

Институт прикладных математических исследований Карельский
научный центр РАН

Математические методы В ЭКОЛОГИИ



Петрозаводск 2008

Карельский научный центр
Российской академии наук
Институт прикладных
математических исследований

Математические методы В ЭКОЛОГИИ

Тезисы докладов
Третьей Всероссийской школы
молодых ученых
Петрозаводск, 24 – 29 августа, 2008 г.

Петрозаводск 2008

УДК 51-7:574

ББК 28.080в6

Редакционная коллегия:

В.В. Мазалов (главный редактор), д.ф.-м.н., проф.

А.Н. Реттеева (ответственный за выпуск), к.ф.-м.н., с.н.с.

ISBN

©Карельский научный центр РАН, 2008
©Институт прикладных математических
исследований КарНЦ РАН, 2008

Содержание

Секция 1. Популяционная динамика	10
К расчету переноса погрешности параметров модели динамики популяции с помощью сопряженных уравнений и полиномиального хаоса	10
<i>А.К. Алексеев</i>	
Исследование динамики роста популяции микроорганизмов на основе информационной модели клеточного цикла	13
<i>А.А. Арзамасцев, А.В. Карпенков</i>	
Дискретная математическая модель роста биологических объектов на плоскости	15
<i>А.А. Арзамасцев, Д.В. Слеткова, Е.С. Яблоков</i>	
Динамика численности в системе популяций с анизотропией по миграции	17
<i>М.П. Кулаков</i>	
Таксис и пространственное поведение особей в дискретной индивидуально ориентированной модели	19
<i>А.М. Мазурицкая, Ю.В. Тютюнов</i>	
Эволюционный подход к имитационному моделированию популяций	21
<i>В.В. Меншуткин</i>	
Применение модели Лефковича к описанию демографической динамики (на примере Еврейской автономной области)	24
<i>Г.П. Неверова, О.Л. Ревуцкая</i>	
Построение термодинамических характеристик экосистем с нелинейными парными взаимодействиями	26
<i>Ю.А. Пых</i>	
Режимы динамики численности двухвозрастной популяции	28
<i>О.Л. Ревуцкая, Г.П. Неверова, Е.Я. Фрисман</i>	

Плотностная зависимость трофической функции хищника	31
<i>Ю.В. Тютюнов, Л.И. Титова</i>	
Секция 2. Моделирование биосферных процессов	32
Моделирование биосферных процессов на основе искусственных нейронных сетей	32
<i>А.А. Арзамасцев, А.С. Козадаев</i>	
Определение точек бифуркации циклических процессов	36
<i>Б.З. Белашев</i>	
Оценка биогенной нагрузки на водосбор р.Невы	38
<i>А.А. Ершова</i>	
Моделирование продольных профилей древесного ствола и его прироста: уравнение с параметрами формы	41
<i>Н.Ф. Каплина</i>	
Великие озера Европы и глобальное потепление	44
<i>Л.А. Рузовец, Г.П. Астраханцев, Т.Р. Минина, В.Н. Полосков Н.А. Петрова, А.Ю. Терзевик, Н.Н. Филатов</i>	
Моделирование гидрофизических процессов в водоемах с морфологическими особенностями дна	47
<i>А.Л. Чижин</i>	
Секция 3. Моделирование динамических процессов в биогеоценозах	49
Математическое моделирование температурного гомеостаза в популяциях микроорганизмов	49
<i>А.А. Арзамасцев, Е.Н. Альбицкая</i>	
Объектно-ориентированные математические модели динамики биологических популяций	53
<i>А.А. Арзамасцев, Е.Н. Альбицкая, Т.И. Горбачева, М.В. Ефимкина</i>	
Использование косинор-анализа в экологических исследованиях фотосинтеза	55
<i>В.К. Болондинский</i>	
Моделирование экосистемы Охотского моря	58
<i>Е.Е. Гиричева</i>	
Структурная организация экосистем	61
<i>Л.С. Кель</i>	
Применение имитационной компьютерной модели к анализу динамики древостоя	65
<i>А.Н. Колобов</i>	

Математическое моделирование трансформации биогенных веществ и биопродуктивность экосистемы Белого моря	68
<i>А.В. Леонов, Н.Н. Филатов, О.В. Чичерина</i>	
Математическое моделирование динамики гидрологического режима Белого моря при вариациях жидкого стока и климатических факторов во второй половине XX века	70
<i>А.Е. Цыганкова, С.В. Бердников</i>	
Секция 4. Математические методы в задачах охраны окружающей среды	73
Оптимальное управление в биосистемах	73
<i>А.И. Абакумов</i>	
Использование методов математического моделирования для разработки малоотходной технологии в производстве этанола	76
<i>А.А. Арзамасцев, П.А. Азарова</i>	
Модель биологической очистки с переменной структурой биомассы .	79
<i>А.Н. Кириллов</i>	
Имитационное моделирование как средство решения проблем рационального водопользования (на примере водной системы Ладожского озера и Невской губы)	81
<i>С.А. Кондратьев</i>	
Моделирование ТДС-дегазации пластины	86
<i>Е.К. Костикова</i>	
Интервальные методы математического программирования и задачи охраны окружающей среды	87
<i>В.И. Левин</i>	
Вычислительный эксперимент при изучении математической модели экосистемы водоема	89
<i>Ю.С. Петров, В.Е. Распопов</i>	
Численный алгоритм решения краевой задачи ТДС-дегидрирования с подвижными границами	92
<i>Н.И. Родченкова</i>	
Применение фрактальных характеристик растительных сообществ в задачах охраны окружающей среды	94
<i>А.Н. Светлаков</i>	
Об одной обратной задаче параметрической идентификации	96
<i>И.А. Чернов</i>	

Секция 5. Экологический менеджмент	98
Моделирование экологического воздействия угольных мини-ТЭС на воздушный бассейн с учетом регионального и масштабного факторов ..	98
<i>О.В. Афанасьева, Г.Р. Мингалеева</i>	
Разработка методики оценки безопасности заповедника	101
<i>Г.В. Губко</i>	
Когнитивное моделирование перспектив управления параметрами урбоэкосистемы в условиях антропогенного загрязнения	104
<i>И.А. Ильченко</i>	
Исследование экологических сайтов	106
<i>Н.Б. Луговая, А.А. Печников</i>	
Модели и механизмы страхования в системах управления экологической безопасностью	107
<i>Т.И. Овчинникова</i>	
Технология моделирования медико-эколого-экономических процессов	110
<i>А.Б. Столбов</i>	
Секция 6. Статистические методы в экологии	113
Отрицательное биномиальное распределение как модель отношений в системе паразит-хозяин	113
<i>Е.П. Иешко, Ю.Л. Павлов</i>	
Оценка влияния экологических факторов на уровень онкологической заболеваемости (на примере Республики Карелия)	115
<i>Е.В. Молчанова</i>	
Морфометрическая характеристика листовой поверхности однолетних сеянцев березы	118
<i>Н.Н. Николаева, Д.С. Запезалова, М.М. Лери</i>	
Компьютерное моделирование для изучения свойств липидных молекул природных мембран	121
<i>А.Л. Рабинович</i>	
Параллельные вычисления в компьютерном моделировании методом Монте-Карло: исследование конформационных свойств макромолекул на кластере	124
<i>Д.С. Столяров, А.Л. Рабинович</i>	
Применение конфлюэнтного анализа для изучения сезонной динамики планктона Онежского озера	126
<i>М.Т. Сярки, С.П. Чистяков</i>	

Секция 7. Теоретико-игровые модели в экологии 128

- Математическое и компьютерное моделирование процессов вторичного массопереноса загрязнений: метод функции Грина и метод клеточных автоматов 128
С.В. Губарев, К.А. Беклемишев, Д.Б. Берг
- Неманипулируемые механизмы активной экспертизы в задачах оценки эколого-экономических рисков 131
Н.А. Коргин
- Моделирование экономических механизмов управления уровнем риска 133
Д.А. Новиков, А.В. Щепкин
- Коалиционное решение в одной теоретико-игровой модели экологического менеджмента 137
Л.А. Петросян, Н.В. Козловская
- Задача управления биоресурсами с меняющейся долей заповедной территории и миграцией 138
А.Н. Реттиева

Секция 1. Популяционная динамика

К расчету переноса погрешности параметров модели динамики популяции с помощью сопряженных уравнений и полиномиального хаоса

Алексеев А.К.

РКК Энергия, ул. Ленина, 4а, Королев, 141070, Россия
e-mail: Aleksey.k.Alekseev@gmail.com

Рассмотрим модель динамики популяции диффузионного типа [1]

$$\frac{\partial U}{\partial t} - D \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} - D \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - rU(1 - U) + h(x)U = 0, U_{t=0} = U_0(x) \quad (1)$$

Здесь $U(x, y)$ - плотность популяции, r - темп прироста, $h(x, y)$ - вылов. Считаем, что коэффициенты модели являются случайными величинами с известным распределением.

Целью работы является определение плотности распределения целевого функционала при известных плотностях распределения коэффициентов модели или начальных данных. Для простоты выберем функционал

$$\varepsilon = \int_0^T \int_{\Omega} U \delta(x - x_{tar}) d\Omega dt \quad (2)$$

Основным инструментом в данном рассмотрении будут являться сопряженные уравнения, получаемые стандартным способом [2].

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} - \langle D \rangle \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} - \langle D \rangle \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} - \delta(x - x_{tar}) = 0, \Psi_{t=t_f} = 0 \quad (3)$$

При выведении мы представляем случайные величины в виде их детерминированного среднего и случайного отклонения, $D = \langle D \rangle + \delta D$, $r = \langle r \rangle + \delta r$, $h = \langle h \rangle + \delta h$, $U_0 = \langle U_0 \rangle + \delta U_0$.

Плотность распределения функционала можно рассчитать, используя

$$\delta \varepsilon = \varepsilon - \langle \varepsilon \rangle = \int_0^T \int_{\Omega} \Psi \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \delta D d\Omega dt - \int_0^T \int_{\Omega} \Psi \delta r (1 + 2U) d\Omega dt - \int_0^T \int_{\Omega} \Psi \delta h d\Omega dt \quad (4)$$

и метод Монте-Карло в соответствии с [3,4]. Этот подход обеспечивает высокую вычислительную эффективность, но ограничен предположением о малости отклонения случайной величины от среднего значения. Для больших отклонений представляется целесообразным раскладывать случайную функцию в ряд по Эрмитовым полиномам (аппроксимация полиномиальным хаосом). В рамках этого подхода для случайного вектора (ξ_1, \dots, ξ_n) , принадлежащего пространству R^n размерности n , и мультииндекса $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$ со степенью $p = |\alpha| = (\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n)$ (порядком полинома) многомерные Эрмитовы полиномы определяются выражением

$$H_p(\xi_1, \dots, \xi_n) = e^{\xi^* \xi / 2} (-1)^p \frac{\partial^p}{\partial \xi_1 \dots \partial \xi_n} e^{-\xi^* \xi / 2} \quad (5)$$

Они задают ортонормированный базис в $L_2(R^n, \mu^n)$, где μ^n Гауссова мера на R^n : $\mu = (2\pi)^{-n/2} e^{-\xi^* \xi / 2}$.

Соответствующее разложение имеет вид $f(\xi) = \sum_0^P f_n H_n(\xi)$, где $f_n = \int_{-\infty}^{+\infty} f(\xi) H_n(\xi) \rho(\xi) d^n \xi$, и $\rho(\xi) = (2\pi)^{-n/2} e^{-\xi^* \xi / 2}$.

Непосредственная реализации спектрального метода приводит к достаточно громоздким выражениям и необходимости изменять существующие программы. В связи с этим появился “неинтрузивный” метод [5], следующего вида:

$$\alpha^*(x, y, \vec{\xi}) = \sum_{i=0}^P \alpha_i(x, y) H_i(\vec{\xi}) \quad (6)$$

Здесь $\alpha_i(x, y)$ - детерминированные коэффициенты, $H_i(\vec{\xi})$ -случайные ортогональные функции, $\vec{\xi} = (\xi_1, \dots, \xi_n)$ - n -мерный случайный вектор с известной плотностью распределения, $\alpha^*(x, y, \vec{\xi})$ -наблюдаемые величины, которые можно рассчитать детерминировано, с использованием существующих и отлаженных кодов. Детерминированные коэффициенты определяются из решения системы уравнений (6). Данный подход существенно эффективнее полного Монте-Карло, однако, число обращений к основной программе все равно достаточно велико. Использование информации о градиентах (например, в [6] получаемой с помощью системы автоматического дифференцирования) позволяет увеличить эффективность расчета. Запишем разложение функционала в несколько иной форме

$$\varepsilon = b_0 + \sum_{i_1=1}^n b_{i_1} H_1(\xi_{i_1}) + \sum_{i_1=1}^n \sum_{i_2=1}^{i_1} b_{i_1 i_2} H_2(\xi_{i_1}, \xi_{i_2}) + \sum_{i_1=1}^n \sum_{i_2=1}^{i_1} \sum_{i_3=1}^{i_2} b_{i_1 i_2 i_3} H_3(\xi_{i_1}, \xi_{i_2}, \xi_{i_3}) + \dots \quad (7)$$

Коэффициенты $b_{i_1 i_2 i_3}$ неизвестны и определяются по некоторому ансамблю решений. Использование данных по градиенту сокращает этот ансамбль в $n + 1$ раз.

Пусть мы имеем с помощью решения сопряженных уравнений величину градиента, это стоит решения еще одной задачи, близкой по затратам ресурсов к основной. В результате получаем сразу n величин. Недостающую информацию добираем за счет дополнительных $\xi^{(m)}$. В итоге система уравнений для b_j (сначала разворачиваем по α , затем сдвигаем m)

$$\sum_1^P b_j \frac{\partial}{\partial \xi_\alpha} H_j(\xi^{(m)}) = \Psi(x_\alpha, \xi^{(m)}) a_{i\alpha} \frac{\partial}{\partial \xi_\alpha} H_i(\xi^{(m)}) (\alpha = 1 \dots n, m = 1 \dots M) \quad (8)$$

Таким образом, число обращений к решению основной задачи (и близкой к ней по ресурсам сопряженной) сокращается с $(np + 1)n$ до $2(np + 1)n / (n + 1) \sim 2np$.

В работе на численных примерах оценена обусловленность системы уравнений и представлены результаты ее численного решения, рассмотрены возникающие при этом сложности и варианты их устранения.

Заключение. Использование сопряженных уравнений и полиномиального хаоса перспективно с точки зрения построения вычислительно эффективного алгоритма без предположений о достаточной малости отклонения случайной величины от среднего значения.

Литература

1. Ding W. *Optimal Harvesting of a Spatially Explicit Fishery Model*, 2007 World Conf. on Natural Resource Modeling June 19 – 22, Cape Cod.
2. Марчук Г.И. *Сопряженные уравнения и анализ сложных систем*, М., Наука, 1992.
3. Estep D., Neckels D. *Fast and reliable methods for determining the evolution of uncertain parameters in differential equations*, JCP **213**, 530–556.
4. Ghate D. Giles M. B. *Inexpensive Monte Carlo Uncertainty*, SAROD-2005, Tata McGraw-Hill.
5. Hosder S., Walters R. W. and Perez R. *A Non-Intrusive Polynomial Chaos Method For Uncertainty Propagation in CFD Simulations*, AIAA 2006-891, 1–19.
6. Isukapalli S.S., Roy A., and Georgopoulos P.G. *Efficient Sensitivity/Uncertainty Analysis using the combined Stochastic Response Surface Method (SRSM) and Automatic for Fortran Code (ADIFOR) Differentiation*, Risk Analysis **20**, 591–602.

**Исследование динамики роста популяции микроорганизмов на
основе информационной модели клеточного цикла**

Арзамасцев А.А., Карпенков А.В.

*Тамбовский государственный университет им. Г.Р. Державина,
ул. Интернациональная 33, Тамбов, 392000, Россия
e-mail: arz_sci@mail.ru, liolik@mail333.com*

Предложена имитационная модель роста популяции микроорганизмов, базой для построения которой являются фазы клеточного цикла биообъектов, их временные характеристики и длительность, а так же зависимость этих параметров от внешних и внутренних условий (температура, кислотность среды). Ввиду того, что каждый объект в популяции имеет различные характеристики клеточного цикла, определяемые их распределениями, данная модель представляет собой совокупность компьютерных объектов, являющихся аналогами реальных.

Задача разработки стохастических математических моделей роста биологических популяций составляет важное направление исследований. Такие математические модели являются более физичными (адекватными) реальным объектам по своей сути, т.к. они обладают важным для анализа данных свойством - определенной невозпроизводимостью результатов, т.е. как и в реальном объекте результаты вычислительных экспериментов являются различными, даже если начальные условия такого эксперимента идентичны.

При таком подходе каждая особь биологической популяции моделируется отдельным объектом, наделенным только ему присущими свойствами (так, как это имеет место в реальной популяции). Макрокинетические характеристики популяции при этом получаются в результате суммирования или усреднения индивидуальных характеристик объектов.

В работе построены две объектно-ориентированные стохастические математические модели роста биологических популяций – прокариотических и эукариотических микроорганизмов.

