

Минобрнауки России  
Федеральное государственное  
бюджетное учреждение науки  
**Федеральный исследовательский центр**  
**«Карельский научный центр**  
**Российской академии наук»**  
(КарНЦ РАН)

**УТВЕРЖДАЮ**

Врио председателя КарНЦ РАН  
член-корр. РАН

\_\_\_\_\_ О.Н. Бахмет

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2018 г.

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

### **«Случайные графы»**

Основной образовательной программы высшего образования –  
программы подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре  
по направлению подготовки

**01.06.01 «Математика и механика»,**

**профиль: Дискретная математика и математическая кибернетика**

Петрозаводск  
2018

Рабочая программа дисциплины разработана в соответствии с ФГОС ВО, утвержденным приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 30.07.2014 г. № 866 и учебным планом по направлению подготовки аспирантуры 01.06.01 Математика и механика, профиль «Дискретная математика и математическая кибернетика».

Разработчики:

Павлов Юрий Леонидович, главный научный сотрудник ИПМИ КарНЦ РАН, доктор физико-математических наук, профессор

---

Эксперт:

Ретгиева Анна Николаевна, ведущий научный сотрудник ИПМИ КарНЦ РАН, доктор физико-математических наук, доцент

---

Рабочая программа дисциплины рассмотрена и одобрена на заседании Ученого совета ИПМИ КарНЦ РАН (протокол № 5 от «24» мая 2018 г.) и рекомендована к утверждению на заседании Ученого совета КарНЦ РАН (протокол № 7 от «25» мая 2018 г.)

## **1. Цели и задачи дисциплины**

1.1. *Целью дисциплины является:* изучение фундаментальных понятий и методов современной теории случайных графов, формирование навыков использования методов теории случайных графов; повышение квалификации в области научных основ и применения методов теории случайных графов для решения фундаментальных и прикладных научно-технических проблем.

1.2. *Виды профессиональной деятельности:*

- научно-исследовательская деятельность;
- проектная деятельность.

Выпускник, освоивший программу аспирантуры в соответствии с данными видами профессиональной деятельности, готов решать следующие профессиональные задачи:

- подготовка научных и научно-технических публикаций;
- разработка алгоритмов с использованием методов теории случайных графов;
- использование методов теории случайных графов в научно-исследовательской, педагогической и производственно-технологической деятельности, включая разработку алгоритмических и программных решений в области прикладного программирования.

## **2. Место дисциплины в структуре ООП аспиранта**

Дисциплина «Случайные графы» является вариативной согласно учебному плану ООП по направлению подготовки 01.06.01 «Математика и механика», профиль – Дискретная математика и математическая кибернетика. Дисциплина изучается в 3-м и 4-м семестрах, направлена на формирование компетенций УК1, УК3, УК4, ОПК1, ОПК2, ПК1, ПК4.

## **3. Требования к уровню подготовки аспиранта, завершившего изучение дисциплины**

В результате освоения дисциплины аспирант приобретает следующие компетенции.

Код компетенции. Этап формирования компетенции	Формулировка компетенции	Планируемые результаты обучения (индикаторы достижения компетенции)
УК1	Способность к критическому анализу и оценке современных научных достижений, генерированию новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях	<p><b>Знать:</b> классические виды случайных графов, текущее состояние современных научных достижений, фундаментальные основы теории случайных графов</p> <p><b>Уметь:</b> генерировать новые идеи при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях.</p> <p><b>Владеть:</b> способностью к анализу и оценке современных научных достижений</p>
УК3	Готовность участвовать в работе российских и международных исследовательских коллективов по решению научных и научно-образовательных задач	<p><b>Знать:</b> общее состояние современных научных достижений в теории случайных графов.</p> <p><b>Уметь:</b> вести научно-исследовательскую деятельность.</p> <p><b>Владеть:</b> организационными, коммуникативными навыками, позволяющими осуществлять работу в исследовательских коллективах.</p>
УК4	Готовность использовать современные методы и технологии научной коммуникации на государственном и иностранном языках	<p><b>Знать:</b> текущее состояние современных научных достижений.</p> <p><b>Уметь:</b> принимать мотивированное решение.</p> <p><b>Владеть:</b> навыками принятия решений и способностью нести ответственность за принятые решения</p>
ОПК1	Способность самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов	<p><b>Знать:</b> текущее состояние современных научных достижений в теории случайных графов.</p> <p><b>Уметь:</b> использовать современные методы теории случайных графов.</p> <p><b>Владеть:</b> навыками и основными методами теории случайных графов.</p>

