучшений целевой функции в расширенной области. С помощью оператора кроссинговера для $\hat{s} \in M_i^*$ формируются полные поддеревья заданной размерности с корнями в ТШ: $j = 1, ..., n-2$ [3]. По рассмотренной выше схеме для мутаций последовательно строится система $n - 2$ окрестностей $N_j(\hat{s})$. Каждая окрестность содержит $|N_j(\hat{s})| = k_2$ полных топологий, число которых однозначно определяется размерностью поддерева. Тогда число просматриваемых топологий – порядка $k_2(n - 2)$. Полученное с помощью оператора мутаций локально минимальное решение $(\hat{s}, \hat{x})$ может быть улучшено за счет интенсивного исследования расширенной области.

3. Чередование операторов. В популяционных методах действие оператора мутаций связано с диверсификацией, а оператора кроссинговера с интенсификацией поиска. Поэтому целесообразно сначала применять оператор селективных мутаций для динамического расширения исходной области, затем — оператор кроссинговера для исследования этой области.

4. Уточнение критерия останова. Указанные свойства генетических операторов позволяют упростить критерий останова внутреннего цикла алгоритма. Достаточно отслеживать улучшения целевой функции, которые находит оператор селективных мутаций благодаря внедренному в него локальному поиску. Если в какой-то итерации цикла улучшения не было, значит, множество M_i^* не изменялось, и поиск с помощью оператора кроссинговера ничего нового не даст. Останов гарантируется локальным характером поиска [6].

5. Обход вершин дерева. Привязка поиска к порядку расположения вершин дерева вносит направленность в расширение исходных областей и поиск лучших топологий. При решении потоковой задачи отмечена устойчивость конфигурации дерева в прикорневой области, где дуги имеют больший вес. Поэтому важно направление обхода вершин. Чтобы лучше отслеживать перспективные перераспределения потоков в результате мутаций, надо двигаться от периферии к корню дерева. Чтобы сохранить найденные оператором кроссинговера улучшения конфигурации, следует двигаться от корня к периферии. Эта простая эвристика хорошо работает для потоковой задачи и нейтральна для задачи без потоков.

6. Размер популяции. Этот параметр регулирует соотношение между диверсификацией и интенсификацией поиска. ЭА и ГА обычно хранят популяцию большого размера, что эквивалентно разбиению пространства решений на большие исходные области. Комбинирование метаэвристик позволяет просматривать большое число топологий и сразу отбрасывать неперспективные, поэтому можно успешно работать с популяцией небольшого размера, и в частности, с популяцией из одной особи.

Рандомизация. Случайность — неотъемлемый компонент разработанной метаэвристики. Она проявляется в действиях генетических операторов, а также в критерии останова поисковых процессов внутреннего цикла алгоритма [3, 4], хотя и не исчерпывается ими.

Элитная группа. Она является аналогом списка запрещенных решений в табу-поиске и устанавливает порог для поиска новых локально минимальных решений. После нахождения лучшей топологии в расширенной области и последующей оптимизации координат ТШ получаем ДШ. Если его значение целевой функции лучше, чем у худшего ДШ, второе вытесняется первым. При этом текущая величина порога изменится. Элитная группа небольшого размера имеет более высокий порог, что стимулирует глобальную диверсификацию поиска.

3. Заключение

Предложена гибридная метаэвристика для поиска оптимальной топологии в евклидовой задаче Штейнера с потоками и зависящими от них весами. Насколько известно, ни базовые, ни гибридные метаэвристики ранее не применялись к этой задаче.

Алгоритм эффективен при решении потоковой задачи, поскольку в нём использованы эвристики, разработанные с учетом специфики именно этой задачи. Однако его можно успешно применять и к задаче без потоков.

Основные приемы построения гибридной метаэвристики носят общий характер и могут быть полезными для задачи Штейнера на графе или на прямоугольной решётке.

Литература

1. Гилберт Э.Н., Поллак Г.О. Минимальные деревья Штейнера // Кибернетич. сборник, новая серия, вып. 8. М.:Мир, 1971, 19–50.
2. Гэри М., Джонсон Д. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи. М.: Мир, 1982.
3. Кукин В.Д. Генетические алгоритмы и задача Штейнера с потоками и весами: подход к проблеме // Методы математического моделирования и информационные технологии / Труды ИПМИ КарНЦ РАН, вып. 3, Петрозаводск, 2002, 170–177.
4. Кукин В.Д. Эволюционная модель для решения потоковой задачи Штейнера // Методы математического моделирования и информационные технологии / Труды ИПМИ КарНЦ РАН, вып. 5, Петрозаводск, 2004, 200–211.
5. Кукин В.Д. Композитный эволюционный алгоритм для потоковой задачи Штейнера // Методы математического моделирования и информационные технологии / Труды ИПМИ КарНЦ РАН, вып. 7, Петрозаводск, 2006, 143–153.
6. Кукин В.Д. О приложении методов эволюционного моделирования к потоковой задаче Штейнера // Методы математического моделирования и информационные технологии / Труды ИПМИ КарНЦ РАН, вып. 8, Петрозаводск, 2007, 120–130.
7. Л.А. Растригин. Системы экстремального управления. М.:Наука, 1974.
8. Glover, F. and Laguna, M. Tabu Search. Kluwer Academic Publishers, 1997.
9. Kirkpatrick, S., Gelatt, C.D., and Vecchi. M.P. Optimization by simulated annealing // Science, 220, 1983, 671–680.
10. Тим Джонс. Программирование искусственного интеллекта в приложениях. М.: ДМК-Пресс, 2004.
11. Dorigo, M., Maniezzo, V., and Colorni, A. Ant system: Optimization by a colony of cooperating agents // IEEE Trans. Syst. Man. Cybernet. Part B 26, 1, 1996, 29–41.
12. Forgel, L.J. Toward inductive inference automata // In Proceedings of the International Federation for Information Process Congress. Munich, 1962, 395–399.
13. Forgel L.J., Owens. A.J., and Walsu, M.J. Artificial Intelligence through Simulated Evolution. New York: Wiley, 1966.
14. Фогель Л., Оуэнс А., Уолиш М. Икусственный интеллект и эволюционное моделирование. М.: Мир, 1969.
15. Holland, J.H. Adaptation in natural and artificial systems. (2nd edn.) Boston MA: MIT Press, 1992.

16. Goldberg, D.E. Genetic algorithms in search, optimization and machine learning. Reading. Addison-Wesley MA, 1989.
17. Букатова И.Л. Эволюционное моделирование и его приложения. М.: Наука, 1979.
18. Емельянов В.В., Курейчик В.М., Курейчик В.В. Теория и практика эволюционного моделирования. М.: Физматлит, 2003.
19. Blum. C., and Roli A. Metaheuristics in Combinatorial Optimization: Overview and Conceptual Comparison // ACM Computing Survey, vol. 3, No. 3, September, 2003, 268–308.
20. Кукин В.Д., Кузина В.И. Методика решения задачи Штейнера с потоками и весами // Методы математического моделирования и информационные технологии / Труды ИПМИ КарНЦ РАН, вып. 2, Петрозаводск, 2000, 143–150.