Проведено объяснение с помощью моделей таких феноменов, как различный характер кинетики роста асинхронных и синхронизированных популяций, разработаны методы оценки количества микроорганизмов, находящихся в каждой из фаз клеточного цикла, изучено влияние распределения микроорганизмов по фазам клеточного цикла в популяции на ход кинетических кривых.

Идентификация распределения клеток микроорганизмов в популяции по фазам клеточного цикла является важной проблемой в областях биомедицины и биотехнологии, т.к. от этого параметра в значительной степени зависит макрокинетика роста популяции микроорганизмов или клеток, потребления

субстратов и выработки метаболитов, а также синхронизация роста клеток. Поскольку кинетика роста популяций микроорганизмов и клеток является важнейшим показателем, используемым во многих экспериментальных методиках и тестах в медицинских и биотехнологических исследованиях, а также при проектировании биотехнологической аппаратуры, то решение указанной проблемы является крайне актуальной для интеллектуализации в биомедицинских и биофизических исследованиях.

Мы предлагаем осуществлять идентификацию распределения микроорганизмов (клеток) в популяции по фазам клеточного цикла путем сравнения кинетических кривых, полученных в эксперименте и с помощью специально разработанной объектно-ориентированной стохастической математической модели. При этом минимизируют различия между экспериментально наблюдаемой кинетикой роста популяции и кинетикой роста, получаемой с помощью математической модели (оптимальный модельный расчет). Вывод о структуре фазовой гетерогенности популяции получают как начальное условие оптимального расчета по математической модели.

Предлагаемая методика базируется на ранее установленных нами фактах о существенной зависимости характера кинетики роста популяции микроорганизмов от распределения клеток по фазам клеточного цикла в начальный момент времени.

Дискретная математическая модель роста биологических объектов на плоскости

Арзамасцев А.А., Слетков Д.В., Яблокова Е.С.

Тамбовский государственный университет им. Г.Р. Державина, ул.

Интернациональная 33, Тамбов, 392000, Россия

e-mail: arz_sci@mail.ru, sletcov@mai.ru, yalenusena@rambler.ru

Разработана дискретная модель роста биологической популяции на плоскости. Модель адекватно описывает кинетические и морфологические особенности роста колонии. Обнаружены корреляции морфологических и физиологических показателей популяции, имеющие значительный практический интерес.

Особенностью данной математической модели является представление каждого биообъекта в популяции как отдельной структуры моделирования, со свойственным ему набором параметров (время жизни, время удвоения, скорость потребления питательного вещества). При этом моделируется его поведение в зависимости от собственных характеристик, распределения питательного вещества и расположения ближайших к нему объектов.

Выбор в качестве модели дискретного представления объекта обусловлен следующими причинами:

- вид реальной популяции, растущей на плоскости, представляет собой дискретную картину, состоящую из отдельных объектов, поэтому дискретное представление в большей степени адекватно реальному объекту, чем непрерывное;

- при таком представлении возможно рассмотрение процессов для каждого объекта, в то время как в непрерывной модели можно говорить лишь об усредненных характеристиках колонии или ее части;

- дискретное представление объекта существенно упрощает процедуру расчета фрактальной размерности изображения; поскольку одной из задач данной работы является получение связи между морфологическими характеристиками колонии и фрактальной размерностью изображения, дискретное представление упрощает решение данной проблемы;

- такой подход позволяет глубже понять статистические закономерности роста колонии микроорганизмов.

Система уравнений модели является замкнутой и позволяет, задавшись начальными условиями: расположением объектов, распределением питательного вещества по области распространения, а также параметрами системы: скоростью потребления и восполнения питательного вещества, распределениями максимальной продолжительности жизни и времени между делениями объектов, коэффициентом диффузии, вычислить кинетические и морфологические характеристики роста колонии.

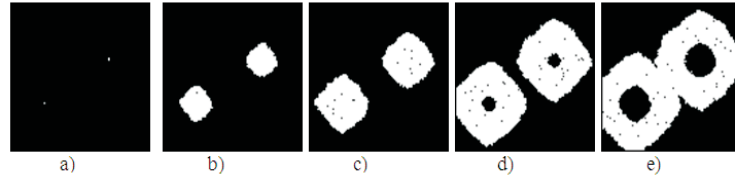


Рис. 1. Внешний вид модельной популяции при $Q_0 = 200$; $\Delta Q^- = 1$; $\Delta Q^+ = 0$; $\eta = 0,05$; $\tau_l = 100$; $\tau_d = 10$ в различные моменты времени: а) – 2, б) – 135, с) – 211, d) – 296, е) – 355 итераций. Одна итерация равняется 852 с.

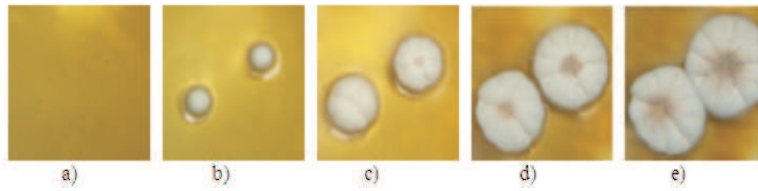


Рис. 2. Форма колонии, полученной в эксперименте в различные моменты времени: а) – 0, б) – 32, с) – 50, d) – 70, е) – 84 часа после засева. Размер области 3×3 см.

Программный комплекс для имитационного моделирования роста популяции и определения фрактальной размерности изображений реализован в визуальной среде *Borland Delphi*. Он может работать в операционных системах *Windows 98/Me/2000/XP/2003*.

В ходе вычислительных экспериментов была обнаружена следующая особенность. Оказалось, что при фиксированном начальном расположении объектов (в вершинах квадрата) наблюдалось разделение кинетических кривых на четко выраженные семейства, что позволило говорить о наличии бифуркации в системе.

Из сравнения рис. 1 и 2 хорошо видно, что форма популяции, которая получилась в модельном эксперименте, соответствует форме реальной популяции, растущей на плоскости. Соответствия наблюдаются как в размерах, так и в форме популяции, небольшие отклонения от округлых форм в модельной популяции объясняются дискретностью сетки и учетом взаимодействия только с четырьмя ближайшими ячейками. Столкновения областей распространения рис. 1 и 2 имеют много общего для экспериментальной и модельной популяции, и имеют одинаковую динамику. Внутри областей распространения в эксперименте имеются темные пятна, связанные с малоактивными областями, также эти области хорошо заметны и в модели и развиваются похожим образом. Из сравнения заметно, что динамика экспериментальной и модельной популяции имеет много общего и происходит с одинаковой скоростью.

Таким образом, можно утверждать, что данная математическая модель позволяет описывать различные процессы роста реальных колоний на плоскости и исследовать их динамику.

**Динамика численности в системе популяций
с анизотропией по миграции**

Кулаков М.П.

*Институт комплексного анализа региональных проблем ДВО РАН, ул.
Шолом-Алейхема 4, Биробиджан, 679016, Россия
e-mail: k_matvey@mail.ru*

Для большинства видов животных характерно неравномерное распределение особей по ареалу, которое заключается в том, что популяция в пределах своего ареала имеет различные местообитания с различными плотностями. Такая неоднородность, будь она вызвана неоднородным распределением трофического(пищевого) ресурса, свойствами ареала, или пространственным перераспределением особей по однородному ареалу, приводит к мозаичности пространственной структуры популяции. Изучению вопросов возникновения, сохранения и динамики такой мозаичной структуры посвящено множество работ [1,2].

В данной работе рассматривалась динамика двух неоднородных точечных популяций, занимающих равную экологическую нишу с постоянным и переменным сезонным расселением, и связанных между собой миграционными потоками. Рассмотрен случай, когда за сезон возможно только одно расселение – непосредственно после размножением. Доля мигрантов из каждого местообитания либо постоянна, либо определяется плотностью местообитания, из которого происходит расселение.

Исследовалась известное отображение с симметричной диффузионной связью

$$\begin{cases} x_{n+1} = f(x_n) \cdot (1 - m_1(x_n)) + m_2(y_n) \cdot f(y_n) \\ y_{n+1} = f(y_n) \cdot (1 - m_2(y_n)) + m_1(x_n) \cdot f(x_n) \end{cases}, \quad (9)$$

где x_n и y_n – численности каждой из популяций в n сезон, m_1 и m_2 – доли эмигрирующих особей из каждого местообитания, f – функция воспроизводства, в качестве которой использовалась функции запас-пополнение Рикера $f(x) = axe^{-bx}$.

При $m_1 = m_2 = m = const$ все неподвижные точки ($\bar{x} = \bar{y} = \ln(a) = h$) и синхронные элементы 2-цикла на фазовой плоскости лежат на части биссектрисы первого координатного угла, в то время как асинхронные элементы 2-цикла лежат на ортогональном ему отрезке прямой $y+x = 2h$. Было показано, что при потере устойчивости ветвления цикла в зависимости от величины m фиксируется от 2 до 6 пар возможных элементов 2-цикла системы, устойчивость которых определяется начальными условиями. Прежде чем достигнуть одного из возможных устойчивых циклических состояний (синхронных или асинхронных) траектория системы проходит через неустойчивые циклические состояния, а численность при этом испытывает сильные изменения.

Для случая $m_1 \neq m_2$ показано, что происходит растяжение множества неподвижных точек в некоторое невыпуклое множество. На границах этого множества система (1) либо вырождается либо теряет устойчивость через каскад удвоения периода.

В случае переменной доли мигрантов предполагается триггерный характер насыщения доли мигрантов такой, что при низкой численности в одном из местообитаний наблюдается минимальная конкуренция и число особей стремящихся покинуть его минимально, с ростом же плотности происходит рост числа эмигрантов и их число стремится к максимально возможному, при котором эмигрируют почти все. Для описания этого эффекта использовалась функциональная зависимость

$$m(x) = \frac{x^{k-1}}{\mu^k + x^k}, \quad k \gg 1, \quad (10)$$

которая достаточно хорошо описывает скачек доли эмигрантов от плотности x [1], где μ - критическая численность. При этом под местообитанием с наиболее лучшими условиями можно понимать местообитание с наименьшим критическим значением μ .

Численное исследование системы (1) с переменной долей мигрантов (2) показало наличие квазипериодической динамики с окнами периодичности, а также автоколебательного характера колебаний, не зависящего от начальных параметров. Синхронность колебаний численности местообитания с числом эмигрантов из него, так же как асинхронность колебаний численности в разных местообитаниях указывает на то, что вследствие переуплотнения возникает популяционный крах и значительное снижение численности по сравнению с предыдущим периодом.

Исследования проведены при финансовой поддержке РФФИ-ДВО РАН проект № 06-04-96025 и ДВО РАН в рамках Программы ОБН РАН "Биологические ресурсы России проект № 06-1-ОБН-102 и Программы ОБН РАН "Фундаментальные основы управления биологическими ресурсами" проект № 04-1-ОБН-106.

Литература

1. Свирижев Ю.М. *Нелинейные волны, диссипативные структуры и катастрофы в экологии*, Наука, 1987.
2. Фрисман Е.Я. *О механизме сохранения неравномерности в пространственном распределении особей*, Математическое моделирование в экологии (199), 145–153.

Таксис и пространственное поведение особей в дискретной индивидуально ориентированной модели

Мазурицкая А.М., Тютюнов Ю.В.

Ростов-на-Дону, НИИ механики и прикладной математики ЮФУ
e-mail: Almaz@math.sfedu.ru, tyutyunov@sfedu.ru

Любые популяции существуют во взаимодействии с окружением. Взаимодействия принято разделять на трофические (когда один из видов питается другим видом) и топические (взаимодействия между видами одного трофического уровня). В популяционной динамике принято классифицировать взаимодействия по их результатам. Наиболее распространенными и хорошо изученными являются взаимодействия конкуренции (когда численность каждого из видов в присутствии другого растет с меньшей скоростью), симбиоза (когда виды способствуют росту друг друга) и типа хищник-жертва или паразит-хозяин (когда численность вида-жертвы в присутствии вида-хищника растет медленнее, а вида-хищника - быстрее).

Индивидуум-ориентированные модели - это имитационные модели, выделяющие наиболее характерные поведенческие свойства реальных организмов, и использующие их в качестве правил локального взаимодействия элементов. В индивидуум-ориентированных моделях, характеристические параметры отдельных индивидуумов отслеживаются в течение итерационной процедуры моделирования (представляющей собой течение времени). Именно это отличает индивидуум-ориентированные модели от классических (аналитических) моделей, которые оперируют усредненными по популяции значениями характеристических параметров.

Рассмотрим дискретную индивидуум - ориентированную модель (ИОМ), описывающую различные механизмы таксиса.

В модели имитируется поведение муравьев, находящихся в замкнутом пространстве. Данная теоретическая модель была построена по аналогии с лабораторными экспериментами, которые проводились в коробке размером 35 x 35 x 30 см (длина, ширина, высота).

Муравьи могут перемещаться как в случайном направлении, так и двигаться направленно. Предполагается, что каждый муравей выделяет феромон, который является притягивающим стимулом направленного перемещения остальных особей.

В данной модели учитывается:

- концентрация феромона - стимула направленного перемещения особей
- коэффициент, характеризующий интенсивность выделения феромона каждой особью, представляющей собой движущийся "источник" вещества

- коэффициент распада феромона
- коэффициент диффузии
- сила, действующая на муравья и задающая характер и направление перемещения. В общем случае данные силы определяются концентрацией стимула в точке, в которой находится каждая особь.

Таким образом, модель определяет пространственное поведение муравья в зависимости от распределения концентрации стимула и позволяет исследовать различные комбинации случайного и направленного механизма движения.

С помощью этой модели так же исследуются такие явления как "well-following behavior" и тигмотаксис, при котором особи предположительно перемещаются вдоль стены.

Эволюционный подход к имитационному моделированию популяций

Меншуткин В.В.

Санкт-Петербургский экономико-математический институт РАН
e-mail: vvm@emi.nw.ru

Классический подход к моделированию популяций заключается в применении дифференциальных уравнений мальтузианского типа. Другой подход (individual-based) предусматривает моделирование каждой особи популяции в виде объекта, которому свойственны события рождения и смерти. В данном сообщении рассматриваются примеры моделей, в которых каждая особь способна нести генетическую информацию и передавать ее потомству. Показано, что свойства моделей с учетом разнообразия свойств особей и их передач по наследству, могут существенно отличаться от свойств традиционных моделей тех же популяций. Особенно это существенно для эксплуатируемых популяций.

Прототипом для первой модели послужили пресноводные копеподы, а более конкретно *Diatomus gracilis*, биология которого относительно не сложна и хорошо изучена в различных условиях, причем имеется опыт моделирования популяции этого рачка [1]. Предполагается, что особь копеподы наделена следующими свойствами: полом, длиной тела, формой тела, развитием плавательного аппарата - антенн, развитием фильтрационного аппарата, количеством яиц в кладке у самки, массой откладываемого яйца и устройством копуляционного аппарата.

Указанные выше свойства особи кодируются в геноме, который полагается состоящим из 12 локусов с диплоидным набором двухалельных генов.

Жизнеспособность или приспособленность особи определяется не только свойствами самой особи, но и внешними воздействиями, которые в данной модели представлены температурой воды, количеством растительного корма в виде клеток фитопланктона, количеством животного корма в виде планктонных коловраток и действием со стороны хищников - рыб-планктофагов.

Численность особей в популяции диктовалась исключительно техническими возможностями применяемого компьютера и могла достигать 10000 особей.

В рамках одного поколения производился просмотр всех особей и, если была обнаружена самка, то на основании предположения о панмиксии происходил выбор ее брачного партнера с использованием процедуры случайного выбора.

После определения брачного партнера происходит формирование геномов потомков исходя из геномов родительской пары. Для этого, согласно закону Менделя, имитируется расхождение хромосом и равновероятное копирование по одному генному набору от каждого родителя в геном новой особи.

Мутации в генофонде популяции копепод имитируются в модели при помощи равновероятного случайного поиска мутирующего гена с последующей заменой его состояния на противоположное.

Для имитации в модели процесса естественного отбора вычисляются приспособленности для каждой особи. Те особи, у которых значение приспособленности оказываются ниже критического значения, считаются погибшими и выбывают из состава популяции. Жесткость или интенсивность отбора регулируется коэффициентом отбора.

При помощи этой модели был продемонстрирован процесс симпатрического видообразования, приспособления популяции к усиливающемуся прессу хищников и другие эффекты, которые нельзя получить при помощи модели традиционного типа.

Другой пример применения описанного подхода к моделированию популяций связан промысел ставриды *Trachurus trachurus* у западных берегов Африки, который привел к резкому омолаживанию нерестового стада и сокращению продолжительности жизни особей [2]. Принципиальное устройство модели популяции ставриды такое же, как у популяции диаптомусов.

Начальное состояние популяции при всех компьютерных экспериментах задавалось случайным, как в отношении состава генофонда, так и в отношении возрастного состава популяции, однако соотношение полов выдерживалось в отношении 1:1. Через 200-300 лет после начального состояния популяция выходила на стационарный режим, который характеризовался во всех случаях колебаниями возрастного и генетического состава популяции. Переходные режимы, ввиду их фантастического разнообразия, не рассматривались. Статистической обработке подвергались только стационарные режимы функционирования модели. Экспериментально было найдено, что 20 реализаций случайного процесса работы модели достаточно для надежной оценки средних значений распределения числа особей по фенотипам скорости полового созревания.