	исследования и информационно-коммуникационных технологий	
ОПК2	Готовность к преподавательской деятельности по основным образовательным программам высшего образования	<p><b>Знать:</b> историю развития теории случайных графов, классические методы и текущее состояние современных научных достижений в области моделирования сложных сетей коммуникаций.</p> <p><b>Уметь:</b> применять полученные теоретические знания в преподавательской деятельности.</p> <p><b>Владеть:</b> способностью к критическому анализу учебных программ по вероятностным методам дискретной математики</p>
ПК1	Понимание роли и места дискретной математики и математической кибернетики в математике в целом, их связи с другими разделами математики и другими областями науки	<p><b>Знать:</b> методы дискретной математики, теории графов, и теории вероятностей, применяемые при моделировании сложных сетей коммуникаций</p> <p><b>Уметь:</b> оценивать методы дискретной математики, теории графов, теории вероятностей и с точки зрения возможности и целесообразности их применения при моделировании сложных сетей.</p> <p><b>Владеть:</b> навыками использования методов дискретной математики и математической кибернетики при моделировании сетей.</p>
ПК4	Способность применять алгебраические, логические, комбинаторные, вероятностные и алгоритмические методы анализа графов, автоматов, формальных языков, символьных последовательностей	<p><b>Знать:</b> текущее положение современных научных достижений в дискретной математике и математической кибернетике, классическую и современную методологию теории случайных графов.</p> <p><b>Уметь:</b> применять комбинаторные, теоретико-графовые и теоретико-вероятностные методы для моделирования сложных объектов</p> <p><b>Владеть:</b> навыками использования методов дискретной математики и математической кибернетики при моделировании сложных объектов</p>

#### 4. Объем дисциплины и виды учебной работы

#### 4.1. Объем дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных единицы, 72 часа.

Вид учебной работы	Объем часов / зачетных единиц
<b>Обязательная аудиторная учебная нагрузка (всего)</b>	32
в том числе:	
лекции	16
семинары	-
практические занятия	16
<b>Самостоятельная работа аспиранта (всего)</b>	36
<b>Вид контроля по дисциплине</b>	зачет, 4

#### 4.2. Лекционные занятия

№ те мы	Название раздела/темы дисциплины	Технология проведения	Формиру- емые компетен- ции (код)	Форма оценочных средств	Трудоемкость (час.)
1	Понятие случайный граф, классические случайные графы, примеры	Чтение лекций, использование учебников, методических пособий и УМК	УК 3	коллоквиум	2
2	Обобщенная схема размещения, ветвящиеся процессы	Чтение лекций, использование учебников, методических пособий и УМК	ПК 1	собеседование	3
3	Случайные графы Эрдеша-Реньи	Чтение лекций, использование учебников, методических пособий и УМК	ОПК 1	коллоквиум	4
4	Малый мир	Чтение лекций, использование учебников, методических пособий и УМК	ОПК 2	собеседование	4

5	Конфигурационные графы и их практические применения	Чтение лекций, презентации с использованием мультимедийного оборудования, использование учебников, методических пособий и УМК	ПК 4	коллоквиум	3
<b>Итого:</b>					<b>16</b>

#### 4.3. Практические (семинарские) занятия

№ темы	Тематика занятий	Технология проведения	Формируемые компетенции (код)	Форма оценочных средств	Трудоемкость (час.)
1	Понятие случайный граф, классические случайные графы, примеры	Лабораторный практикум, консультация по решению задач	УК 1	Дискуссия	3
2	Обобщенная схема размещения, ветвящиеся процессы	Лабораторный практикум, консультация по решению задач	УК 4	Дискуссия	3
3	Случайные графы Эрдеша-Реньи	Лабораторный практикум, консультация по решению задач	ОПК 1	Дискуссия	4
4	Малый мир	Лабораторный практикум, консультация по решению задач	ОПК 2	Дискуссия	3
5	Применения конфигурационных графов	Лабораторный практикум, консультация по решению задач	ПК 1	Дискуссия	3
<b>Итого:</b>					<b>16</b>

## **5. Содержание дисциплины**

### **Тема №1. Понятие случайный граф, классические случайные графы, примеры.**

Случайный объект как обобщение понятия случайной величины. Случайный граф – частный случай случайного объекта. Вероятностный подход к решению перечислительных задач. Классические случайные графы. Случайные деревья, леса, отображения.

