

На правах рукописи

Румянцев Александр Сергеевич

**Вероятностный анализ процесса нагрузки
вычислительного кластера**

05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы
и комплексы программ

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Петрозаводск – 2012

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном учреждении
науки Институте прикладных математических исследований
Карельского научного центра Российской академии наук

Научный руководитель: доктор физико-математических наук,
профессор

Морозов Евсей Викторович

Официальные оппоненты:

Хохлов Юрий Степанович,

доктор физико-математических наук,
профессор, ФГБОУ ВПО «Российский уни-
верситет дружбы народов», заведующий
кафедрой теории вероятностей и математи-
ческой статистики

Кручек Марина Марленовна,

кандидат физико-математических наук,
доцент, ФГБОУ ВПО «Петрозаводский го-
сударственный университет», заместитель
декана математического факультета

Ведущая организация:

Федеральное государственное бюджетное
учреждение науки Институт проблем ин-
форматики Российской академии наук

Защита состоится «20» декабря 2012 г. в 15:00 на заседании диссертационного
совета Д 212.190.03 на базе ФГБОУ ВПО «Петрозаводский государственный
университет» по адресу: 185910, г. Петрозаводск, пр. Ленина, 33. С диссер-
тацией можно ознакомиться в научной библиотеке Петрозаводского государ-
ственного университета.

Автореферат разослан «___» ноября 2012 г.

Ученый секретарь диссертационного совета



Р. В. Воронов

Общая характеристика работы

Актуальность работы. Нарастание мощности в современных вычислительных системах (ВС) идет в основном путем внедрения многопроцессорных и многоядерных систем (МС). Среди МС следует выделить высокопроизводительные вычислительные кластеры (ВК) и системы распределенных вычислений (СРВ). ВК позволяет выполнять заявку *одновременно* на множестве процессоров, что отличает ВК от классических МС, где каждая заявка занимает один процессор. Отличие СРВ от классических систем состоит в том, что заявка состоит из группы относительно независимых заданий, каждое из которых выполняется на отдельном процессоре.

Представленная диссертационная работа посвящена исследованию процесса нагрузки в МС. В диссертационной работе обобщены известные классические результаты в рамках новой модели, учитывающей существенные особенности функционирования ВК. Актуальность рассматриваемой темы подтверждается большим вниманием, которое уделяется моделям МС как в теоретических исследованиях, так и при их применении для анализа ВС.

Цель диссертационной работы — предложить и исследовать методами теории случайных процессов вероятностную модель процесса нагрузки в МС с занятием заявкой случайного числа процессоров на идентичное время.

Для достижения поставленной цели были решены следующие задачи:

1. Исследованы свойства монотонности и условия стационарности процесса нагрузки в предложенной модели.
2. Исследованы моментные свойства стационарного процесса нагрузки и стационарного времени ожидания заявки в предложенной модели.
3. Методом численного моделирования проведена проверка адекватности модели на основе данных лог-файла ВК ЦКП КарНЦ РАН.

Научная новизна. Результаты диссертационного исследования развивают теорию массового обслуживания в классе моделей МС. Предложенная модель обобщает классическую модель Кифера–Вольфовица для процесса нагрузки в МС. В отличие от известных подходов, новая модель МС учитывает возможность одновременного занятия заявкой случайного числа процессоров на идентичное время. Доказана стохастическая ограниченность разности компонент вектора нагрузки в предложенной модели, что является важным элементом в анализе стационарности МС. Известные для классических МС результаты о монотонности процесса нагрузки и о моментных свойствах вектора нагрузки обобщены на процессы, описываемые предложенной моделью.

Практическая ценность. Разработанная модель может служить базой для численного анализа и оценивания качества обслуживания при проектировании и эксплуатации высокопроизводительных ВС, таких как ВК и СРВ.