Если облов производится мелкочейстым тралом и из популяции изымаются особи возрасте 3+ и старше, то в популяции остаются только рано нерестующие особи. По мере увеличения ячеи орудий лова генетический состав популяции ставриды становится более равномерным и приближается к естественному распределению, характерному для не облавливаемой популяции.

Изменение интенсивности промысла при постоянной его селективности действует на изменение генетического состава облавливаемой популяции подобно изменению селективности, только в более мягкой форме. Увеличение промыслового изъятия рыб старших возрастных групп приводит к доминированию в популяции особей способных нереститься в более раннем возрасте.

Генетическое разнообразие популяции ставриды подсчитывалось по формуле Шеннона. По мере увеличения ячеи орудий отцеживающего лова разнообразие популяции в стационарном режиме ее существования увеличивается. Увеличение интенсивности промысла при постоянной его селективности, наоборот, приводит к сокращению разнообразия генетического состава по-

пуляции. Характерно, что область максимума вылова совпадает с областью минимальной варибельности разнообразия популяции.

Полученные при исследовании модели промысла ставриды результаты не противоречат классической теории рыболовства, а являются ее дальнейшим развитием. Если сделать в предложенной модели скорость полового созревания независимой от генотипа особи, а задавать ее с помощью датчика случайных чисел с постоянным законом распределения (такой компьютерный эксперимент действительно проводился), то модель повторяет результаты, которые могут быть получены при использовании уравнений динамики численности и темпа роста для всей популяции. Эти результаты существенно отличаются от полученных при учете изменения генетической структуры популяции. Особенно велико различие при высокой интенсивности и селективности промысла, где классическая теория предсказывает катастрофический перелом, а модель с учетом изменения генетической структуры стада, только перестройку генофонда популяции. С другой стороны, классическая теория никак не учитывает абсолютные размеры облавливаемой популяции, и сходные результаты получаются только для больших популяций и при умеренном промысле. Для малых популяций классическая теория дает неоправданно оптимистические рекомендации. Это же относится и ко времени восстановления популяции после прекращения или существенного ослабления интенсивного промысла. По классической теории время такого восстановления соизмеримо с продолжительностью жизненного цикла рыбы. При использовании модели с учетом изменений генетического состава популяции время восстановления первоначального состояния растягивается на десятилетия (в данном конкретном случае со ставридой), причем не исключается вероятность необратимых изменений. Сходные, но более сложные результаты были получены при исследовании модели тихоокеанского лосося [3].

При всей заманчивости метода индивидуального подхода к моделированию популяций промысловых рыб, его основным недостатком следует считать большую неопределенность в описании механизма наследования и генетической обусловленности экологических характеристик особей. Прямые экспериментальные данные в этой области являются редким исключением, и приходится довольствоваться косвенными соображениями.

Литература

1. Казанцева Т.И., Смирнова Т.С. *Зоопланктон центральной части Ладожского озера (имитационная модель)*, Изд. ИЭФИБ, 1996.
2. Меншуткин В.В. *Модель облавливаемого стада рыбы с учетом изменения генетической структуры популяции*, Вопросы ихтиологии **41** (5) (2001), 665–669.
3. Меншуткин В.В. *Моделирование популяции нерки (*Oncorhynchus nerka*) озера Дальнего (Камчатка) с применением индивидуально-ориентированного метода*, Биология Моря **29** (3) (2003), 217–221.

**Применение модели Лефковича к описанию демографической
динамики (на примере Еврейской автономной области)**

Неверова Г.П., Ревуцкая О.Л.

*Институт комплексного анализа региональных проблем (ИКАРП) ДВО
РАН, ул. Шолом-Алейхема, 4, Биробиджан, 679016, Россия
e-mail: galina.nev@gmail.com, oksana-rev@mail.ru*

В данном сообщении описан случай, когда в краткосрочной перспективе характеристики процесса воспроизводства остаются неизменными. Выбор этого случая связан с тем, что процесс преобразования типа воспроизводства населения зависит от долговременных тенденций изменения социально-экономических факторов и не зависит от их сравнительно краткосрочных изменений.

В качестве отдельных базовых переменных модели рассматриваются три возрастные группы: 0-15 (младше репродуктивного возраста), 16-44 (репродуктивный возраст) и 45+ (пострепродуктивный возраст). Последняя группа включает всех людей старше 45 лет. Динамика численности выделенных возрастных классов описывается следующей системой линейных разностных уравнений с матрицей Лефковича:

$$\begin{cases} x_1(n+1) = s_2x_2(n) + b_1x_1(n) \\ x_2(n+1) = a_1x_1(n) + b_2x_2(n) \\ x_3(n+1) = a_2x_2(n) + b_3x_3(n) \end{cases}, \quad (11)$$

где $x_i(n+1)$ - численность i -той группы в $n+1$ году, i - порядковый номер группы. s_2 - коэффициент рождаемости. Коэффициент a_i - это доля численности группы, перешедшая в следующую группу за 1 шаг по времени. При переходе из одной группы в другую отсутствует строгая привязка ко времени: за 1 шаг часть группы взролеет, но остается в той же группе. Коэффициент задержки b_i описывает ту часть i группы, которая, повзрослев, остается в ней же. По смыслу коэффициентов модели $a_i + b_i \leq 1$, $a_i > 0, b_i > 0$ [1].

Оценка параметров матрицы проводилась на основе статистических данных о распределении численности населения ЕАО по возрастным группам за 1995-2007 гг. Каждое уравнение матрицы фактически является множественной регрессией величины $x_{i+1}(n+1)$ как функции от $x_i(n)$ и $x_{i+1}(n)$. Таким образом, оценка параметров уравнений сводится к вычислению коэффициентов соответствующих регрессионных уравнений и может быть осуществлена с помощью любого доступного статистического пакета.

В соответствии с уравнениями (1) численность населения ЕАО стабилизируется, если для параметров модели выполняется равенство:

$$\frac{(1-b_1)(1-b_2)}{a_1s_2} = 1. \quad (12)$$

На основе (2) были определены такие значения параметров s_2, b_1, b_2 , которые приводят численность населения ЕАО к равновесному состоянию. Значения параметров оценены численно методом Левенберг-Марквард и составляют $s_2 = 0.034, b_1 = 0.9099, b_2 = 0.966$. Данные значения представляют собой минимальные изменения оценок модели (1) $s_2^0 = 0.0216, b_1^0 = 0.9099, b_2^0 = 0.957$. Таким образом, равновесное состояние достигается одновременным увеличением показателя рождаемости s_2 и коэффициента b_2 . Увеличение параметра b_2 характеризует снижение интенсивности процессов смертности и миграции в возрастной группе 16-44.

Полученные результаты оценки параметров модели (1) параллельно с анализом закономерностей демографической динамики ЕАО приводят к следующим выводам.

В случае, когда репродуктивная группа состоит из равного количества женщин и мужчин, (согласно найденным оценкам параметра рождаемости) рождает всего 4% женщин. Численность возрастной группы 0-15 ежегодно убывает на 0,1%, в группе 16-44 убыль населения составляет 1,2%, в группе 45+ около 4%. Чем старше группа, тем выше процент убыли численности населения из нее. На наш взгляд это объясняется увеличением интенсивности процесса смертности. Сумма $a_i + b_i$ для всех оценок модели (1) меньше единицы, что позволяет говорить о слабой иммиграционной активности в области.

В соответствии с прогнозом, полученным по модели (1), при сохранении существующих тенденций процесса воспроизводства, общая численность населения ЕАО к 2020 году уменьшится на 16%.

Однако, при сохранении существующих тенденций процессов смертности и миграции для выхода численности населения ЕАО на равновесный уровень, рождаемость должна увеличиться в два раза.

С другой стороны, для достижения равновесного состояния достаточно повысить рождаемость на 57% (такой уровень рождаемости наблюдался в 1990 году), и уменьшить убыль численности группы 16-44 на 0,9%. Если ежегодно увеличивать на 0,001 коэффициент рождаемости (с 0,0216 до 0,034) и показатель, характеризующий убыль численности населения (с 0,957 до 0,966), то численность населения ЕАО к 2020 году достигнет своего равновесного уровня. При этом убыль населения составит 8%, после чего общая численность населения стабилизируется и будет составлять около 167 тыс. человек.

Исследования проведены при частичной финансовой поддержке РФФИ проект 08-01-98505-р_восток_а. Работа поддержана Фондом содействия отечественной науке.

Литература

1. Логофет Д.О., Клочкова И.Н. *Математика модели Лефковича: репродуктивный потенциал и асимптотические циклы*, Математическое моделирование 14 (10) (2002), 116--126.

**Построение термодинамических характеристик экосистем с
нелинейными парными взаимодействиями**

Пых Ю.А.

Центр ИНЭНКО РАН, Россия
e-mail: inenco@mail.neva.ru

В докладе построено семейство энергетических функций Ляпунова для обобщенных репликаторных уравнений и показано, что практически все существующие энтропийные характеристики и меры расстояния между вероятностными распределениями принадлежат к этому семейству функций.

Обобщенные репликаторные уравнения определяют эволюцию вероятностных распределений $\mathbf{p}(t) = (p_1(t), \dots, p_n(t)) \in \sigma$, где $\sigma = \{\mathbf{p} \in \mathbb{R}^n : p_i \geq 0, i = 1, \dots, n, e^T \mathbf{p} = 1\}$ - стандартный симплекс в n -мерном Евклидовом пространстве \mathbb{R}^n , e -единичный вектор.

Эти уравнения записываются следующим образом [1]:

$$\dot{\mathbf{p}} = h(\mathbf{p}) D(\mathbf{f})(\mathbf{W}\mathbf{f} - e\theta^{-1}(\mathbf{p}) \langle \mathbf{f}, \mathbf{W}\mathbf{f} \rangle) \quad (13)$$

Здесь вектор $\mathbf{f}(\mathbf{p}) = (f_1(p_1), \dots, f_n(p_n))$, где f_i - нелинейные функции отклика, удовлетворяющие условиям: $f_i(0) = 0$, $\partial f_i / \partial p_i > 0$ при $p_i > 0$ и $\partial f_i / \partial p_i \geq 0$ при $p_i = 0$; $D(\mathbf{f}) = \text{diag}(f_1, \dots, f_n)$; $\mathbf{W} = (w_{ij})$ - матрица взаимодействий, функция $h : \sigma \rightarrow (0, \infty]$ определяется конкретной рассматриваемой задачей; $\theta(\mathbf{p}) = \langle e, \mathbf{f}(\mathbf{p}) \rangle$, где $\langle \cdot, \cdot \rangle$ - скалярное произведение. Так как $\langle \dot{\mathbf{p}}(t), e \rangle \equiv 0$ и $f_i(0) = 0$, то очевидно, что симплекс σ и каждая из его граней являются инвариантными множествами системы (1). Заметим, что система (1) как и обобщенные уравнения Лотки-Вольтерра [2,3] определяют динамику объектов с нелинейными парными взаимодействиями, при этом матрица \mathbf{W} определяет структуру, а функции отклика - тип взаимодействий.

Если матрица \mathbf{W} невырожденная, то система (1) имеет не более одного изолированного положения равновесия в $\text{Int}\sigma$, которое мы будем называть нетривиальным.

Для формулировки основной теоремы нам понадобится следующее определение:

Определение [4]. *Непрерывная на фазовом пространстве динамической системы функция называется энергетической функцией Ляпунова, если она имеет непрерывную производную по времени в силу системы, положительную на множестве неблуждающих точек.*

Теперь мы можем перейти к основному результату.

Теорема [5]. *Если у системы (1) существует нетривиальное положение равновесия $\hat{\mathbf{p}} \in \text{Int}\sigma$, а матрица $(\mathbf{W}^T + \mathbf{W})$ имеет ровно $(n - 1)$ отрица-*

тельное характеристическое число, то функция

$$H(\mathbf{p}) = \sum_{i=1}^n \int_{\hat{p}_i}^{p_i} \frac{\hat{f}_i dx}{f_i(x)}, \quad (14)$$

является энергетической функцией Ляпунова для системы (1).

Заметим, что результат полученный в Теореме можно использовать двояким образом:

1. Находить функции отклика для уже существующих энтропийных характеристик. Соответствующие примеры для энтропии Шеннона и Тсаллиса были приведены в работе [6]. Нетрудно показать, что предложенный подход позволяет получить функции отклика для всех энтропийных характеристик предложенных в обзоре [7].
2. Получать новые энтропийные характеристики на основе некоторых функций, удовлетворяющих условиям, сформулированным для функций отклика.

Литература

1. Pykh Yu.A. Proceedings of International Conference "Physics and Control", (IFEE Publ.2003), vol.1, 271–276.
2. Pykh Yu.A. Proceedings of 5th IFAC Symposium "Nonlinear Control Systems 2001", (IFAC Publ.), 1655–1660.
3. Пых Ю.А. *Равновесие и устойчивость в моделях популяционной динамики*, М.: Наука, 1983.
4. Meyer K. Amer. J. Math., 1968, vol. 90, N 4, 1031–1040.
5. Пых Ю.А. ДАН, 2005, том 404, №6, 745–748.
6. Пых Ю.А. ДАН, 2004, том.396, № 2, 162-165.
7. Esteban M.D. and Morales D. Kybernetika, 1995, vol. 31, N 4, 337-346.

Режимы динамики численности двухвозрастной популяции

Ревуцкая О.Л., Неверова Г.П., Фрисман Е.Я.

Институт комплексного анализа региональных проблем ДВО РАН, ул.

Шолом-Алейхема, 4, Биробиджан, 679016, Россия

e-mail: oksana-rev@mail.ru, galina.nev@gmail.com, frisman@mail.ru

В данной работе продолжено исследование двухкомпонентной дискретной во времени модели [1-3], описывающей динамику численности возрастного состава популяции. Аналогично предыдущим исследованиям, акцент сделан на случай, когда к началу очередного сезона размножения популяция может быть представлена совокупностью двух возрастных классов: младшего, включающего неполовозрелых особей, и старшего, состоящего из особей, участвующих в размножении. Изменение численности определяется процессами воспроизводства и смертности.

В данном сообщении рассмотрены случаи, когда рождаемость и выживаемости являются функциями численности обеих возрастных групп. Обозначим x_n - численность младшего возрастного класса в n -ый сезон размножения, y_n - численность старшего возрастного класса, составляющего репродуктивную часть популяции в n -й сезон размножения. Тогда модель динамики численности двухвозрастной лимитированной популяции имеет вид:

$$\begin{cases} x_{n+1} = a(x_n, y_n) \cdot y_n \\ y_{n+1} = s(x_n, y_n) \cdot x_n + v(x_n, y_n) \cdot y_n \end{cases}, \quad (15)$$

где $s(x, y)$, $v(x, y)$ - соответственно функции выживаемости неполовозрелых и половозрелых особей, $a(x, y)$ - функция, характеризующая зависимость произведения коэффициентов рождаемости и выживаемости приплода от численности. В силу того, что плотностно-зависимые факторы лимитируют развитие популяции, то все приведенные функции выживаемости монотонно убывают и стремятся к нулю при бесконечном возрастании соответствующего аргумента.

В работе рассмотрены частные случаи модели (1), когда два параметра фиксируются, а третий является функцией.

В первом случае полагается, что плотностные факторы влияют на рождаемость, а выживаемость молодежи и взрослых постоянны. Пусть рождаемость в соответствии с моделью Рикера считается экспоненциально зависящей от плотности популяции $a(x, y) = e^{-\alpha x - \beta y}$, где r - репродуктивный потенциал, γ - коэффициент лимитирования.

Потеря устойчивости ненулевой неподвижной точки в этом случае происходит при прохождении корня характеристического уравнения линеаризованной системы через -1. Следовательно, переход к хаосу происходит через каскад удвоения периода и соответствует сценарию Фейгенбаума.

Для данного случая найдено критическое значение репродуктивного потенциала (r_{cr}), соответствующее пороговому значению потери устойчивости. При $r < r_{cr}$ система имеет устойчивую неподвижную точку. При $r > r_{cr}$ происходит бифуркация устойчивой точки в устойчивый цикл с периодом два.

Во втором случае предполагается, что плотностные факторы влияют только на выживаемость молоди, а выживаемость и рождаемость взрослых особей постоянны.

Если выживаемость неполовозрелых особей полагается линейно зависящей от численности $s(x, y) = 1 - \alpha x - \beta y$, то потеря устойчивости может происходить двумя способами. Во-первых, потеря устойчивости происходит в момент прохождения пары комплексно-сопряженных корней характеристического уравнения линеаризованной системы через единичную окружность. В результате возникает квазипериодическое движение, которое при эволюции параметров системы приобретает хаотический характер. Во-вторых, потеря устойчивости происходит при прохождении корня характеристического уравнения линеаризованной системы через -1. Переход к хаосу происходит через каскад удвоения периода. Возникновение 2 циклов возможно в случае, когда конкуренция между двумя возрастными классами сильнее самолимитирования молодых особей ($\alpha << \beta$).

Если выживаемость неполовозрелых особей в соответствии с моделью Рикера считается экспоненциально зависящей от численности $s(x, y) = e^{-\alpha x - \beta y}$, то реализуется переход динамической системы к хаосу через квазипериодические режимы.