### **Тема №2. Обобщенная схема размещения, ветвящиеся процессы.**

Классическая схема размещения частиц по ячейкам. Обобщенная схема. Условные случайные леса. Ветвящиеся процессы. Процессы Гальтона-Ватсона. Вероятность вырождения. Классификация ветвящихся процессов. Примеры применения.

### **Тема №3. Случайные графы Эрдеша-Реньи.**

Графы Эрдеша-Реньи и их свойства. Границы объемов компонент связности. Классификация графов Эрдеша-Реньи (докритические, критические и надкритические). Связь графов Эрдеша-Реньи и ветвящихся процессов. Оценка возможностей использования графов Эрдеша-Реньи при моделировании сложных сетей.

### **Тема №4. Малый мир.**

Основные свойства современных сложных сетей коммуникаций (безмасштабность, малый мир, случайные распределения степеней с тяжелым хвостом). Графы предпочтительного присоединения и их свойства. Конфигурационные графы. Алгоритм построения графа. Динамика случайных графов. Локальная древовидность. Связь с ветвящимися процессами. Гигантская компонента.

### **Тема №5. Применения конфигурационных графов.**

Использование конфигурационных графов для моделирования сложных сетей коммуникаций, в частности, систем мобильной связи и сети Интернет. Оценка устойчивости сетей к случайным и целенаправленным разрушающим воздействиям. Моделирование лесных пожаров и банковских систем. Современные сети с изменяющимися и случайными распределениями случайных величин, равных степеням вершин.



## 6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы аспирантов

### Формы проведения самостоятельной работы

№	Тема дисциплины	Форма самостоятельной работы	Трудоемкость (час.)
1	Понятие случайный граф, классические случайные графы, примеры	Проработка конспектов лекций и вопросов, вынесенных на самостоятельное изучение по основной и дополнительной литературе с использованием интернет-ресурсов	4
2	Обобщенная схема размещения, ветвящиеся процессы	Проработка конспектов лекций и вопросов, вынесенных на самостоятельное изучение по основной и дополнительной литературе с использованием интернет-ресурсов	7
3	Случайные графы Эрдеша-Реньи	Выполнение домашних и контрольных работ с привлечением специальной научно-технической литературы и программных средств и интернет-ресурсов. Участие в НИР аспирантов	9
4	Малый мир	Выполнение домашних и контрольных работ с привлечением специальной научно-технической литературы и программных средств и интернет-ресурсов. Участие в НИР аспирантов	9
5	Применения конфигурационных графов	Проработка конспектов лекций и вопросов, вынесенных на самостоятельное изучение по основной и дополнительной литературе с использованием интернет-ресурсов	7
	Итого:		36

## 7. Контроль знаний аспирантов

### 7.1. Формы текущего контроля работы аспирантов:

1) коллоквиум; 2) собеседование; 3) дискуссия.

### 7.2. Промежуточная аттестация по дисциплине:

проводится в форме зачета.

### 7.3. Вопросы по дисциплине «Случайные графы»

1. Понятие случайный объект. Случайные графы.
2. Вероятностный подход к решению перечислительных задач. Примеры.

3. Классические случайные графы. Примеры.
4. Классическая схема размещения.
5. Обобщенная схема размещения.
6. Случайные деревья и леса.
7. Случайные подстановки и отображения.
8. Ветвящиеся процессы. Процессы Гальтона-Ватсона.
9. Классификация ветвящихся процессов.
10. Вырождение ветвящихся процессов.
11. Графы Эрдеша-Реньи.
12. Объемы компонент связности графов Эрдеша-Реньи.
13. Связь графов Эрдеша-Реньи и ветвящихся процессов.
14. Классификация графов Эрдеша-Реньи.
15. Свойства докритических графов Эрдеша-Реньи.
16. Свойства критических графов Эрдеша-Реньи.
17. Свойства надкритических графов Эрдеша-Реньи.
18. Сложные сети коммуникаций и их свойства. Примеры.
19. Графы предпочтительного присоединения.
20. Конфигурационные графы и их свойства.
21. Алгоритм построения конфигурационного графа.
22. Связь конфигурационных графов и ветвящихся процессов.
23. Локальная древовидность конфигурационных графов.
24. Гигантская компонента связности.
25. Условные конфигурационные графы.
26. Устойчивость конфигурационных графов к разрушениям.
27. Распространение огня на графе.
28. Моделирование лесных пожаров и банковских кризисов.
29. Конфигурационные графы с изменяющимися и случайными распределениями степеней вершин.