На защиту выносятся следующие результаты и положения:

1. Вероятностная модель процесса нагрузки МС, обобщающая классическую модель Кифера–Вольфовица, в которой заявка занимает случайное число процессоров на идентичное время.
2. Свойства монотонности процесса нагрузки в предложенной модели, полученные на основе построения минорантной и мажорантной моделей.
3. Необходимые, а также достаточные условия существования стационарного процесса нагрузки в предложенной модели.
4. Достаточные условия конечности моментов компонент стационарного вектора нагрузки в предложенной модели, включая стационарное время ожидания в очереди.
5. Результаты численного эксперимента на основе лог-файла работы ВК ЦКП КарНЦ РАН за период 2009–2012 гг., подтверждающие адекватность предложенной модели.

Апробация работы. Результаты работы докладывались и обсуждались на международных научных семинарах “Advances in Methods of Information and Communication Technology” (Петрозаводск, 2007, 2010, 2011 гг.), на международном семинаре “Applied Problems in Theory of Probabilities and Mathematical Statistics related to modeling of information systems” в рамках конгресса ICUMT’10 (Москва, 2010 г.), на международной конференции «Распределенные компьютерные и телекоммуникационные сети: теория и приложения» DCCN’10 (Москва, 2010 г.), на всероссийской летней школе «Суперкомпьютерное моделирование и визуализация в научных исследованиях» (Москва, 2010 г.), на всероссийской осенней школе «Суперкомпьютерные технологии и высокопроизводительные вычисления в образовании, науке и промышленности» (Нижний Новгород, 2010 г.), на международной научной конференции «Параллельные вычислительные технологии 2011» (Москва, 2011 г.), на всероссийской конференции с международным участием «Информационно-телекоммуникационные технологии и математическое моделирование высокотехнологичных систем» (Москва, 2011 г.), на V Международном семинаре «Прикладные задачи теории вероятностей и математической статистики, связанные с моделированием информационных систем» (Светлогорск, 2011 г.), на научной конференции и школе молодых ученых «Фундаментальные и прикладные исследования в Карелии: современное состояние и перспективы развития» (Петрозаводск, 2011 г.), на XI Всероссийской конференции «Высокопроизводительные параллельные вычисления на кластерных системах» (Нижний Новгород, 2011 г.), на VIII Международной Петрозаводской конференции «Вероятностные методы в дискретной математике» (Петрозаводск, 2012 г.), на Летней Суперкомпьютерной Академии (Москва, 2012 г.).

Материалы диссертации опубликованы в 9 печатных работах, из них 2 статьи в журналах, входящих в перечень ВАК ведущих периодических изданий [1, 2], 4 статьи в сборниках трудов конференций [3–6] и тезисы 3 докла-

дов [7–9]. Получено свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ в Федеральной службе по интеллектуальной собственности, патентам и товарным знакам [10].

Связь работы с научными программами, темами. Основные результаты диссертации были получены при проведении исследований в рамках темы НИР ИПМИ КарНЦ РАН (гос. №01201151875 «Вероятностный анализ регенеративных и гауссовских коммуникационных систем с использованием методов высокопроизводительных вычислений»). Исследования были частично поддержаны Российским фондом фундаментальных исследований (07-07-00088-а, 10-07-00017-а) и Фондом содействия малых форм предприятий в научно-технической сфере (государственный контракт №10491р/16862 от 08.06.2012 г.).

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, 4 глав, заключения и списка литературы. Общий объем диссертации составляет 109 страниц, включая 12 рисунков. Библиография включает 114 наименований.

Содержание работы

Во введении обоснована актуальность диссертационной работы, сформулирована цель и аргументирована научная новизна исследований, показана практическая значимость полученных результатов, представлены выносимые на защиту научные положения.

В первой главе выполнен обзор известных результатов для вероятностных моделей МС. Представлены доказательства свойств монотонности процесса нагрузки. Приводится доказательство, уточняющее процедуру построения момента однозависимой регенерации в классической модели GI/G/m. Анализируются результаты, касающиеся моментных свойств компонент век-

тора нагрузки в модели GI/G/m. Рассматриваются вопросы влияния дисциплины обслуживания на характеристики системы в случае, когда распределение времени вычисления заявки имеет тяжелый хвост.