В третьем случае рассматривается ситуация, когда плотностные факторы влияют на выживаемость взрослых, а выживаемость молоди и рождаемость постоянны.

Если выживаемость половозрелых особей экспоненциально зависит от плотности популяции $v(x, y) = e^{-\alpha_1 x - \beta_1 y}$, то потеря устойчивости происходит при прохождении корня характеристического уравнения линеаризованной системы через -1. Переход к хаосу происходит через каскад удвоения периода, причем возникновение 2 циклов возможно только в случае, когда конкуренция между двумя возрастными классами намного сильнее, чем самолимитирование молодых особей ($\alpha_1 << \beta_1$).

Для всех частных случаев модели (1) были проведены численные эксперименты при допустимых биологически содержательных значениях параметров, а именно построены карты динамических режимов, фазовые портреты, бифуркационные диаграммы, графики зависимостей ляпуновских показателей от параметра системы, по которым можно более наглядно судить о характерных режимах динамики численности.

Таким образом, показано, что в двухвозрастной модели лимитированной популяции плотностно-зависимые факторы регуляции численности могут привести к возникновению колебаний численности и к хаотическому динамическому поведению популяции.

Исследования проведены при финансовой поддержке ДВО РАН в рамках Программы Отделения Биологических Наук РАН "Биологические ресурсы России" проект № 06-1-ОБН-102, РФФИ проект № 08-01-98505-р_восток_а, а также при поддержке Фонда содействия отечественной науке.

Литература

1. Фрисман Е.Я., Лупшов С.П., Скокова И.Н., Тузинкевич А.В. *Сложные режимы динамики численности популяции, представленной двумя возрастными классами*, Математические исследования в популяционной экологии, Владивосток: ДВО АН СССР, **4-18** (1988).
2. Фрисман Е.Я., Скалецкая Е.И. *Странные аттракторы*, Обзорные прикладной и промышленной математики **1(6)** (1994), 988–1004.
3. Шапиро А.П. *Роль плотностной регуляции в возникновении колебаний численности многовозрастной популяции*, Исследования по математической популяционной экологии, Владивосток: ДВНЦ АН СССР, **3-17** (1983).

Плотностная зависимость трофической функции хищника

Тютюнов Ю.В., Титова Л.И.

Ростов-на-Дону, НИИ механики и прикладной математики ЮФУ

e-mail: tyutyunov@sfedu.ru, titova@math.sfedu.ru

Трофическая функция хищника, количественно характеризующая зависимость среднего рациона хищника от плотности взаимодействующих популяций хищников и их жертв, является фундаментальным понятием теории трофических систем. При фиксированных условиях значение трофической функции задает количество жертв, потребляемых одним хищником в единицу времени. В классических вольтеровских моделях предполагается, что это количество определяется лишь плотностью (количеством) жертв, и данная гипотеза подтверждается наблюдениями за небольшими пространственно-однородными системами, в которых перемещения индивидуумов носят преимущественно случайный характер. Наибольшую известность и распространение получила трофическая функция Холлинга II-го типа - знаменитая логистическая зависимость, описывающая насыщение рациона хищника с увеличением количества доступных жертв.

Однако еще Вольтера задавался вопросом, не может ли рацион хищников зависеть от их плотности. Несмотря на то, что за последние десятилетия накоплен значительный объем данных, позволяющих дать утвердительный ответ на этот вопрос, в научной литературе идут горячие споры относительно того, какова должна быть общая форма такой плотностной зависимости. В качестве основных причин возникновения эффекта интерференции хищников называются пространственная неоднородность распределения взаимодействующих популяций, а также пространственное поведение хищников. Интерес к данному вопросу выходит за рамки чисто теоретической проблемы - трофические отношения являются основным типом межпопуляционных связей, а использование того или иного вида трофической функции в моделях трофических систем полностью изменяет их динамические свойства, а стало быть, - и прогноз реакции экосистемы на управляющие воздействия. Известно достаточно большое количество теоретических моделей, авторы которых предлагают различные обобщения классической схемы: модель Беддингтона-ДеАнжелиса, Ардити-Гинзбурга, Ардити-Акчакайи, Хассела-Варлей-Холлинга и др. В последние годы стала преобладать компромиссная точка зрения, о том, что обобщенная трофическая функция может проявлять плотностную зависимость лишь при определенных соотношениях популяционных плотностей хищников и жертв.

В докладе обсуждаются результаты прямого вычисления значений трофической функции в индивидуально ориентированной модели "хищник-жертва" при различных гипотезах относительно пространственного поведения видов.

Секция 2. Моделирование биосферных процессов

Моделирование биосферных процессов на основе искусственных нейронных сетей

Арзамасцев А. А., Козадаев А. С.

*Тамбовский государственный университет им. Г. Р. Державина,
ул. Интернациональная 33, Тамбов, 392000, Россия
e-mail: arz_sci@mail.ru, akozadaev@inbox.ru*

В докладе рассматривается моделирование биосферных процессов с помощью аппарата искусственных нейронных сетей: поиск структуры сети, выбор оптимального числа входов.

Для моделирования и прогнозирования биосферных процессов часто используются детерминированные модели, методы математической статистики и анализа временных рядов (ВР) [2, 3]. В последнее время, в связи с развитием искусственного интеллекта и разработкой специализированных симуляторов, появилась возможность решать эти проблемы с помощью технологий искусственных нейронных сетей (ИНС) [1, 4, 5, 7].

Будем считать, что ВР порождается объектом, представляющий собой «черный ящик» с известным числом входов x_1, x_2, \dots, x_n и одним выходом — y .

Будем считать также заданными временные изменения $x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)$ на отрезке $t \in [t_0, t_k]$. Математическая модель такого объекта в операторной форме обычно имеет вид:

$$y = f(x) = f(x_1, x_2, \dots, x_n). \quad (1)$$

В простейшем случае свойства каналов такого объекта, представляют собой обычные пропорциональные звенья с передаточными функциями $W_1(p) = k_1, W_2(p) = k_2, \dots, W_n(p) = k_n$. В других случаях передаточные функции каналов могут быть более сложными. Например, наиболее распространенными из них являются: апериодические звенья первого и второго порядков с передаточными функциями: $W(p) = \frac{k}{T_{p+1}}$ и $W(p) = \frac{k}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}$ и звено чистого запаздывания с передаточной функцией $W(p) = e^{-p\tau}$. Здесь T, T_1, T_2, k, τ — некоторые коэффициенты, зависящие от природы объекта. Поэтому, в более общем случае уравнение (1), может быть записано в виде:

$$y = f(X, t) = f(x_1, x_2, \dots, x_n, t). \quad (2)$$

Поскольку обычно именно такая система и является порождающей для ВР биосферного процесса, необходимо учитывать ее свойства при его анализе и прогнозировании. Главные из таких свойств, усложняющие прогнозирование значений ряда по его предыстории: инерционность, запаздывание и наличие стохастической составляющей, связанной как с недостатком информации, так и с погрешностями измерений.

При прогнозировании временных рядов, порожденных указанным выше объектом, возможно возникновение следующих ситуаций: а) наблюдаемым является только ряд $\{y\}$; временные ряды $\{x_1\}, \{x_2\}, \dots, \{x_n\}$, характеризующие входы объекта не являются наблюдаемыми; в этом случае, необходимо допустить, что вся информация от векторов, преобразованная объектом, содержится в векторе $\{y\}$; назовем задачу оптимального выбора структуры и настроек ИНС для моделирования и прогнозов данного временного ряда задачей 1; б) вектор $\{y\}$ и все векторы $\{x_1\}, \{x_2\}, \dots, \{x_n\}$ являются наблюдаемыми; назовем задачу оптимального выбора структуры и настроек ИНС для моделирования и прогнозов данного временного ряда задачей 2; в) наблюдаемыми является вектор $\{y\}$ и часть векторов $\{x_1\}, \{x_2\}, \dots, \{x_n\}$; в этом случае, необходимо допустить, что вся информация от ненаблюдаемых входных векторов также содержится в векторе $\{y\}$; назовем задачу оптимального выбора структуры и настроек ИНС для моделирования и прогнозов данного временного ряда задачей 3.

ИНС-модель временного ряда. В соответствии с теоремами А.Н. Колмогорова о представимости функций нескольких переменных с помощью суперпозиций и сумм функций одного переменного, можно утверждать что, каждая непрерывная функция n переменных, заданная на единичном кубе n -мерного пространства, представима в виде:

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{q=1}^{2n+1} h_q \left[\sum_{p=1}^n \varphi_q^p(x_p) \right], \quad (3)$$

где функции $h_q(u)$ непрерывны, а функции $\varphi_q^p(x_p)$ кроме того, еще и стандартны, т.е. не зависят от выбора функции f . Например, функция 2-х переменных x_1 и x_2 может быть представлена в виде:

$$f(x_1, x_2) = \sum_{q=1}^5 h_q [f_1(x_1) + f_2(x_2)]. \quad (4)$$

С точки зрения схемотехники ИНС уравнение (4) может быть представлено с помощью ИНС-модели, содержащей два входных нейрона, два нейрона первого скрытого слоя (f_1, f_2), пять нейронов второго скрытого слоя (h_1, h_2, \dots, h_5) и один выходной нейрон.

Число степеней свободы такой ИНС-модели, равно числу синаптических связей сети, т.е. в данном случае составляет 17 (19). Для функции n переменных, число синаптических связей, соответствующее формуле (3) и общему принципу схемотехники ИНС составит:

$$P_1 = n + n(2n + 1) + 2n + 1 = 2n^2 + 4n + 1 \quad (5)$$

Очевидно, что число строк в обучающей выборке должно быть не меньше числа степеней свободы. Учитывая, что число строк в обучающей выборке можно выразить как $P_2 = k - n - h + 1$, получим, что должно удовлетворяться следующее неравенство:

$$P_1 \leq P_2, \quad 2n^2 + 4n + 1 \leq k - n - h + 1. \quad (6)$$

Учитывая также, что должно выполняться $n \geq 1$, окончательно получим область допустимых значений для числа входов ИНС для задачи 1:

$$1 \leq n \leq \frac{-5 + \sqrt{25 + 8(k - h)}}{4}. \quad (7)$$

Обучающая выборка, для произвольного, заданного числа входов ИНС для задачи 1 может быть задана матрицами:

$$X = \begin{pmatrix} y_1 & y_2 & \dots & y_n \\ y_2 & y_3 & \dots & y_{n+1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ y_m & y_{m+1} & \dots & y_{m+n-1} \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} y_{n+h} \\ y_{n+h+1} \\ \dots \\ y_{n+h+m-1} \end{pmatrix} \quad (8)$$

При этом структура сети: один слой из n входных нейронов, скрытый слой из n нейронов, реализующих преобразование в соответствии с функциями нейронов f_1, f_2, \dots, f_n , скрытый слой из $2n + 1$ нейронов, реализующих преобразование в соответствии с функциями нейронов h и выходной слой, состоящий из одного нейрона. Для определения оптимального числа входов ИНС для задачи 1 необходимо определить минимум функционала:

$$F(W) = \|\Delta\| = \|Y^{tabl} - Y^{net}(W)\| = \sqrt{\sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^k (Y_{ij}^{tabl} - Y_{ij}^{net}(W))^2} \rightarrow \min, \quad (9)$$

где вектор W определяется структурой сети S , которая, в свою очередь связана с числом ее входов n , так что имеется однозначное соответствие n и $W(S)$.

Поэтому, вектор W^* , зависящий от структуры сети и минимизирующий (9), соответствует оптимальной ИНС-модели и может быть определен как:

$$W^* = \arg \min_{W \in \Omega} F(W) \quad (10)$$

В докладе рассмотрена технология формирования оптимальной структуры ИНС предназначенной для решения задач 1-3. Обсуждались примеры моделирования и прогнозирования ВР, описывающих изменение температуры воздуха в г. Тамбове [5] и численности смешанной популяции креветки в Индийском океане [6].

Литература

1. Anil K. Jain, Jianchang Mao, Mohiuddin K.M. *Artificial Neural Networks: A Tutorial*, Computer **29** (1996), no. **3**, 31–44.
2. Бокс Дж., Дженкинс Г. *Анализ временных рядов, прогноз и управление*, М. Мир, 1974.
3. Бриллинджер Д. *Временные ряды*, М.: Мир, 1980.
4. *Искусственный интеллект. Модели и методы*. В кн. 2 / под ред. Д.А. Поспелова — М.: Радио и связь, 1990.
5. Козадаев А. С., Арзамасцев А. А. *Прогнозирование временных рядов с помощью аппарата искусственных нейронных сетей. Краткосрочный прогноз температуры воздуха*, Вестник Тамбовского университета, Сер. Естественные и технические науки **11**, Вып. **3** (2006), 299–304.
6. Арзамасцев А.А., Козадаев А.С. *Прогнозирование численности популяции креветки в открытой системе с помощью искусственных нейронных сетей*, Вестник Тамбовского университета, Сер. Естественные и технические науки **10** Вып. **2** (2005), 187–192.
7. Осовский С. *Нейронные сети для обработки информации*, Пер. с польского И. Д. Рудинского, М.:Финансы и статистика, 2002.

Определение точек бифуркации циклических процессов

Белашев Б. З.

*Институт геологии УРАН КНЦ РАН, 11, ул. Пушкинская,
г.Петрозаводск, 185910, Россия*
e-mail: belashev@krc.karelia.ru

В основе экологического мировоззрения лежит представление о взаимосвязи различных процессов. Математическое моделирование является традиционным и эффективным инструментом экологии, помогающим проанализировать характер и особенности этих взаимосвязей.

Циклическую динамику большинства природных, техногенных и антропогенных процессов связывают с двумя и более противоборствующими факторами. Нестабильность существующих, появление новых или прекращение действия старых факторов определяют меняющийся ритм процессов. Множественность причинных факторов, нестационарность процессов осложняет их прогнозирование.

Вести анализ таких процессов привычными средствами можно в промежутках времени между точками бифуркаций. Однако, определять такие точки по временной реализации процесса весьма сложно. Это обстоятельство вызвало постановку задачи разработки способов выделения точек бифуркации.

В качестве подходов к решению задачи предложены энтропийный и вейвлет-методы. Энтропийный метод основан на возрастании энтропии в точках бифуркации, по определению характеризующихся повышенной неустойчивостью процессов, ярко проявляющейся в гигантских флуктуациях свойств материалов вблизи фазовых переходов. Современным средством аппроксимации зависимостей являются вейвлеты, способные наглядно выделять тонкие особенности процессов в виде скачков амплитуды, фазы, изменения частоты.

Работоспособность методов подтверждена при обработке симулированных и геофизических данных. В частности, на сейсмограммах с помощью вейвлетов были выделены моменты прихода различных акустических волн, что повысило их информативность.

Данные методы применены к анализу таких циклических процессов, как солнечная и сейсмическая активности, речной сток. В более поздних записях чисел Вольфа установлены точки, маркирующие минимум Маундера, характеризующийся отсутствием 11-летнего цикла активности, коррелирующего с промежутком изменением климата, названного малым ледниковым периодом. В отличие от солнечной активности во временной зависимости числа сильных землетрясений точек бифуркации не выявлено. У исследованных рек установлены точки смены режимов стока, необходимые для поиска причинных факторов изменений. Моменты катастрофических наводнений, проявленные во временных реализациях речного стока, могут быть предсказаны по спектрограммам вейвлет коэффициентов.

Предложенные методы позволяют быстро и простыми средствами определить точки бифуркации процессов. Полученные результаты могут быть использованы при поиске связей между процессами, постановке экологических экспериментов, разработке экологических моделей.

Исследование выполнено при поддержке гранта РФФИ № 08-01-98804.

Оценка биогенной нагрузки на водосбор р. Невы

Ершова А. А.

Российский Государственный Гидрометеорологический Университет,

Маллоохтинский пр., 98, Санкт-Петербург, 195196, Россия

e-mail: amberx19@mail.ru

Река Нева является частью водосборного бассейна Балтийского моря, где одной из основных экологических проблем является процесс эвтрофирования. Этот процесс обусловлен поступлением с водосборов впадающих в море рек большого количества биогенных веществ, вызывающих избыточную продуктивность растений и водорослей; азот и фосфор являются элементами, лимитирующими первичную продукцию в Балтийском море. В связи с этим целью исследования являлась количественная оценка нагрузки биогенными элементами (азот и фосфор) на водосбор р. Невы на основе нескольких сценариев развития хозяйственной деятельности на водосборе, а также выявление вклада основных источников загрязнения в формирование нагрузки. Такого рода информация может быть незаменима в программе мониторинга и в принятии управленческих решений при управлении качеством водоемов Северо-Западного региона, а также при управлении эвтрофированием Финского залива и Балтийского моря в целом.

В данной работе применялся метод экспортных коэффициентов (Johnes и O'Sullivan 1989), используемый для оценки выноса азота и фосфора с водосбора р. Невы. Этот метод дополнялся частными методами оценки выноса веществ с конкретных территорий, описанными в различных российских и зарубежных источниках.