#### 7.4. Критерии оценки промежуточной аттестации аспирантов по дисциплине

<b>Критерии оценки зачета</b>	
«зачтено»	Ставится, если аспирант строит ответ логично в соответствии с планом, обнаруживает глубокое знание теоретических вопросов. Уверенно отвечает на дополнительные вопросы. При ответе грамотно использует научную лексику, свободно ориентируется в материале курса. Аспирант успешно справляется с практическим заданием.
«не зачтено»	Ставится если, аспирант оказывается неспособным правильно раскрыть содержание основных понятий, плохо ориентируется в материале курса. Ответ содержит ряд серьезных неточностей. Аспирант не способен выполнить практическое задание.

#### 7.5. Фонд оценочных средств

*Содержание фонда оценочных средств:* см. Приложение.

## 8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### 8.1. Основная литература

1. Колчин, Валентин Федорович. Случайные графы. - М. : Физматлит, 2000. - 255с.
2. Павлов, Ю. Л. Случайные графы : Петрозаводск : Издательство ПетрГУ, 2013. - 82 с.
3. Павлов, Ю. Л. Случайные графы Интернет-типа и обобщенная схема размещения / Ю. Л. Павлов, И. А. Чеплюкова // Дискретная математика. - 2008. - Т. 20, вып. 3. - С. 3-18.
4. Чистяков, С. П. Случайные леса : обзор / С. П. Чистяков // Труды Карельского научного центра Российской академии наук. Сер.: Математическое моделирование и информационные технологии, Вып. 4. - 2013. - № 1. - С. 117-136.

### 8.2. Дополнительная литература

1. Алон, Н. Вероятностный метод : учеб. пособие : пер. 2-го англ. изд. / Н. Алон, Дж. Спенсер ; А. А. Сапоженко (ред.). - М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2007. - 320 с.
2. Дистель, Р. Теория графов : Пер. с англ. / Дистель Р. - Новосибирск : Издательство института математики, 2002. - 335 с. : ил. ; 23 см. - Пер. изд.: Graph theory/ Diestel Reinhard.
3. Нагаева, С. В. О реализации случайных графов графами расстояний в пространствах фиксированной размерности Текст / С. В. Нагаева, А. М. Райгородский // Доклады Академии наук. - 2009. - Т. 424, N 3, январь. - С. 315-317.
4. Павлов, Ю. Л. Случайные леса / Ю. Л. Павлов ; ред. В. Ф. Колчин. - Петрозаводск : Карельский научный центр РАН, 1996. - 259 с.

### 8.3.

Интернет-ресурсы	
<a href="http://www.garant.ru">www.garant.ru</a>	Базы данных, информационно-справочные и поисковые системы
<a href="http://biblioclub.ru">http://biblioclub.ru</a>	Университетская библиотека Online
<a href="http://www.elibrary.ru">http://www.elibrary.ru</a>	Электронная библиотека
<a href="http://ndce.edu.ru">http://ndce.edu.ru</a>	Каталог учебников, электронных ресурсов для высшего образования
<a href="http://edu.ru">http://edu.ru</a>	Федеральный портал «Российское образование»
<a href="http://window.edu.ru">http://window.edu.ru</a>	Портал «Единое окно доступа к образовательным ресурсам»
<a href="http://school.edu.ru">http://school.edu.ru</a>	Российский общеобразовательный портал
<a href="https://www.youtube.com/playlist?list=PLuWypj7F_mQmdMAhav8mapGIlf4bdgTkT">https://www.youtube.com/playlist?list=PLuWypj7F_mQmdMAhav8mapGIlf4bdgTkT</a>	Лекции А.М. Райгородского

<a href="http://www.win.tue.nl/~rhofstad/NotesRGCN.pdf">http://www.win.tue.nl/~rhofstad/NotesRGCN.pdf</a>	Книга R. Hofstad «Random graphs and complex networks»
<a href="http://bookre.org/reader?file=448243">http://bookre.org/reader?file=448243</a>	Книга R. Durrett «Random graphs dynamics»
<a href="http://www.youtube.com/watch?v=arDYNhP95JI">http://www.youtube.com/watch?v=arDYNhP95JI</a>	Лекция Dimitris Achlioptas «Random graphs and large networks»
<a href="http://www.empatika.com/blog/agent_modeling_forest_fire">http://www.empatika.com/blog/agent_modeling_forest_fire</a>	Сайт компании «Empatika»: Моделирование банковских кризисов и лесных

## 9. Перечень программного обеспечения

Mathematica, PGP, Криптограф, LaTeX, Word

## 10. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Аудитории для проведения лекционных и практических занятий, мультимедийное оборудование, доска, доступ к Интернет-ресурсам.