Опишем классическую модель МС вида GI/G/m, которая существенно используется далее. Пусть в систему обслуживания в моменты времени $\{t_n, n \geq 1\}$, образующие процесс восстановления, поступают заявки с независимыми, одинаково распределенными (н. о. р.) временами обслуживания $\{S_n\}$ на одном из m (идентичных) процессоров. Обозначим функцию распределения (ф. р.) случайной величины (с. в.) времени между приходами заявок $T_n := t_{n+1} - t_n$ через $A(x) = P(T \leq x)$, а через $B(x) = P(S \leq x)$ ф. р. времени обслуживания заявки. (Индекс опускается, когда рассматривается типичный элемент последовательности н. о. р. с. в.) Заявка n ожидает время $D_n \geq 0$ в очереди, формируемой в порядке поступления (FIFO), и поступает на обслуживание в момент времени $t_n + D_n$ на процессор, освободившийся первым. Пусть *вектор нагрузки*

$$W_n = (W_{n,1}, \dots, W_{n,m}) \in E := \{x \in \mathbb{R}_+^m: x_1 \leq \dots \leq x_m\}, \quad n \geq 0$$

состоит из упорядоченной в возрастающем порядке незавершенной работы на процессорах в момент t_n прихода заявки n . Вектор W_n удовлетворяет рекурсии Кифера–Вольфовица [13]:

$$W_{n+1} = R(W_{n,1} + S_n - T_n, W_{n,2} - T_n, \dots, W_{n,m} - T_n)^+, \quad (1)$$

где оператор $R(\cdot) : \mathbb{R}_+^m \rightarrow E$ располагает компоненты по возрастанию, а $(\cdot)^+ = \max(0, \cdot)$. Время ожидания n -й заявки $D_n := W_{n,1}$ удовлетворяет модифицированной (классической при $m = 1$) рекурсии Линдли:

$$D_{n+1} = (D_n + \min(W_{n,2} - W_{n,1}, S_n) - T_n)^+, \quad n \geq 1. \quad (2)$$

Система GI/G/m стационарна, если выполнено условие

$$\rho = \frac{ES}{ET} < m, \quad (3)$$

которое гарантирует, что процесс $\{W_n, n \geq 0\}$ является однозависимо регенерирующим, т. е. существует такой вложенный процесс восстановления $\{\beta_n, n \geq 1\}$, что цикл регенерации $\mathcal{W}_k = \{W_{\beta_k+j}, 0 \leq j < \hat{\beta}_k := \beta_{k+1} - \beta_k\}$ не зависит от β_k и имеет одно и то же распределение при всех $k \geq 1$, при этом допускается зависимость только между соседними циклами $\mathcal{W}_k, \mathcal{W}_{k+1}$, а циклы $\mathcal{W}_k, \mathcal{W}_{k+i}, i > 1$, независимы при любом $k \geq 1$. Регенерирующий процесс называется положительно возвратным, если $E\hat{\beta} < \infty$.

В главе 1 получено доказательство стационарности описанной системы GI/G/m, уточняющее процедуру построения момента однозависимой регенерации в следующем фундаментальном результате [12].

Теорема 1. Пусть $ES < \infty, ET < \infty$ и выполнено условие (3). Тогда при нулевых начальных условиях $\{W_n, n \geq 0\}$ является положительно возвратным однозависимым регенерирующим процессом.