Метод экспортных коэффициентов используется для прогноза биогенной нагрузки в любом районе водосбора как функции выноса биогенов от каждого источника на водосборе, находящегося над этим районом. Необходимая информация включает в себя данные о пространственном распределении землепользования и применяемых удобрений для каждого типа земель, число и распределение скота и населения на территории водосбора, а также поступление биогенов на водосбор в результате азотфиксации и атмосферных осадков. Набор экспортных коэффициентов выбирается по литературным данным, а также из других исследований водосборов с похожим видом землепользования, топографией, климатом и геологией. Надежность метода всегда определяется качеством исходной информации, поэтому важно использовать наиболее подходящие источники и тщательно выбирать значения экспортных коэффициентов. В целом данный метод является простым в использовании инструментом для получения недорогой информации о влиянии различных сценариев землепользования на водосбор в ситуации, когда обширные программы мониторинга среды невозможны из-за их высокой стоимости.

На водосборе р. Невы, площадью примерно 5000 км², точечная нагрузка формируется за счет сбросов сточных вод промышленных, муниципальных и сельскохозяйственных предприятий, а распределенная нагрузка — за счет выноса примесей с сельскохозяйственных угодий, пастбищ, удобряемых и заброшенных территорий. Оценка производилась на основе данных, полученных из различных литературных и интернет-источников для 2002–2005 гг. В ходе работы была выполнена инвентаризация всех источников поступления биогенных веществ на водосбор р. Невы (виды землепользования, население, атмосферные осадки). На основе этих данных была рассчитана биогенная нагрузка на водосбор по нескольким сценариям развития хозяйственной деятельности (Табл. 1).

Результаты расчетов показали, что в период 2002–2005 гг. поступление биогенных элементов с городских территорий (сточные воды и поверхностный сток) варьирует в пределах от 311 до 1950 т/год для общего азота и от 61 до 543 т/год для общего фосфора в зависимости от сценария очистки сточных вод в населенных пунктах. В расчетах использовались данные только по населенным пунктам водосбора р. Невы, так как сточные воды Санкт-Петербурга сбрасываются прямо в Невскую губу. Таким образом, в случае, когда очистка сточных вод производится частично или не производится вообще, данный источник биогенной нагрузки на водосбор может быть самым значительным. В тоже время при соблюдении всех технологических требований и обеспечении возможности очистки сточных вод для всех жителей области вклад данного источника может быть сильно уменьшен и стать одним из самых незначительных источников биогенной нагрузки на регион.

Таблица 1. Общая нагрузка биогенными элементами от различных видов хозяйственной деятельности на водосборе р. Невы в 2002–2005 гг.

Источник нагрузки	Азот, т/год	Фосфор, т/год
Население городов и сельских поселений Лен.области	145–1784	42–524
Поверхностный сток с городских территорий	166	19
Леса и болота	554	28
Пастбища	90	15
Овощи	71	12
Животноводство	323–1123	8–160
Общая нагрузка	1350–3788	124–758

Общий вклад в нагрузку от сельскохозяйственных земель (включая выращивание овощей и пастбища), а также от животноводства составляет от 484 до 1284 т/год для общего азота и от 35 до 187 т/год для общего фосфора.

При этом в зависимости от вида утилизации органических отходов ферм вынос биогенов с животноводческих хозяйств варьировал от 323 до 1123 т/год для органического азота и от 8 до 160 т/год для органического фосфора. Это показывает, что даже хотя на водосборе р. Невы расположено сравнительно небольшое количество животноводческих хозяйств (примерно 50 000 голов на 500 000 га), вынос азота и фосфора с них может быть значительным при несоблюдении правил хранения отходов ферм. В тоже время, при соблюдении всех правил вклад данного источника в общую биогенную нагрузку на водосбор может быть совсем незначительным. Оценки не учитывают вклад садовых участков и частных хозяйств по причине отсутствия данных, однако следует учесть, что частные хозяйства дают вклад в общий урожай картофеля 78.

Вынос биогенных элементов с территорий лесов и болот составил 554 т/год для общего азота и 28 т/год для общего фосфора. Несмотря на очень высокую способность удерживать биогенные элементы почвами данного региона (подзолы, иллювиальные и торфяные почвы), были получены такие сравнительно высокие оценки. Это обусловлено тем, что леса и болота занимают очень большую площадь (примерно две трети территории водосбора).

В работе также было проведено сравнение оценок выноса биогенов с водосбора с официальными данными мониторинга о поступлении биогенов в р. Неву со стоком Ладожского озера, а также со сточными водами Санкт-Петербурга. Так, в рассматриваемый период нагрузка от Ладожского озера составляла 56600 т/год общего азота и 2365 т/год общего фосфора, а вклад Санкт-Петербурга оценивался в 14500 т/год общего азота и 2300 т/год общего фосфора. Полученные результаты показали, что даже при наихудшем сценарии утилизации отходов ферм и отсутствии полной очистки сточных вод в городах и сельских поселениях на территории водосбора р. Невы рассчитанные оценки биогенной нагрузки в несколько раз меньше выноса биогенов вместе с водами Ладожского озера, и также значительно ниже, чем вклад Санкт-Петербурга. Это в очередной раз доказывает, что основным источником биогенной нагрузки на р. Неву является Ладожское озеро.

Литература

Johnes P. J. and O'Sullivan P. E. *The natural history of Slapton Ley Nature Reserve XVIII*, Nitrogen and phosphorus losses from the catchment – an export coefficient approach, *Field studies* 7 (1989), 285–309.

Моделирование продольных профилей древесного ствола и его прироста: уравнение с параметрами формы

Каплина Н. Ф.

Институт лесоведения РАН, с. Успенское, Московская обл., 143030, Россия
e-mail: kaplina@inbox.ru

Информация о форме древесного ствола (ФС) и его прироста (ФПС) востребована в исследованиях продуцирования фитомассы и регистрации этого процесса в древесном приросте. Кривая «образующей» ствола близка к функциональной, т. е. достаточно гладкая. Наличие различающихся по форме участков (вследствие разнородности формообразующих факторов — механических и физиологических, определяемых свойствами кроны и ствола) осложняют её моделирование [2, 4, 5].

Традиционно, образующая ствола описывается зависимостью диаметра ствола d от его относительного положения по высоте p_h : $d = f(p_h)$, где $p_h = h/H$, h — расстояние от основания ствола до места обмера, H — высота ствола. Большое количество параметров, к тому же обычно не интерпретируемых, не позволяет широко использовать такие зависимости для оценки экологических аспектов формообразования стволов. В лесохозяйственной практике и прикладных исследованиях с этой целью принято применять коэффициенты формы (соотношения d на разных p_h), но они не определяют однозначно ФС.

Предложенный новый подход [3] совмещает эти возможности — позволяет аналитически описать ФС с помощью параметров формы. В основе подхода — использование S-образных функций, содержащих параметр формы, что становится возможным при перемене мест зависимой и независимой переменной: $p_h = f(d)$. Нами разработано уравнение образующей ствола на основе функции Вейбулла:

$$p_h = \frac{2}{a p_d^{c_1} + a p_d^{c_2}}, \quad (16)$$

где $p_d = \frac{d}{d_{1/a}}$, d — диаметр ствола на высоте p_h , $d_{1/a}$ — параметр масштаба, равный диаметру на относительной высоте $p_h = \frac{1}{a}$, c_1 и c_2 — параметры формы. Путем замены p_d на p_l (l — длина окружности ствола) либо на p_g (g — площадь сечения ствола, в этом случае параметры формы вдвое меньше), получаем уравнения для этих показателей, аналогичные (1). В прикладных целях возможно существенное упрощение модели за счет фиксации параметров: апробированы выравнивание экспериментальных профилей по диаметру и массе ствола ($a = 2$) и расчет объема ствола ($a = 2$, $c_1 = 1$). Разработана компьютерная программа вычисления параметров (<http://kaplina-tree.narod.ru/>).

Зависимость (1) представляет собой гармоническое среднее двух функций, различающихся лишь по параметру формы ($c_1 < c_2$):

$$p_h = \frac{1}{a p_d^{c_1}}, \quad (17)$$

$$p_h = \frac{1}{a p_d^{c_2}}. \quad (18)$$

Слагаемое (2) влияет в основном на конусообразную верхнюю часть профиля ствола, а слагаемое (3) — на близкую к цилиндрической нижнюю его часть. В средней части профиля ($p_h = \frac{1}{a}$) их влияние одинаково. С учетом сказанного, можно предложить интерпретацию функций (2) и (3) как образующих ствола в предельных случаях протяженности кроны (L), соответственно, при распространении кроны до основания дерева ($L = H$) и при её полном отсутствии ($L = 0$). Гипотетически, от L должен зависеть лишь параметр a . Параметры же формы c_1 и c_2 должны быть инвариантны относительно L и обусловлены свойствами, соответственно, кроновой и свободной от кроны частей ствола.

Моделирование ФПС — на порядок более сложная задача, чем ФС. Кривая профиля прироста, также как и профиля ствола, близка к функциональной, но более сложная, нередко с двумя максимумами — в кроновой части и в основании ствола [1, 4]. Т. е. описанная выше двухэлементная структура ствола на уровне прироста ещё более выражена.

Одна из возможностей предложенного подхода — моделирование и анализ ФПС. Величины приростов по d ствола (Δd) рассчитываются как разность d в смежные годы. Входные параметры предложенной модели: $d_{1/a}$, c_1 и c_2 в конце годичного прироста, а также показатели прироста — $p_{\Delta H} = \frac{\Delta H}{H}$, $p_{\Delta d_{1/a}} = \frac{\Delta d_{1/a}}{d_{1/a}}$, $p_{\Delta c_1} = \frac{\Delta c_1}{c_1}$, $p_{\Delta c_2} = \frac{\Delta c_2}{c_2}$, позволяющие восстановить параметры ФС в начале прироста. Показано (в интервале экспериментальных величин параметров), что модель ФПС определяется в основном соотношением $\frac{p_{\Delta H}}{p_{\Delta d_{1/a}}}$ и в существенно меньшей мере — величиной и динамикой параметров формы c_1 и c_2 и высотой точки их равнодействия $\frac{1}{a}$. Слабая зависимость от параметров ФС, а также низкая изменчивость последних, позволяет классифицировать ФПС в нижней части ствола только на основании соотношения линейных приростов ствола: возрастающая ФПС ($\frac{p_{\Delta H}}{p_{\Delta d_{1/a}}} > 1$), падающая ($\frac{p_{\Delta H}}{p_{\Delta d_{1/a}}} < 1$) и вогнутая ($\frac{p_{\Delta H}}{p_{\Delta d_{1/a}}} = 1$). ФПС верхней части ствола зависит также от параметра c_1 : так, в случае $\frac{p_{\Delta H}}{p_{\Delta d_{1/a}}} = 1$, при $c_1 < 1$ ФПС верхней части выпуклая, а при $c_1 > 1$ — возрастающая.

Предложенный подход позволяет выявить и объяснить закономерности ФС и ФПС как следствие закономерностей параметров модели. В докладе, на основе экспериментально определенных параметров, анализируется изменчивость профилей ствола и его прироста в связи с видовой принадлежностью

и возрастом дерева, развитием его кроны и колебаниями радиальных приростов у основания ствола.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 06-04-49397)

Литература

1. Дворецкий М. Л. *Текущий прирост древесины ствола и древостоя*, М: Лесн. пром., 1964.
2. Кофман Г. Б. *Рост и форма деревьев*, Новосибирск: Наука, 1986.
3. Лебков В. Ф., Каплина Н. Ф. *Закономерности формы древесного ствола хвойных и лиственных пород*, Лесной вестник, **5(20)** (2001), 49–55.
4. Courbet F., Houllier F. *Modelling the profile and internal structure of tree stem. Application to Cedrus atlantica (Manetti)*, Ann. For. Sci. **59**, No. **1** (2002), 63–80.
5. Valentine H. T., Gregoire T. G. *A switching model of bole taper*, Can. J. Forest Res. **31**, No. **8** (2001), 1400–1409.

Великие озера Европы и глобальное потепление

Руховец Л. А., Астраханцев Г. П., Минина Т. Р., Полосков В. Н.
Санкт-Петербургский экономико-математический институт РАН, СПб,
191187, ул., Чайковского, 1
e-mail: emi@emi.spb.su

Петрова Н. А.
Институт озераведения РАН, СПб, 196199, ул., Севастьянова, 9
e-mail: emi@emi.spb.su

Тержевик А. Ю., Филатов Н. Н.
Институт водных проблем севера Кар. НЦ РАН, 185030, Республика
Карелия, Петрозаводск, пр. А. Невского, 50
e-mail: nfilatov@nwpi.krc.karelia.ru

Одной из проблем для населения нашей планеты является дефицит пресной воды. По этой причине задача сохранения водных ресурсов, в частности, таких запасников пресной воды как крупнейшие озера мира, становится едва ли не более важной, чем обеспечение углеводородами. Эта задача тем более актуальна, что согласно прогнозам [1, 2] в период 2035–2045 гг. при сохранении современных тенденций роста водопотребления объем потребляемой воды может сравниться с её доступным количеством. Для водных ресурсов суши можно выделить такие фундаментальные проблемы как сохранение водных экологических систем и определение допустимых пределов антропогенной нагрузки на водные объекты.

В этой связи представляется весьма актуальной задача исследования воздействия глобального потепления на водные ресурсы. Воздействие глобального потепления на экосистемы Ладожского и Онежского озер — крупнейших, Великих озер Европы, предмет исследований авторов доклада. Основным инструментом исследований — созданные авторами модели гидротермодинамики озер, модели их экосистем, модели распространения загрязнений.

Аналізу тенденций и прогнозам изменений климата на Северо-Западе России посвящено много работ. Эти исследования основаны как на анализе временных рядов данных наблюдений, так и на результатах глобального моделирования [3, 4, 5].

Представляется вполне вероятным, что возможные изменения климата на территории водосборов Ладожского и Онежского озер могут иметь разнообразные экологические и социальные последствия для населения Северо-Запада, в том числе и негативные.

Основной целью представленных в докладе исследований является получение оценок возможных изменений в экосистемах Ладожского и Онежского

озер под воздействием возможных изменений климата на водосборе озер при различных уровнях антропогенной нагрузки на озера.

Для получения оценок возможных изменений гидротермодинамического режима озер под влиянием изменений климата авторы использовали не результаты прогнозов, полученных с помощью глобальных моделей [3, 4], а ретроспективные данные наблюдений для определения внешних воздействий на водоем. В результате моделирования для каждого из озер был построен набор круглогодичных циркуляций озер (полей течений и полей температур), соответствующих нескольким сценариям возможных изменений климата в регионе. Полученные в вычислительных экспериментах изменения в гидротермодинамическом режиме Ладожского озера при различных вариантах внешних воздействий на водоем, соответствующих возможным изменениям климата на водосборе озера, оказались незначительными. Наибольшие изменения по сравнению с климатической циркуляцией, построенной по средним многолетним данным, имеют место для теплой циркуляции с повышенным притоком. Построенные циркуляции, кроме того, позволили получить представление о границах межгодовой изменчивости основных характеристик крупномасштабной циркуляции озера [6, 7].

Для каждой циркуляции было воспроизведено круглогодичное функционирование экосистем озер при различных уровнях антропогенной нагрузки. Как показали вычислительные эксперименты, решающим фактором, определяющим состояние экосистем больших стратифицированных озер, является уровень антропогенной нагрузки. Климатические изменения, как показывают наши оценки, лишь усиливают или ослабляют до некоторой степени воздействие антропогенного фактора.

При возросшем внимании к проблеме глобального потепления климата вызывает интерес изучение влияния климатических изменений на состояние биосферы в целом и на состояние отдельных её составляющих, в частности, на экосистемы крупней пресноводных озер - запасников питьевой воды. Поэтому вычислительные эксперименты по оценке возможных изменений в экосистемах озер представляются весьма значимыми. Однако проведенные исследования необходимо продолжить по мере уточнения прогнозов изменения климата на водосборе озер и усовершенствования моделей.

Литература

1. Данилов-Данильян В. И. *Вода — стратегический фактор развития экономики России*, Вестник РАН **77(2)** (2007), 108–114.
2. Rodda G. *On the problem of assessing the World resources*, Geosci. and water resources environment data model, Berlin-Heidelberg, 1997, 14–32.
3. Голицын Г. С., Ефимова Л. К., Мохов И. И., Семенов В. А., Хон В. Ч. *Изменения температуры и осадков в бассейне Ладожского озера по расчетам климатической модели общей циркуляции в XIX-XXI вв.* Изв. РГО **134**, Вып.6 (2002), 36–47.

4. Мелешко В. П., Катцов В. М., Говоркова В. А. и др. *Антропогенные изменения климата в 21 веке в Северной Евразии*, Метеорология и гидрология, 2004, 5–26.
5. Филатов Н. Н., Назарова Л. Е., Сало Ю. А., Тержевик А. Ю. *Оценки возможных изменений климата в бассейне крупнейших озер Европы Ладожского и Онежского*, Влияние потепления климата на экосистемы больших озер Северо-Запада России (Ладога и Онега), СПб. Препринт Под ред. Л. А. Руховца и Н. Н. Филатова, 2003, 6–22.
6. Руховец Л. А., Астраханцев Г. П., Минина Т. Р., Петрова Н. А., Полосков В. Н. *Оценка возможных изменений в экосистеме Ладожского озера в XXI веке под воздействием антропогенных и климатических факторов*, Водные ресурсы **33**, № **3** (2006), 367–382.
7. *Влияние потепления климата на экосистемы больших озер Северо-Запада России (Ладога и Онега)*, Часть 3, СПб. Препринт. Под ред. Л. А. Руховца и Н. Н. Филатова, 2005.