Далее в главе 1 рассматриваются условия конечности момента порядка $k \geq 1$ компонент стационарного вектора нагрузки $W = (W_1, \dots, W_n)$, которые существенно используются в дальнейшем анализе [14]. Именно, при условии (3), для компонент вектора W с индексами $i \leq \lceil \rho \rceil$ имеют место одни и те же достаточные условия ($\lceil x \rceil$ — наименьшее целое, не меньшее x):

$$E \left(S^{1 + \frac{k}{m - \lceil \rho \rceil}} \right) < \infty \quad \text{влечет} \quad E [W_i]^k < \infty, \quad (4)$$

а для компонент с индексами $\lceil \rho \rceil < i \leq m$ моментные свойства зависят от индекса компоненты W_i :

$$E \left(S^{1 + \frac{k}{m - i}} \right) < \infty \quad \text{влечет} \quad E [W_i]^k < \infty. \quad (5)$$

Во второй главе представлена классификация распределений с тяжелым хвостом. Такие распределения в настоящее время широко используются при анализе процессов в информационных системах, в частности, времени передачи сообщений в коммуникационных сетях, времени выполнения задач на процессоре в UNIX-системах и на ВК, и т. д. Далее в главе 2 рассмотрены вопросы замкнутости классов распределений с тяжелым хвостом, в т. ч. относительно операций случайного суммирования и взятия максимума. Кроме того, обсуждается вопрос идентификации распределений с тяжелым хвостом по результатам численного эксперимента, а также вопросы компьютерного моделирования распределений с правильно меняющимся хвостом. Рассмотрены также особенности использования усеченных распределений при проведении имитационного моделирования.

Ф. р. имеет тяжелый хвост ($F \in \mathcal{H}$), если $E(e^{\varepsilon X}) = \infty$ для любого $\varepsilon > 0$. В качестве такой ф. р. часто используется распределение Парето, представляющее важный для приложений класс распределений с правильно меняющимся хвостом. Ф. р. F имеет правильно меняющийся хвост с показателем $-\alpha \leq 0$ ($F \in \mathcal{R}(-\alpha)$), если $\bar{F}(x) := 1 - F(x) \sim x^{-\alpha} L(x)$ при $x \rightarrow \infty$, где функция L медленно меняется на бесконечности ($L \in \mathcal{R}(0)$). Если $X \in \mathcal{R}(-\alpha)$, то с ростом x средняя величина *перескока* (экссесса) растет линейно, т. е.

$$E(X - x | X > x) = \frac{\int_x^\infty (y - x) dF(y)}{\bar{F}(x)} \sim x, \quad x \rightarrow \infty. \quad (6)$$

Линейный вид графика среднего экссесса, построенного по значениям выборки, позволяет на практике отнести распределение F к классу $\mathcal{R} := \cup_{\alpha > 0} \mathcal{R}(-\alpha)$. Этот способ анализа применяется в экспериментальной части представленной работы (см. гл. 4).

Для получения случайной выборки из распределения с правильно меняющимся хвостом, как правило, используется метод обратной функции. При-

нято использовать усеченное на $[a, b]$ распределение Парето, имеющее вид

$$F(x) = \frac{\left(\frac{a}{x}\right)^\alpha - 1}{\left(\frac{a}{b}\right)^\alpha - 1}, \quad 0 < a \leq x \leq b, \quad \alpha > 0. \quad (7)$$

Отметим, что метод подбора параметров распределения (7) рассмотрен в работе [11] и используется далее в главе 4.

В третьей главе сначала проведен анализ моделей МС, которые могут быть использованы для описания ВК. Затем основное внимание уделено построению и исследованию следующей новой модели ВК, предложенной в работах [6, 7] и обобщающей классическую модель GI/G/m. Пусть i -й входящей заявке требуется одновременно случайное число процессоров $N_i \in [1, m]$ на одинаковое время S_i . В этом случае рекурсия (1) для вектора нагрузки $W_i := (W_{i,1}, \dots, W_{i,m})$ принимает вид

$$W_{i+1} = R\left(\underbrace{W_{i,N_i} + S_i - T_i, \dots, W_{i,N_i} + S_i - T_i}_{N_i \text{ КОМПОНЕНТ}}, W_{i,N_i+1} - T_i, \dots, W_{i,m} - T_i\right)^+, \quad (8)$$

причем время ожидания заявки i определяется как $D_i := W_i(N_i)$, $i \geq 1$.

Для предложенной модели минорантной будет система $\Sigma^{(low)}$, в которой i -я заявка представляет собой группу из N_i независимых заданий, каждое из которых имеет одно и то же время обслуживания S_i . Очередное задание немедленно занимает освободившийся процессор. Имеет место следующее свойство монотонности для процессов нагрузки в исходной системе и в системе $\Sigma^{(low)}$.

Лемма 1. Пусть $W_0^{(low)} = W_0 = 0$. Тогда

$$W_{i+1}^{(low)} \leq W_{i+1}, \quad i \geq 0. \quad (9)$$

Отметим, что система $\Sigma^{(low)}$ может быть использована как модель СРВ. Свойство (9) показывает, что для задач, требующих перебора в пространстве параметров модели, целесообразнее использовать архитектуру СРВ, чем ВК, т. к. время ожидания заявки в такой системе в среднем оказывается меньше.

В настоящее время мощности ВК исчисляются сотнями тысяч процессоров, однако задач, масштабируемых на такое количество процессоров, сравнительно немного. Поэтому ограничение $P(N \leq N_{\max}) = 1$ для некоторого $N_{\max} \ll t$ представляется вполне мотивированным. Обозначим

$$j = \min\{k \geq 1 : P(N \leq \lfloor \frac{m}{k} \rfloor) = 1\}, \quad N_{\max} = \lfloor \frac{m}{j} \rfloor. \quad (10)$$

Заметим, что случай $j = 1$ типичен для небольших ВК. Для исходной системы мажорантной будет система $\Sigma^{(up)}$, где каждая заявка занимает ровно $N_{\max} = \lfloor \frac{m}{j} \rfloor$ процессоров. Именно, имеет место следующее утверждение.

Лемма 2. Пусть $W_0 = W_0^{(up)} = 0$. Тогда

$$W_i \leq W_i^{(up)}, \quad i \geq 1.$$

Отметим, что система $\Sigma^{(up)}$ эквивалентна стандартной системе обслуживания $GI/G/j$ (с теми же управляющими последовательностями $\{S_n, T_n\}$). Достаточное условие (3) является, таким образом, достаточным условием стационарности модели ВК.

В очевидных обозначениях имеет место следующая лемма, обобщающая классический результат о монотонности процесса нагрузки.

Лемма 3. Рассмотрим две идентичные t -процессорные системы Σ и $\hat{\Sigma}$ при начальных условиях $\hat{W}_0 = s \leq t = W_0 \in E$. Пусть для входных потоков и времен обслуживания имеют место неравенства $\hat{T}_i \geq T_i$, $\hat{S}_i \leq S_i$ и $\hat{N}_i \leq N_i$, $i \geq 1$. Тогда $\hat{W}_i \leq W_i$, $i \geq 1$.

Обозначим $\rho = \lambda E N E S$, пусть $\nu(t)$ есть число процессоров, требуемых заявкам, находящимся в системе в момент времени t . Имеет место следующее условие нестационарности предложенной модели (8).

Лемма 4. Если $\rho > t$, то $\nu(t) \rightarrow \infty$ с в. 1.

Необходимым и достаточным условием стационарности системы $\Sigma^{(low)}$ является условие

$$\lambda E N E S < m. \quad (11)$$

Таким образом, (11) есть необходимое условие стационарности модели (8). В общем случае, различие необходимого условия (11) и достаточного условия (3) может быть значительным и форма критерия стационарности остается открытой проблемой. Однако следующий результат является важным элементом решения проблемы получения критерия стационарности. Обозначим $\Delta_{n,m} = W_{n,m} - W_{n,1}$, $n \geq 1$.

Лемма 5. Пусть $W_0 = 0$. Тогда последовательность $\{\Delta_{n,m}\}$, $n \geq 1$ стохастически ограничена.

Подчеркнем, что утверждение леммы 5 верно независимо от стационарности системы (8).

Для модели (8) обозначим

$$P_i := W_{i,N_i+N_{i+1}} - W_{i,N_i}, \quad (P_i := \infty \text{ при } N_i + N_{i+1} > m),$$

$$Q_i := W_{i,N_{i+1}} - W_{i,N_i},$$

$$U_i := \max(Q_i, \min(P_i, S_i)) = \min(P_i, \max(Q_i, S_i)).$$

Следующее утверждение обобщает классический результат (2).