Моделирование гидрофизических процессов в водоемах с морфологическими особенностями дна

Чикин А.Л.

*Южный научный центр РАН, ул. Чехова, 41, Ростов-на-Дону, 344006,
Россия*

e-mail: chikin@rsu.ru

Среди проблем экологии особое место занимают проблемы сохранности качества природных вод. По этой причине стало актуальным моделирование процессов возникновения, распространения и оседания взвесей, распределения солености и температуры. Математическая модель гидрофизических процессов в водной среде содержит две составляющие: модель гидродинамики рассматриваемого водоема и модель, описывающая конвективно-диффузионный перенос субстанции, причем расчет гидродинамических параметров течения является наиболее сложной задачей. Под особенностями морфологии дна понимается большая неоднородность глубин, т. е. наличие как мелководных районов, так и районов с достаточно большой глубиной.

При расчете параметров течения в мелководных водоемах используют, как правило, уравнения мелкой воды, а течения в глубоководных водоемах моделируются трехмерными уравнениями движения жидкости. В водоемах с большой неоднородностью глубин применение одних только уравнений мелкой воды не даст достоверной картины течений в глубоководье. В то же время, использование трехмерных уравнений во всем водоеме может потребовать, по крайней мере, по вертикали использования криволинейных сеток или предварительного преобразования исходной нерегулярной области в регулярную. Такие преобразования существенно усложняют как постановку задачи, так и ее численное решение.

В рассматриваемой математической модели предлагается в одну область отнести все мелководье, а в другую всю глубоководную часть. Это дает возможность применять и уравнения мелкой воды, и трехмерные уравнения движения жидкости без предварительного преобразования расчетной области. При этом можно использовать конечно-разностные методы на равномерных прямоугольных сетках, что, несомненно, упрощает решение поставленной задачи. Достоинство данной модели - ее простое математическое описание, а также легкая численная реализация, особенно при использовании алгоритмов параллельного вычисления [1].

Исходная трехмерная область моделирования — водная толща водоема — ограничена сверху поверхностью моря, а снизу донной поверхностью. Проведем горизонтальную секущую плоскость P , отстоящую от невозмущенной поверхности водоема на глубине равной максимальной глубине мелководья, и разобьем всю область моделирования на два слоя — верхний I и нижний II.

Слой I — это все побережье и верхний слой открытого моря, слой II — это нижний слой водной толщи. Движение воды в слое I описывается уравнениями мелкой воды, а движение воды в слое II описывается системой трехмерных уравнений количества движения, уравнением неразрывности и гидростатического давления.

Отладка, настройка и верификация модели проводилась на метеорологических данных по Азовскому морю. Были получены зависимости колебаний уровня воды от силы и направления ветра, построены поля течений. Модель переноса вещества тестировалась на данных по распределению поля солености.

Отлаженная модель была использована при прогнозировании последствий поступления загрязняющего вещества в южную часть Цимлянского водохранилища. При этом были рассмотрены следующие случаи загрязнения:

- залповый выброс загрязнения из трубы АЭС на водную поверхность водохранилища;
- поступление загрязнения в водохранилище через береговую линию;
- поступление загрязнения с притоками малых рек, например, р. Цимла;
- поступление загрязнения из створа р. Дон;
- поступление загрязнения через всю водную поверхность.

Полученные результаты расчетов удовлетворительно согласуются с натурными данными, а также с результатами, полученными другими авторами.

Литература

Чикин А.Л. *Об одном из методов расчета параметров течений в водоемах с большой неоднородностью глубин*, Водные ресурсы **32**, No. 1 (2005), 55–60.

Секция 3. Моделирование динамических процессов в биогеоценозах

Математическое моделирование температурного гомеостаза в популяциях микроорганизмов

Арзамасцев А. А., Альбицкая Е. Н.

Тамбовский государственный университет им. Г. Р. Державина,
ул. Интернациональная 33, Тамбов, 392000, Россия
e-mail: arz_sci@mail.ru, albitskaya_en@mail.ru

Разработана математическая модель саморегулирования температуры в биохимическом реакторе непрерывного типа. Она адекватно описывает процесс саморегулирования температуры популяцией *Candida tropicalis*. Анализ модели позволил определить условия существования явления. Возможности его использования обсуждаются в докладе.

Процесс саморегулирования температуры в популяции микроорганизмов в биореакторе, работающем в периодических условиях, ранее изучался в работах [1, 2]. В них была разработана математическая модель этого процесса, дано объяснение как самого явления так и различных его феноменов. Математическая модель адекватно описывала процесс, в котором в качестве биологического объекта выступали микроорганизмы *Candida tropicalis*, как при наличии саморегулирования температуры, так и без него.

Целью данной работы является изучение процесса саморегулирования температуры в популяции микроорганизмов *Candida tropicalis* в непрерывном режиме.

Математическая модель, представляющая собой систему обыкновенных дифференциальных уравнений, реализована в виде программы на языке *Borland Delphi*. Исследовали поведение объекта в условиях различных температур во входном потоке, внешних температур, концентраций субстрата во входном потоке и удельных разбавлений.

Выявлены условия существования явления. При значениях температуры во входном потоке T_{in} от 0 до 50 °С, значениях внешней температуры T_{ext} от 10 до 50 °С и значениях субстрата во входном потоке S_{in} от 20 до 50 г/л объект имеет способность к саморегулированию температуры, а при остальных значениях данных параметров явление не существует.

На рис. 1 а) показана обобщенная зависимость температуры внутри реактора от внешней температуры, полученная на основе 14 вычислительных

экспериментов. В качестве температуры внутри реактора брали ее значение в установившемся режиме, который в вычислительных экспериментах наблюдался при $t > 180$ ч. Прямая линия 1 соответствует полностью инертному объекту, линия 2 — объекту, способному самопроизвольно поддерживать температуру на уровне $39,5\text{--}40$ °С. Анализ этого рисунка позволяет сделать вывод о том, что биологический объект сохраняет способность к саморегулированию при внешних температурах от 6 до 55 °С в то время как диапазон активного роста таких микроорганизмов составляет $24\text{--}42$ °С – рис. 1 б). Отметим, что супраоптимальная температура примерно на $5,5$ °С превышает температуру, необходимую для максимальной скорости роста таких микроорганизмов.

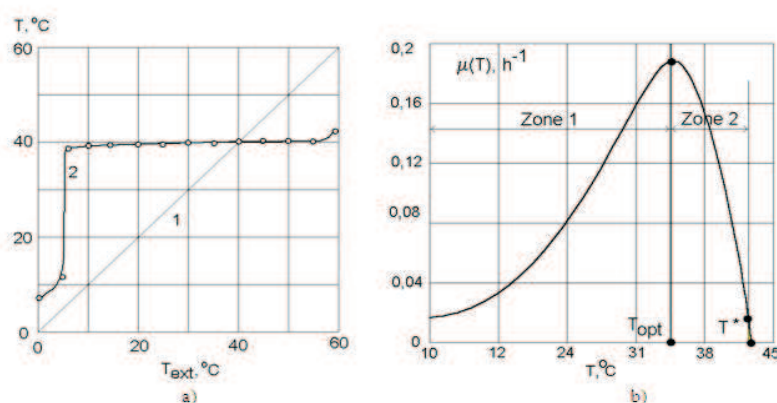


Рис. 1. а) Зависимость температуры внутри биореактора от внешней температуры. $T_{in} = 20$ °С, $D = 0,07$ 1/ч, $S_{in} = 50$ г/л. б) Зависимость максимальной удельной скорости роста микроорганизмов от температуры (уравнение (9) при $a_1 = 4,432 \cdot 10^{15}$ 1/ч, $a_2 = 2,712 \cdot 10^{31}$ 1/ч, $E_1 = 95000$ кДж/кмоль, $E_2 = 190000$ кДж/кмоль). T^* – супраоптимальная температура.

На рис. 2 показана зависимость температуры в биореакторе от времени при различных значениях удельных разбавлений. Видно, что с увеличением удельного разбавления значение супраоптимальной температуры может снижаться, что не наблюдалось при исследовании саморегулирования в периодическом режиме.

Данный вывод является очень важным, поскольку супраоптимальная температура, наблюдаемая для биологического объекта в периодическом режиме, существенно отличается от температуры, соответствующей максимальной скорости роста микроорганизмов [1, 2] (см. также рис. 1 б). Это отличие составляет в среднем $8,8$ °С для прокариот и $12,5$ °С для эукариот [3]. Данное обстоятельство не позволяет непосредственно использовать способность биологических объектов к саморегулированию для управления технологически

ми процессами. Однако, учитывая, что, например, при $D = 0,13$ 1/ч (кривая 7 (рис. 2)), супраоптимальная температура становится равной $37,5$ °С, можно сказать, что этот режим обеспечивает одновременно и максимальную скорость роста микроорганизмов (см. рис. 1 б). Указанное обстоятельство в принципе позволяет непосредственно использовать саморегулирование температуры для ее поддержания в технологических процессах.

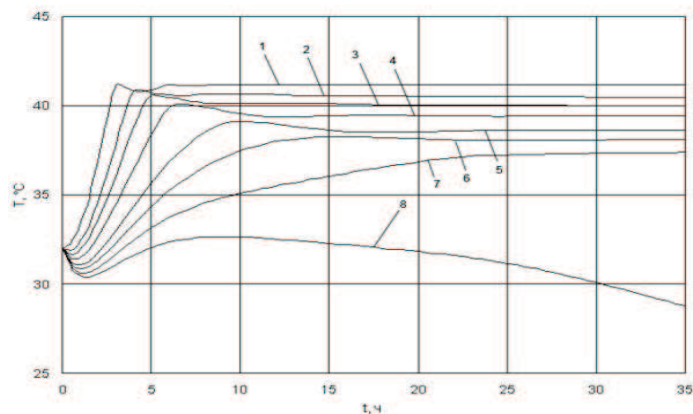


Рис. 2. Зависимость температуры в биореакторе от времени при различных значениях удельного разбавления. $T_{ext} = 33$ °С, $T_{in} = 20$ °С, $S_{in} = 50$ г/л. Номера линий соответствуют различным значениям D : 1– 0,01, 2 – 0,05, 3 – 0,07, 4 – 0,09, 5 – 0,11, 6 – 0,12, 7 – 0,13, 8 – 0,14 1/ч.

Таким образом, в данной работе осуществлено исследование саморегулирования (аутостабилизации) температуры микроорганизмами в биореакторе непрерывного типа: проведен анализ явления при различных значениях параметров: внешней температуре, температуре жидкой фазы во входном потоке, концентрации субстрата и т. д. в ходе которого определены границы существования этого явления; обнаружено, что в периодическом режиме работы биореактора, температуры, наблюдаемые в процессе саморегулирования вполне могут соответствовать температурам, доставляющим максимальную удельную скорость роста используемых микроорганизмов; это обстоятельство позволяет надеяться на возможность практического использования явления саморегулирования; поскольку непрерывный биохимический реактор может представлять собой (по крайней мере в плане температурного режима) упрощенную модель живой клетки [4], полученные выводы с определенной долей вероятности можно экстраполировать и на режимы температурного гомеостаза отдельной живой клетки (например, клетки ткани).

Литература

1. Arzamastsev A. A., Kristapson M. G. *Computer simulation of temperature auto-stabilization: an analysis of phenomenon*, Appl. Microbiol. Biotechnol **40** (1993), 77–81.
2. Арзамасцев А. А. *Компьютерное моделирование саморегулирования температуры в популяциях микроорганизмов. Сообщение 1: периодический режим*, Вестник ТГУ **1**, вып. **1** (1996), 71–77.
3. Arzamastsev A. A. *The possibility of polyculture and polysubstrate bioprocess control using self-regulation properties of microorganisms*, In: «ACHEMA-94, International Meeting on Chemical Engineering and Biotechnology, Biotechnology and the DECHEMA-Section Biotechnology 12th Annual Meeting of Biotechnologists», Frankfurt am Main, Germany, 5–11 June 1994, 46–47.
4. Arzamastsev A. A. *The concept of microbioreactor is a good model for biological tissue phenomena simulation*, In: 7th European Congress on Biotechnology, Abstract Book, Part 3, Wednesday / February 22, Nice, France, 62.

**Объектно-ориентированные математические модели
динамики биологических популяций**

Арзамасцев А. А., Альбицкая Е. Н., Горбачева Т. И., Ефимкина М. В.
*Тамбовский государственный университет им. Г. Р. Державина,
ул. Интернациональная 33, Тамбов, 392000, Россия*
e-mail: arz_sci@mail.ru, albitskaya_en@mail.ru, kmm.tsu@tmb.ru

Разработаны дискретные стохастические распределенные математические модели, описывающие взаимодействия различного типа в биологических популяциях. Модели являются объектно-ориентированными, т. е. оперирует определенной системой «правил», характерных для реальных объектов. Они реализованы в виде программного комплекса в среде разработки *Delphi*. Проведенные вычислительные эксперименты свидетельствуют о качественном соответствии результатов моделирования как имеющимся экспериментальным данным, так и результатам, полученным ранее в классических работах, при этом развивая и дополняя представления о рассматриваемых системах.

Обычно для описания динамики популяций биологических объектов используют математические модели, представляющие собой системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Примерами могут служить модели Лотки-Вольтерра, Мальтуса, Ферхюльста и др. Такие модели обычно достаточно точно описываются свойства популяций в целом, но не позволяют судить о свойствах составляющих ее объектов. Среди других недостатков указанных моделей можно выделить: оперирование понятиями «средняя скорость», «средняя плотность популяции» и др., что неприемлемо для реальных биологических объектов; представление популяции в виде объекта с сосредоточенными параметрами, что исключает рассмотрение ее привязки к территории и др.

Объектно-ориентированные модели имеют целый ряд преимуществ по сравнению с традиционными математическими моделями.

Во-первых, логика поведения объекта (в данном случае биологического) задается в терминах и правилах присущих реальным объектам. Такое представление очень удобно, например, для биологов, т. к. для них данная система правил является по существу базовым понятием предметной области.

Во-вторых, данные модели позволяют рассматривать поведение популяции на заданной территории, что позволяет судить не только о кинетических закономерностях в системе, а анализировать морфологические особенности популяционного поведения, связи кинетики и морфологии и т. д.

В-третьих, популяция рассматривается как объект с распределенными параметрами.

В-четвертых, в такой модели могут быть рассмотрены индивидуальные характеристики объектов, входящих в популяцию, такие как время жизни, число генераций, число дочерних особей и т. д.

Нами разработаны специализированные программы-симуляторы с широким спектром настроек, позволяющие имитировать различные типы биологических взаимодействий: хищник-жертва, конкуренция и т. д. Внешний вид такого симулятора показан на рис. 1.

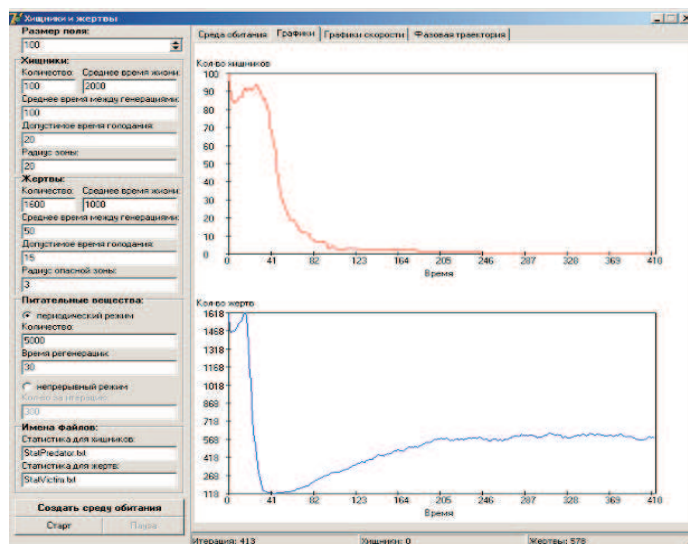


Рис. 1. Окно программы-симулятора.

В ходе вычислительных экспериментов были обнаружены интересные закономерности, присущие биологическим системам: концентрация биологических объектов на границах раздела сред, групповое поведение, деление больших популяций на более мелкие и др. В рамках существующих систем правил эти феномены нашли свое объяснение.

**Использование косинор-анализа в
экологических исследованиях фотосинтеза**

Болондинский В. К.