Лемма 6. В модели (8) величина задержки удовлетворяет рекурсии

$$D_{i+1} = (D_i + U_i - T_i)^+, \quad i \geq 0.$$

Обозначим через $W = (W_1, \dots, W_m)$ стационарный вектор нагрузки в модели (8). Пусть $k(i) = \lfloor i/N_{\max} \rfloor$, $1 \leq i \leq m$, см. (10). Следствием леммы 2 являются следующие моментные свойства компонент вектора W , обобщающие результаты (4), (5).

Теорема 2. Пусть $\rho := ES/ET < j$ и $\alpha \geq 1$. Тогда имеют место следующие импликации:

1. Для компонент вектора W с индексами $1 \leq i \leq \lceil \rho \rceil N_{\max}$

$$ES^{1+\frac{\alpha}{j-\lceil \rho \rceil}} < \infty \quad \text{влечет} \quad EW_i^\alpha < \infty.$$

2. Для компонент вектора W с индексами $\lceil \rho \rceil N_{\max} < i \leq m$

$$ES^{1+\frac{\alpha}{j-k(i)}} < \infty \quad \text{влечет} \quad EW_i^\alpha < \infty.$$

Следствием теоремы 2 являются также следующие моментные свойства стационарной задержки заявки в очереди D .

Теорема 3. Пусть выполнены условия теоремы 2. Тогда

$$ES^{1+\frac{\alpha}{j-\lceil \rho \rceil}} < \infty \quad \text{влечет} \quad ED^\alpha < \infty.$$

В четвертой главе приводятся результаты вычислительного эксперимента по моделированию ВК ЦКП КарНЦ РАН (ВК ЦКП) на основе исходных данных лог-файла системы управления заданиями CLEO 5.22 за период с 03.06.2009 г. по 04.02.2011 г., содержащего характеристики $n = 8282$ заданий, расчет которых велся как в однопроцессорном (47.5% от общего числа), так и в многопроцессорном режимах. Именно, на основе управляющих последовательностей $\{T_i, S_i, N_i, 1 \leq i \leq n\}$, извлеченных из лог-файла CLEO, был проведен расчет процесса нагрузки системы $\{W_i, 1 \leq i \leq n\}$. Далее по данным расчета были восстановлены значения времен ожидания заявок в очереди D_i , которые были сопоставлены с реально зафиксированными в лог-файле. В таблице 1 представлены основные результаты эксперимента, демонстрирующие хорошее согласие между данными, полученными на основе модели и реальными данными работы кластера. Эксперименты проводились с использованием программного модуля [10] на базе программного пакета R.

Следствием согласованности данных численного моделирования и реальных данных является возможность на основе модели оценить влияние числа процессоров m на такие характеристики качества обслуживания, как среднее время ожидания ED и число неожиданных заявок $\sum_{i=1}^n I(D_i = 0)$. Это, в свою очередь, позволяет прогнозировать эффект от увеличения числа процессоров, т. е. планировать развитие аппаратной части системы. В частности, по результатам моделирования, при $m \geq 280$ на ВК ЦКП не было бы ожидающих заявок. С помощью предложенной модели также было оценено влияние на указанные характеристики качества обслуживания возможности разделения узла для нескольких задач. Именно, в исходной конфигурации каждой заявке узлы предоставлялись в монопольное пользование, что позволяло лучше использовать оперативную память. Однако, при этом возникали простои оборудования, особенно в случае $N_i = 1$. Для преодоления этого недостатка были проведены эксперименты по моделированию конфигурации, в которой узлы могут разделяться между конкурирующими заявками. Результаты эксперимента, представленные в таблице 1, говорят о значительном снижении среднего времени ожидания заявки в очереди. Это позволило обосновать изменение правил использования ВК ЦКП. В результате активации возможности разделения узла на ВК ЦКП, в действительности, наблюдалось снижение среднего времени ожидания.

Далее в главе 4 выдвинуто и проверено в эксперименте предположение о н. о. р. и независимых между собой с. в. $\{T_i, S_i, N_i\}$. На основе данных лог-файла СЛЕО были идентифицированы вид и параметры распределений с. в. Принадлежность распределения классу \mathcal{S} или \mathcal{R} определялась на основе соотношения (6). Для моделирования интервалов между приходами заявок использовалось лог-нормальное распределение (относящееся к классу

Таблица 1. Основные результаты численного эксперимента по проверке адекватности модели (8) на основе данных лог-файла системы CLEO

Источник данных	$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n D_i$	$\min_i D_i$	$\max_i D_i$	$\sum_{i=1}^n I(D_i = 0)$
Лог-файл CLEO	722	0	288500	7738
Модель	926	0	288500	7672
Модель, разделение узла	176	0	156500	8128

\mathcal{S}), плотность которого имеет вид

$$f(x) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-(\ln x - \mu)^2 / 2\sigma^2}, \quad x > 0. \quad (12)$$

Методом максимального правдоподобия были получены следующие оценки параметров распределения (12): $\mu \approx 5.527872$, $\sigma \approx 2.501084$. Для моделирования времен между приходами заявок использовалось усеченное распределение Парето (7) с параметрами $a = 1$, $b = 259204$, $\alpha = 0.2069721$. В качестве распределения N_i в модели принято лог-равномерное распределение для заявок, которым требуется 2^i , $1 \leq i \leq 6$ процессоров. Более точно, использовалось распределение N_i следующего вида:

$$N_i = \begin{cases} 1, & p_1 = 0.4758512, \\ 2^k, & p_{k+1} = 0.0873581, 1 \leq k \leq 6. \end{cases} \quad (13)$$

В результате вычисления рекурсии (8) с использованием выборок из распределений интервалов между приходами (12), времен обслуживания (7) и числа требуемых процессоров (13), среднее время ожидания заявки составило ≈ 25000 с., что значительно выше зафиксированного в лог-файле CLEO. Полученный результат говорит, что предположение о н. о. р. управляющих последовательностях не имеет места в данных условиях для рассматриваемого небольшого, не сильно нагруженного ВК ЦКП. Этот результат может быть объяснен наличием обратной связи ВК ЦКП с пользователями, которая

осуществляется при помощи системы отслеживания состояния очереди. Однако, модель с н. о. р. управляющими последовательностями $\{T_i, S_i, N_i\}$ может применяться для ВК, в которых отсутствует механизм отслеживания очереди, а также для высоконагруженных ВК. Поэтому результаты моделирования в предположении н. о. р. с. в. могут быть использованы для определения *верхней границы* (наихудших значений) для соответствующих характеристик реальных систем. В то же время, предложенная модель позволяет охватить широкий класс зависимостей управляющих последовательностей, сохраняя марковский характер рекурсии (8), что делает ее весьма перспективной для исследования отмеченной выше проблемы.

Дополнительным аргументом в пользу адекватности предложенной модели (8) является хорошая согласованность полученных при моделировании значений числа свободных процессоров в системе, т. е. $\sum_{i=1}^m I[W_{n,i} = 0]$, и соответствующих значений, зафиксированных системой мониторинга ВК ЦКП (данные также приведены в главе 4). Эта вспомогательная, но важная характеристика позволяет оценить степень равномерности нагрузки кластера во времени.

Заключение

В качестве основных выводов из представленной работы можно отметить следующие. Предложена и исследована модель процесса нагрузки МС, в которой заявке требуется случайное число процессоров на идентичное время. С помощью численных экспериментов на базе лог-файла ВК ЦКП подтверждена адекватность применения модели для описания процесса нагрузки ВК. Разработан и зарегистрирован в Федеральной службе по интеллектуальной собственности, патентам и товарным знакам программный пакет, который может быть применен для оценивания характеристик качества обслуживания

как уже существующих, так и проектируемых ВК. Дальнейшее развитие модели предполагает учет ненадежности (отказ) процессоров, а также наличие марковской зависимости между элементами управляющих последовательностей и величиной процесса нагрузки.