Институт Леса КарНЦ РАН, ул.Пушкинская, 11, г.Петрозаводск, 185910

e-mail: bolond@krc.karelia.ru

В экологических исследованиях фотосинтеза и дыхания растений практически всегда изучается суточная динамика процессов. Из-за отсутствия доступного математического аппарата, трудностей с использованием блоков временных рядов, входящий в универсальные статистические пакеты типа Statistics описание суточных ритмов проводится, как правило, на качественном уровне. При этом целый ряд закономерностей процессов остается незамеченным. В данной работе мы применили для описания суточной динамики CO_2 -газообмена косинор-анализ, который последние годы широко используется при ритмологических исследованиях человека и животных. Эксперимент по измерению фотосинтеза и внешних факторов среды проводился на полевой базе Института леса в 50 км к северу от Петрозаводска (Габозеро) в сосняках черничном свежем, вересковом и лишайниковом. Входной информацией для косинор-анализа служит пучок хронограмм. Каждая хронограмма должна быть построена на основе не менее трех измерений, и чем больше число измерений, тем точнее окончательный результат. Измерения могут быть равноотстоящие или разноотстоящие. Не обязательны также и требования по измерениям в одни и те же часы суток. Выходным результатом косинор-анализа, получаемым на основании усредненного пучка хронограмм, будут амплитуда (A), акрофаза (φ) и мезор (h) — величина среднего уровня синусоиды для заданного периода. Амплитуда и акрофаза указываются в доверительном, установленном исследователем интервале, границы которого вычисляются. Каждая хронограмма аппроксимируется синусоидой методом наименьших квадратов. Синусоида изображается на плоскости точкой, полярные координаты которой - амплитуда и акрофаза. Все полученные таким образом точки в декартовых координатах рассматриваются как реализации двумерной случайной величины с предполагаемым нормальным законом распределения и строится эллипс рассеяния ошибок генерального среднего. Пусть известны экспериментально полученные измерения $u_1, u_2, \dots, u_i, \dots, u_n$, в различные моменты времени $t_1, t_2, \dots, t_i, \dots, t_n$. Измерения аппроксимируются методом наименьших квадратов косинусоидой:

$$u(t) = A \cos(\omega_0 t - \varphi) + h = x \cos(\omega_0 t) + y \sin(\omega_0 t) + h,$$

где $x = A \cos \varphi$, $y = A \sin \varphi$. Угловая частота ω_0 предполагается заданной. Амплитуда A , акрофаза φ и уровень h подлежат определению. Чтобы их

найти, минимизировали выражение

$$I = \sum (u(t) - u_i)^2.$$

Отсюда приходим к системе трех уравнений с тремя неизвестными x, y, h , решая которую получим для них аналитические выражения. Далее находим амплитуду и акрофазу: $A = \sqrt{(x^2 + y^2)}$,

$$\varphi = \arctan(y/x), \quad x \geq 0, \quad \varphi = \arctan(y/x) + \pi, \quad x < 0.$$

Производя указанную процедуру последовательно вычисляются все $x_j, y_j, h_j, j = 1, 2, \dots, n$. Далее необходимо построить эллипс равных вероятностей для точек $(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$. Обычно вероятность P того, что точки (x_j, y_j) лежат внутри эллипса принимается 0,95. Для того, чтобы изобразить эллипс графически, рассчитываются следующие величины: средние x_c и y_c — центр эллипса, полуоси эллипса — a и b , угол наклона θ эллипса в прямоугольной системе координат. Поэтому наряду с расчетной синусоидой, основными параметрами ритмов (A, φ, h) программа дает [1] ряд показателей, достаточных для построения эллипса ошибок. Построение эллипса необходимо для определения достоверности существования ритмов на принятом доверительном уровне, определения доверительных интервалов акрофаз с помощью касательных к эллипсу, опущенных из начала координат на циферблат. Если какая-либо часть эллипса попадает на начало координат, то соответствующий ритм следует считать статистически недостоверным на принятом доверительном уровне. В сосняке черничном свежем показана достоверность существования 24-часового ритма фотосинтеза практически на протяжении всего сезона вегетации. Только в ранний период пробуждения растения после зимнего покоя 24-часовой ритм отсутствует, но четко фиксируется суточный ритм внешних факторов среды — солнечной радиации, температуры и влажности воздуха. Одной из причин отсутствия ритма являлась низкая температура воздуха, особенно в ночное время. Становление циркадного ритма у хвойных обычно происходит во вторую декаду апреля. Подобная ситуация наблюдалась и с водными потоками ствола [2]. В суходольных сосняках лишайниковом и вересковом в почвенную засуху также имеются периоды по 3–4 дня, когда суточный ритм пропадает. Восстановление его наблюдается после дождя или уменьшения дефицита влажности воздуха. После снятия 24-часового тренда у фотосинтеза обнаруживается ультрадианный ритм с периодом 10 часов для весеннего восстановительного периода и для летнего периода интенсивного роста и развития растения. В осенний период (август – сентябрь) появляется 7,5-часовой ритм. В то время как 10-часовой ритм связан с полуденным угнетением фотосинтеза, уменьшением поглощения CO_2 в связи с экономией воды растением, этот ритм не находит четкого физиологического объяснения. При хорошей влагообеспеченности растений в период интенсивного роста в сосняке черничном свежем в мае - июне на протяжении нескольких дней были обнаружены 2- и 4-часовые ритмы. Причины появления их также не ясны. В то же время у внешних факторов среды на

протяжении всего сезона вегетации достоверен был только 24-часовой ритм. Таким образом, ультрадианные ритмы фотосинтеза обусловлены в первую очередь физиологическим состоянием дерева. Обычный расчет корреляции фотосинтеза с факторами среды мало результативен. За исключением некоторых периодов, когда свет или температура лимитируют процесс, коэффициенты корреляции низки и не превышают 0,3–0,4. Корреляционный анализ проведенный по данным косинор-анализа более информативен. Для весеннего периода обнаружена достаточно высокая корреляция амплитуды ритма фотосинтеза и среднесуточной температуры ($R^2 = 0,493$), среднесуточной температуры и среднесуточного фотосинтеза (0,469). В летний период, наряду с данными корреляциями следует отметить высокую корреляцию среднего уровня фотосинтеза и амплитудами ритмов относительной влажности воздуха (0,383) и температуры (0,424). Таким образом, изложенное простое количественное описание суточной динамики процессов может оказаться достаточно информативным в экологических исследованиях фотосинтеза. Автор выражает благодарность С. Н. Шереметьеву за ценные советы и помощь в обработке результатов.

Литература

1. Кайбияйнен Л. К., Тихов П. В. *Адаптационное значение циркадной организации потока пасоки в ксилеме древесных растений*, Вопросы адаптации древесных растений к условиям Севера, 1975, Петрозаводск, 154–163.
2. Шереметьев С. Н. *Дневная динамика транспирации травянистых растений на градиенте влажности почвы*, Ботаника **89**, **5** (2004), 749–773.

Моделирование экосистемы Охотского моря

Гиричева Е. Е.

*Институт автоматизации и процессов управления, Радио, 5, Владивосток,
690000, Россия*

e-mail: zhenya77@yandex.ru

Большинство природных экосистем находится в состоянии динамического равновесия. Это означает их устойчивость относительно внешних воздействий [1]. В качестве цели моделирования поставлена задача получить условия, при которых данная экосистема будет находиться в состоянии устойчивого равновесия. При построении модели необходимо учесть не только сложную структуру взаимодействия между ее живыми компонентами, но и влияние на них неживых.

Работа поддержана грантом ДВО РАН, проект № 06-III-A-01-458.

Описание модели

Модель экосистемы Охотского моря представим в виде замкнутой системы, состоящей из семи групп: биогены, бактериопланктон, фитопланктон, зоопланктон, нектон, бентос и детрит. Блок зоопланктон включает нехищный и хищный зоопланктон, а бентос состоит из хищного и нехищного зообентоса, а также нектобентоса. Взаимодействие между блоками представлено на рис. 1. Динамику биомасс трофических блоков опишем системой дифференциальных уравнений

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = (1 - u_{72})r_{72}x_7x_2 - r_{13}x_1x_3; \\ \dot{x}_2 = k_{72}u_{72}r_{72}x_7x_2 - r_{24}x_2x_4 - m_2x_2; \\ \dot{x}_3 = r_{13}x_1x_3 - r_{34}x_3x_4 - m_3x_3; \\ \dot{x}_4 = k_{24}u_{24}r_{24}x_2x_4 + k_{34}u_{34}r_{34}x_3x_4 - r_{45}x_4x_5 - r_{46}x_4x_6 - r_4x_4^2 - m_4x_4; \\ \dot{x}_5 = k_{45}u_{45}r_{45}x_4x_5 - r_{56}x_5x_6 - r_5x_5^2 - m_5x_5; \\ \dot{x}_6 = k_{46}u_{46}r_{46}x_4x_6 + k_{56}u_{56}r_{56}x_5x_6 + k_{76}u_{76}r_{76}x_7x_6 - r_6x_6^2 - m_6x_6; \\ \dot{x}_7 = (1 - k_{72})u_{72}r_{72}x_7x_2 + (1 - k_{24}u_{24})r_{24}x_2x_4 + (1 - k_{34}u_{34})r_{34}x_3x_4 + \\ + (1 - k_{45}u_{45})r_{45}x_4x_5 + (1 - k_{46}u_{46})r_{46}x_4x_6 + (1 - k_{56}u_{56})r_{56}x_5x_6 + \\ + (1 - k_{76}u_{76})r_{76}x_7x_6 + r_4x_4^2 + r_5x_5^2 + r_6x_6^2 + \\ + m_2x_2 + m_3x_3 + m_4x_4 + m_5x_5 + m_6x_6 - r_{72}x_7x_2 - r_{76}x_7x_6. \end{array} \right. \quad (1)$$

Здесь $x_i(t)$ — биомасса i -го трофического блока, r_{ij} — скорость выедания i -го блока j -ым в единицу времени, u_{ij} — коэффициенты усвояемости пищи, k_{ij} — коэффициент роста, m_j — коэффициент смертности.

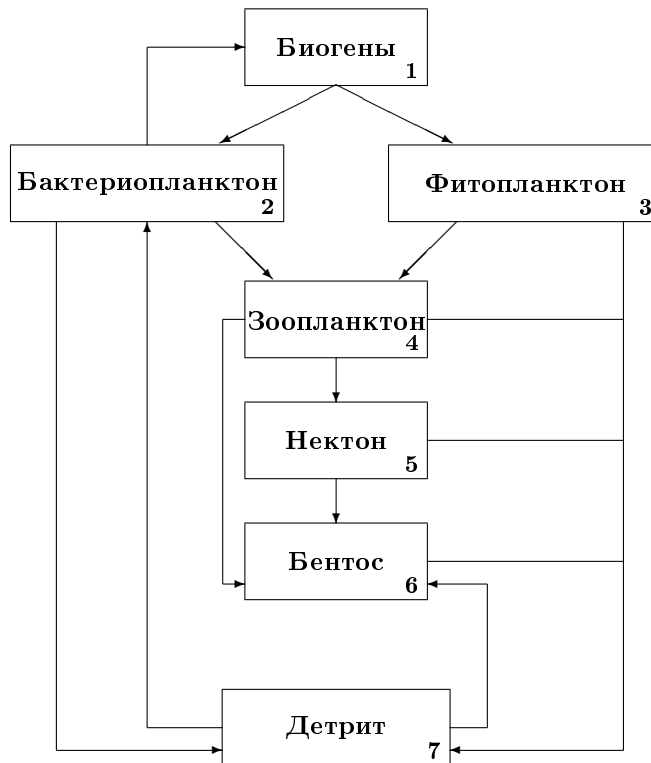


Рис.1 Схема взаимодействий трофических блоков

Часть параметров системы (1) определялась по данным для моделей Берингова [2] и Охотского [3] морей, остальные вычислялись из условия равновесия системы, где за равновесные принимались средние биомассы блоков.

Состояния равновесия системы (1) представляют кривую в пространстве:

$$\begin{cases} x_1 = 1602.3 + 1.3x_4; \\ x_2 = 444 + 0.8x_4 - \frac{267129.8}{739.1 + x_4}; \\ x_3 = -144.7 + 0.6x_4 + \frac{124024.6}{739.1 + x_4}; \\ x_5 = -10.3 + 0.1x_4; \\ x_6 = -85.5 + 0.7x_4; \\ x_7 = 4552.8 + 10.2x_4. \end{cases} \quad (2)$$

Точки на кривой будут являться устойчивыми положениями равновесия, если действительные значения всех собственных чисел (кроме одного, равного нулю в силу замкнутости системы) линеаризованной системы отрица-

тельны [4]. По критерию Гурвица для этого должно выполняться условие $x_4 > 114.13$.

Литература

1. Свиричев Ю. М., Логофет Д. О. *Устойчивость биологических сообществ*, М.: Наука, 1978.
2. *A Comparison of the Eastern Bering and Western Bering Sea Shelf and Slope Ecosystems Through the Use of Mass-Balance Food Web Models*, [Электронный ресурс]: NOAA Technical Memorandum NMFS-AFSC-130/ by K.Y. Audin, V.V. Lapko, V.I. Radchenko, and P.A. Livingston, 2002. – Режим доступа: http://www.ecopath.org/modules/Models/papers/eastern_western_bering.pdf, свободный.
3. *Использование математических моделей в задачах сырьевых исследований* [Электронный ресурс]: Отчет о НИР лаб. прикл. матем. ТИНРО-Центра, 2005. – Режим доступа: <http://www.tinro.ru/models/pdfs/w.pdf>, свободный.
4. Эльсгольц Л. Э. *Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление*, М.: Эдиториал УРСС, 2000.

Структурная организация экосистем

Келль Л. С.

ГУП «Водоканал СПб», ул. Льва Толстого д. 1/3 кв. 64, Санкт-Петербург,
197022, Россия

e-mail: LevKell@mail.ru

Свойством живой материи является уменьшение энтропии, что проявляется в стремлении развивающихся экосистем к усилению гомеостаза с окружающей средой, т. е. способности к поддержанию стабильного состояния в диапазоне меняющихся условий окружающей среды. Показателем усиления гомеостаза является максимально возможное для имеющегося потока энергии содержание биомассы и количества информационных связей в экосистеме. (Одум 1975, Пианка 1981, Стебаев и др. 1993.)

Именно этим объясняются такие закономерности развития входящих в экосистемы популяций, как увеличение глубины утилизации субстрата и экономического коэффициента его потребления. (Печуркин 1978, Печуркин 1981, Келль 1989.)

Учитывая вышеизложенное все экосистемы должны были бы развиваться по пути детритных и симбиотических пищевых связей с увеличением размеров особей и продолжительности их жизненных циклов, т. е. с уменьшением удельных затрат энергии на поддерживающий и структурный метаболизм. Пирамида биомассы в таких экосистемах стоит на своем основании, биомасса первого трофического уровня значительно превышает биомассу последующих. Причем эффективность переноса энергии на каждый последующий уровень не превышает 10% (закон Линдемана). Экосистема стремится поддерживать максимальное количество биомассы и информационных связей, а значит ей должно быть энергетически «не выгодно» поддерживать значительную долю биомассы на верхних трофических уровнях. Именно такое положение мы наблюдаем в классической экосистеме – в тропическом лесу. Основная биомасса сосредоточена там на первом трофическом уровне – растениях (автотрофах). Причем растениях больших размеров и с длинной продолжительностью жизненного цикла, что позволяет минимизировать удельные затраты энергии на конструктивный и энергетический (поддерживающий) метаболизм. Передача энергии на последующие трофические уровни осуществляется через детритные и симбиотические пищевые цепи. (Одум 1975, Андерсон 1985, Уитеккер 1980, Стебаев и др. 1993г.)

Исходя из этой логики, такое же положение должно было бы наблюдаться и во всех других экосистемах. Однако пропорции пирамид и построение цепей питания в разных экосистемах оказываются не одинаковыми. Например пирамида степной экосистемы оказывается более крутой по сравнению с тропическим лесом. Основная биомасса в степи также сосредоточена на нижнем

уровне, однако последующий уровень — травоядные животные — уступает ей не столь значительно. Причем животные (гетеротрофы) питаются преимущественно живой органикой (пастбищные пищевые цепи). Происходит это потому, что в отличие от тропического леса, в степной зоне слишком мало осадков. Не будь травоядных животных с их замечательной микрэкосистемой — рубцом, где симбиотические анаэробные микроорганизмы эффективно разлагают растительную биомассу — круговорот биогенных элементов через детритные пищевые цепи был бы здесь слишком медленным. Степная трава засыхала бы и разлагалась в течение нескольких сезонов, а это вызвало бы колоссальное накопление мертвой органики. Экосистема сама себя задушила бы.

Экосистемам лесов и степей оказывается «выгодно» содержать основную биомассу на первом уровне (растения-автотрофы). (Одум 1975, Стебаев и др. 1993, Бигон и др. 1989, Андерсон 1985.)