Список публикаций по теме диссертации

1. Морозов Е. В., Румянцев А. С. Модели многосерверных систем для анализа вычислительного кластера // Труды Карельского научного центра Российской академии наук. 2011. Т. 5. С. 75–86.
2. Морозов Е. В., Румянцев А. С. Вероятностные модели многопроцессорных систем: стационарность и моментные свойства // Информатика и ее применения. 2012. Т. 6, № 3. С. 99–106.
3. Morozov E., Pagano M., Rumyantsev A. Heavy-tailed Distributions with Applications to Broadband Communication Systems // Proceedings of AM-ICT'2007. Vol. 9. Petrozavodsk, 2008. Pp. 157–174.
4. Morozov E., Rumyantsev A. Moment properties of queueing systems and networks // Proceedings of 2010 International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems and Workshops (ICUMT), Moscow, 18-20 Oct. 2010. Moscow: IEEE, 2010. Pp. 1056–1061.
5. Морозов Е. В., Румянцев А. С. Регенерация и корреляционные свойства стационарной задержки в одноканальной очереди // Proceedings of International Workshop Distributed Computer and Communication Networks. Theory and Applications (DCCN-2010). Moscow: R&D Company «Information and Networking Technologies», 2010. Pp. 58–67.
6. Морозов Е., Румянцев А. Некоторые модели многопроцессорных систем

- обслуживания с тяжелыми хвостами // Параллельные вычислительные технологии 2011: сборник трудов Международной научной конференции. Челябинск: ЮУрГУ, 2011. С. 555–566.
7. Румянцев А. О стохастическом моделировании вычислительного кластера // Информационно-телекоммуникационные технологии и математическое моделирование высокотехнологичных систем: Тезисы докладов Всероссийской конференции с международным участием (18–22 апреля 2011). Москва: РУДН, 2011. С. 46–47.
 8. Румянцев А. Моделирование процесса нагрузки вычислительного кластера на примере кластера ЦКП КарНЦ РАН «Центр высокопроизводительной обработки данных» // Материалы XI Всероссийской конференции «Высокопроизводительные параллельные вычисления на кластерных системах». Нижний Новгород: Изд-во Нижегородского госуниверситета, 2011. С. 272–275.
 9. Morozov E. V., Rumyantsev A. S. Stability analysis of a multiprocessor model describing a high performance cluster // XXIX International Seminar on Stability Problems for Stochastic Models and V International Workshop «Applied Problems in Theory of Probabilities and Mathematical Statistics related to modeling of information systems», Book of Abstracts. Moscow: Institute of Informatics Problems, RAS, 2011. Pp. 82–83.
 10. Румянцев А. С. Пакет hpcwld для программной среды вычислений R. Свидетельство Федеральной службы по интеллектуальной собственности, патентам и товарным знакам о государственной регистрации программы для ЭВМ №2012610210. 2012.

Цитированная литература

11. Aban I., Meerschaert M., Panorska A. Parameter estimation for the truncated Pareto distribution // Journal of the American Statistical Association. 2006. Vol. 101, no. 473. Pp. 270–277.
12. Charlot F., Ghidouche M., Hamami M. Irréductibilité et récurrence au sens de Harris des «Temps d'attente» des files GI/G/q // Zeitschrift für Wahrscheinlichkeitstheorie und verwandte Gebiete. 1978. Vol. 43. Pp. 187–203.
13. Kiefer J., Wolfowitz K. On the theory of queues with many servers // Transactions of the American Mathematical Society. 1955. Vol. 78, no. 1. Pp. 1–18.
14. Scheller-Wolf A., Vesilo R. Sink or Swim Together: Necessary and Sufficient Conditions for Finite Moments of Workload Components in FIFO Multiserver Queues // Queueing Systems. 2011. Vol. 67, no. 1. Pp. 47–61.