Однако если в степной зоне пирамида биомассы все еще стоит на своем основании (первый трофический уровень), то в экосистеме открытых вод она оказывается как бы перевернутой или, вернее, приобретает форму детской юлы. Растительная биомасса здесь значительно меньше биомассы животных. При этом в океане не три, а четыре основных трофических уровня: микроводоросли, питающийся ими зоопланктон, животные питающиеся зоопланктоном, и хищные животные. Этому факту можно дать следующее объяснение. При крайне низком содержании растворенных питательных (биогенных веществ) веществ в водах открытого океана из растений могут существовать только микроводоросли, благодаря тому, что у них высокое отношение поверхности в объеме. Эти микроводоросли способны глубоко утилизировать питательные вещества, но по той же самой причине — высокое отношение поверхности к объему — у них высокие удельные затраты на поддержание жизнедеятельности. Возникает такой парадокс, несмотря на то что эффективность передачи энергии на следующий трофический уровень не превышает 10% (закон Линдемана), затраты на поддержание жизнедеятельности на первом трофическом уровне в десять и более раз выше чем на втором. Поэтому экосистеме (которая как мы знаем стремится к максимально возможному содержанию биомассы и информационных связей) энергетически выгоднее, несмотря на закон Линдемана, поддерживать большую биомассу не на первом, а на последующих уровнях. Эффективность перехода энергии от микроводорослей к поедающему их зоопланктону не превышает 10%, но это компенсируется значительно большей продолжительностью жизни зоопланктона и его размерами. В итоге общая биомасса на втором уровне оказывается все-таки больше. Причем по теории естественного равновесия Хейрстона, Смита и Слободкина основные пищевые цепи экосистемы открытого океана должны содержать четное количество трофических уровней. Следует также отметить, что если в экосистемах, поддерживающих основную биомассу на первом трофическом уровне, в частности в экосистеме тропического леса, основным критерием для автотрофов является минимизация удельных затрат энергии

на конструктивный и энергетический (поддерживающий) метаболизм. То в экосистеме открытого океана — основной критерий оптимальности для автотрофов — максимальная продуктивность (прирост биомассы в единицу времени на единицу объема), которая как известно достигается при средних для данного вида скоростях роста. Так как при слишком высоких скоростях роста снижается глубина утилизации субстрата, а при слишком низких скоростях высока доля затрат энергии на поддерживающий метаболизм. То и другое снижает продуктивность. (Одум 1986, Андерсон 1985, Уитеккер 1980, Бигон и др. 1989, Перт С. Дж. 1978, Хумитаки Секи 1986.)

Математически данные критерии оптимальности можно выразить следующим образом: Затраты субстрата на поддержание жизнедеятельности (поддерживающий метаболизм) можно выразить

$$S = tx/\mu,$$

где S — концентрация субстрата, t — коэффициент энергии поддержания, x — концентрация биомассы.

Затраты (потери) субстрата за счёт снижения глубины утилизации можно выразить

$$S = \mu K_s / \mu_{max} - \mu,$$

где K_s — константа насыщения, μ_{max} — максимально возможная скорость роста.

Значение скорости роста при которых сумма данных выражений приобретает минимальное значение, соответствует максимальной продуктивности данного вида. При этом затраты субстрата на конструктивный метаболизм будут максимальны. Если среди природных экосистем максимальная продуктивность первого трофического уровня является основным критерием оптимальности лишь для экосистем открытых вод, то для искусственных экосистем, созданных человеком, максимальная продуктивность, как правило, является основным критерием оптимальности. Это относится к сельскому хозяйству, лесному хозяйству, аквакультурам, биотехнологии.

Заключение

Экосистема развивается как единое целое в стремлении к усилению гомеостаза с окружающей средой, изменяя при этом и саму окружающую среду. Гомеостаз достигается за счет развития в процессе естественного отбора и функционирования сообщества организмов как единого целого, состоящего из тесно коэволюционирующих видов организмов, объединенных мутуалистическими связями. Показателем гомеостаза является количество биомассы и информационных связей в экосистеме при имеющемся потоке энергии. В зависимости от условий окружающей среды в которых функционируют экосистемы, доля пастбищного, детритного или симбиотического пути прохождения биогенных элементов по экологическому циклу, а также распределение биомассы по трофическим уровням сильно варьирует. Что может быть положено за основу при создании научной классификации экосистем. Основной

критерий оптимальности для природных экосистем открытых вод и большинства искусственных экосистем – максимальная продуктивность первого трофического уровня.

Литература

1. Андерсон Дж. М. *Экология и науки об окружающей среде: биосфера, экосистемы, человек*, Гидрометеиздат, Ленинград, 1985.
2. Бигон М., Карпер Дж., Таунсенд К. *Экология. Особи, популяции и сообщества*, т.1, т. 2 (1989), Мир, Москва.
3. Еськов К. Ю. *История Земли и жизни на ней*, Наука, Москва, 2000.
4. Кель Л. С. *Вопросы управления процессом культивирования кормовых дрожжей*, Сборник трудов ВНИИГидролиз **38** (1989), 100–105.
5. Одум Ю. *Основы экологии*, Мир, Москва, 1975.
6. Одум Ю. *Экология*, Мир, Москва, Т. 1 (1986), 164.
7. Перт С. Дж. *Основы культивирования микроорганизмов и клеток*, Мир, Москва, 1978.
8. Печуркин Н. С. *Популяционная микробиология*, Наука, Новосибирск, 1978.
9. Печуркин Н. С. *Смешанные проточные культуры микроорганизмов*, Наука, Новосибирск, 1981, 3–25.
10. Пианка Э. *Эволюционная экология*, Мир, Москва, 1981.
11. Стебаев Л. В., Пивоварова Ж. Ф., Смоляков Б. С., Неделькина С. В. *Общая биогеосистемная экология*, Наука, Новосибирск, 1983.
12. Уиттекер Р. *Сообщества и экосистемы*, Прогресс, Москва, 1980.
13. Хумитаки Секи *Органические вещества в водных экосистемах*, Гидрометеиздат, Ленинград, 1986, 21–31

**Применение имитационной компьютерной модели
к анализу динамики древостоя**

Колобов А. Н.

*Институт комплексного анализа региональных проблем ДВО РАН,
ул. Шолом-Алейхема 4, Биробиджан, 679016, Россия, (42622) 61362
e-mail: alex_0201@mail.ru*

Одной из ключевых проблем в современной биологии и охраны окружающей среды, является проблема изучения и сохранения биологического разнообразия Земли. Задачи сохранения и восстановления биоразнообразия соответствуют «Приоритетным направлениям развития науки, технологий и техники Российской Федерации», утвержденным в 2002 г. Президентом РФ и входят в «Перечень критических технологий РФ».

Решение проблемы сохранения биоразнообразия и восстановления растительных сообществ после нарушений требует детального анализа динамики ценопопуляций и сообществ растений. Для исследования динамики лесных ценозов и успешного управления ими широко применяются средства математического и компьютерного моделирования. В современном компьютерном моделировании лесных экосистем получили широкое распространение имитационные гэп-модели [1, 2]. Гэп-модели эффективно используются для кратко- и среднесрочных прогнозов динамики конкретных лесных экосистем, находящихся в определенных внешних условиях на относительно небольших (1–1000 га) территориях.

В данном сообщении приводятся результаты построения имитационной компьютерной модели динамики многовидового разновозрастного сообщества древесных лесных растений. В качестве результатов моделирования исследователь получает различные прогнозные сценарии развития леса. Изучая полученные сценарии при различных модельных стратегиях управления можно выбрать наиболее эффективную стратегию, в зависимости от поставленной цели хозяйствования. Кроме этого модель имеет теоретическую ценность, поскольку позволяет изучать и выявлять закономерности роста и взаимодействия различных видов деревьев в сообществе.

За основу построения модели взяли уравнение энергетического баланса роста одиночного дерева. Для того чтобы описать взаимодействие деревьев в сообществе, мы использовали уравнение зависимости фотосинтетической продукции от солнечной радиации, а также функцию затухания света при прохождении сквозь кроны деревьев. Объединив уравнение роста одиночного дерева с уравнением для фотосинтеза, получили модель роста деревьев в условиях конкуренции за свет

$$\frac{dx_i}{dt} = \frac{\alpha_i \cdot I_0 \cdot (1 - \exp(-k_i x_i^2)) \cdot P_{im} \cdot Q(\xi)}{\alpha_i \cdot I_0 \cdot (1 - \exp(-k_i x_i^2)) \cdot Q(\xi) + P_{im} \cdot k_i x_i^2} - \beta_i - \gamma_i \cdot x_i^2, \quad (19)$$

где x_i — радиус кроны i -го дерева, I_0 — фотоактивная солнечная радиация, P_{im} — максимальная интенсивность фотосинтеза единицы площади листьев, k_i — коэффициент затухания светового потока, проходящего сквозь крону, $Q(\xi)$ — доля солнечной радиации при затенении древостоем, находящимися на окружающем пространстве ξ , параметры β_i , γ_i характеризуют интенсивности расхода энергии на рост и дыхание.

Для реализации механизма пространственного распределения деревьев в сообществе была разработана имитационная компьютерная модель. В основу построения модели легли следующие основные положения моделирования древостоя:

1. Моделируемое пространство древостоя, разбивается на ячейки по горизонтальной плоскости и уровни по вертикали.
2. Элементарной структурной единицей лесного сообщества является дерево.
3. Моделирование древостоя складывается из моделирования динамики отдельных деревьев.
4. При моделировании динамики отдельного дерева учитывается влияние со стороны других деревьев.

Возобновление и гибель деревьев на участке задаются соответствующими случайными процессами, поскольку модель является стохастической, прогнозируемое состояние гэта вычисляется как среднее по достаточно большому (80–100) числу независимых реализаций.

В качестве результатов, на каждом шаге моделирования, исследователь может получить различные статистические данные конкретного дерева (диаметр, высота, возраст, биомасса) и древостоя в целом (возрастное состояние; количество деревьев каждого вида; суммарная площадь кроны в каждом ярусе; общее количество деревьев и т. д.).

Анализ рассмотренной модели на фактическом материале, показал: деревья, в условиях конкуренции взаимно подавляя друг друга, раньше выходят на насыщение и имеют меньшие размеры. Если коэффициент затухания k_{ij} одного из видов, оказывается достаточно высоким, то он вытесняет остальные виды при одинаковых значениях других параметров. Скорость вытеснения зависит от количественного соотношения и пространственного распределения рассматриваемых видов. Параметр P_{im} , отвечающий за максимальную интенсивность фотосинтеза и соответственно определяющий степень теневыносливости вида, влияет на выживаемость вида в условиях лимитирования световых ресурсов. При неблагоприятных световых условиях, вид с меньшей интенсивностью фотосинтеза, то есть более теневыносливый, имеет высокую вероятность выживания. В моделируемых одновидовых и многовидовых древесных сообществах при достижении ими своего зрелого состояния наблю-

дается мозаичная структура пространственного распределения плотности и возрастного состава.

Построенная имитационная компьютерная модель позволяет получить прогнозные сценарии развития различных лесных ценозов. Адекватность поведения модели подтверждается сопоставлением с реальными данными и тем, что получаемые в модели сценарии динамики лесов, соответствуют наблюдаемым в природе.

Исследования проведены при финансовой поддержке ДВО РАН в рамках Программы Президиума РАН «Динамика генофондов и биоразнообразия», проект № 06-1-П11-035; «Биоразнообразие растительных сообществ Среднего Приамурья и пути его сохранения», проект № 04-1-П12-108.

Литература

1. Карев Г. П. *Структурные модели лесных экосистем*, Сибирский экологический журнал **4** (1999), 381–396.
2. Huth A., Ditzer T. *Long-term impact of logging in a tropical rain forest — a simulation study*, Forest Ecology and Management **142** (2001), 33–51.

Математическое моделирование трансформации биогенных веществ и биопродуктивность экосистемы Белого моря

Леонов А. В.

*Институт океанологии им. П. П. Ширшова РАН, Нахимовский пр. 36,
Москва, 117997, Россия
e-mail: leonov@ocean.ru*

Филатов Н. Н., Чичерина О. В.

*Институт водных проблем севера, Пушкинская ул. 11, Петрозаводск,
185910, Россия*

Для девяти районов Белого моря собраны и систематизированы данные по температуре, освещенности, прозрачности водной среды, водному режиму, биогенной нагрузке. Перенос (расходы воды) за счет водообмена через границы районов был оценен с помощью гидродинамической модели. Принимались условия «пониженного» переноса, при котором более отчетливо выявляется влияние динамики вод на поведение морской экосистемы. Задача исследования состояла в количественной характеристике условий трансформации органических и минеральных биогенных веществ (БВ) в губе Чула в сравнении с другими заливами Белого моря. Оценено поступление БВ в акваторию губы Чула (с атмосферными осадками, речным стоком, с водами Кандалакшского залива). Представлены и обсуждаются особенности расчетной динамики концентраций БВ, детрита и биомасс гетеротрофных бактерий, фито- и зоопланктона. Условия развития биомасс гидробионтов охарактеризованы расчетными значениями удельных скоростей роста биомасс и временами оборота биомасс.

Минеральные компоненты БВ с января по апрель накапливаются в водах заливов. Наибольшее накопление NO_3 и DIP происходит в Онежском зал. и в верховье Кандалакшского зал. Так же высокое накопление DIP имеет место в Мезенском зал. и в губе Чула, а DSi — в Онежском и Мезенском заливах.

Весной при активизации фитопланктона за 2–3 недели содержание минеральных фракций БВ снижается. Малое содержание в воде заливов соединений N (преимущественно NO_3) и P приводит к тому, что в начале лета DSi не активно потребляется фитопланктоном и его содержание в заливах Белого моря не уменьшается, а увеличивается. Низкое расчетное содержание DIP и NO_3 в губе Чула подтверждается наблюдениями. Летом и в начале осени отмечено усиление рециклинга БВ, что приводит к более интенсивному потреблению фитопланктоном DSi и регенерируемого DIP. Осенью отмечен дефицит DIP и его восстановление в морской среде происходит с начала – середины ноября. Оценены изменения соотношений концентраций БВ, которые свидетельствуют о существенных колебаниях в течение года минеральных фракций при современной биогенной нагрузке на акваторию губы Чула.

Апрельский максимум развития диатомовых водорослей в губе Чупа связан с наибольшим потреблением NO_3 , а их развитие в мае и в последующие месяцы — с преимущественным потреблением регенерируемых форм N (в меньшей степени NO_2 , и в большей — NH_4). Результаты моделирования подтверждают, что летом жизнедеятельность фитопланктона определяется рециклингом БВ.

Основное поступление NH_4 в водную среду губы Чупа обеспечивается метаболическими выделениями В1, которое в 33 раза превышает поступление NH_4 из всех вместе взятых внешних источников.

В течение года сильно меняется соотношение Si : N : P потребляемых диатомовыми субстратов: в январе — апреле Si : N : P = (57.1–171.7) : (23.2–80.9) : 1, в мае — декабре Si : N : P = (3.5–41.1) : (1.9–32.2) : 1.

Для В1 в губе Чупа имеется некоторый дефицит растворенных органических компонентов (особенно DOP), образующихся при рециклинге БВ. Основное количество DON и DOP формируется при распаде детрита, которое в 4.5–6.1 раз выше общего годового поступления органических компонентов из внешних источников.

Расчетные значения времени оборота БВ показывают, что в течение года довольно быстро происходит оборот NH_4 . Весной быстрее оборачивается NO_3 , а осенью — DIP. Показано, что расчетное значение оборота DIP соответствует оцененному экспериментально.

Наибольшие значения расчетной скорости ПП при современной биогенной нагрузке получены для губы Чупа, Двинского зал. и верхней части Кандакшского зал. Весовые отношения скоростей ПП практически соответствуют отношению потребляемых фитопланктоном субстратов. Оцененное по расчетам на модели значение создаваемой на рециклинге БВ продукции составляет 53.5%, и эта оценка близка экспериментальной (50–60%).

Составление балансов соединений N и P для губы Чупа показывает хорошую сбалансированность внутренних и внешних потоков БВ. Баланс потоков для форм N меняется от -0.0004 до 0.2121 г N/(м³ год) (или 0.005–2.538 %), а для форм P — от -0.0901 до 0.0271 г P/(м³ год) (или 0.551 – 2.874%). Для функционирования экосистемы водоема особенно существенна роль круговорота органических компонентов (в частности, детритного звена) и БВ.

Математическое моделирование динамики гидрологического режима Белого моря при вариациях жидкого стока и климатических факторов во второй половине XX века

Цыганкова А. Е.

Южный федеральный университет, г. Ростов-на-Дону, Россия
e-mail: ocean@ipoc.rsu.ru

Бердников С. В.

Южный научный центр РАН, г. Ростов-на-Дону, Россия
e-mail: berdnikov@mmbi.krinc.ru

Белое море в последние годы относится к одному из наиболее изучаемых морей Российской Арктики, что обусловлено потребностью применения системного подхода к выявлению пространственно-временной изменчивости абиотических компонентов экосистемы, взаимосвязи гидрологических, гидрохимических и океанографических параметров и их комплексного влияния на биогеохимические процессы.

Использование математических моделей, основанных на балансе масс, является одним из возможных подходов к исследованию пространственной неоднородности в распределении компонентов экосистемы по акватории и глубине водоема. Для Белого моря разработана мультикомпартментальная модель гидрологического режима (Бердников, Цыганкова, 2004; Цыганкова, Бердников 2003, 2004), которая ориентирована на среднесезонные значения внешних факторов, прежде всего объема речного стока и температуры воздуха, которые в интегральной форме отражают изменения климатических факторов и их влияние на гидрологический режим моря.

В данной работе выполнен анализ изменчивости речного стока и других параметров основных рек Белого моря (Северной Двины, Мезени и Онеги) за период 1940–2004 гг., температуры воздуха по ряду метеостанций в бассейне Белого моря за период с начала наблюдений до 1989 г. для оценки влияния изменения этих факторов на гидрологический режим Белого моря.

По данным гидрологических ежегодников за многолетний период (1940–2004 гг.) средний приток речных вод с основными реками в Белое море составил $130,7 \text{ км}^3/\text{год}$ (таблица 1). В других источниках приводятся цифры $150\text{--}180 \text{ км}^3/\text{год}$. Это связано с тем, что необходимо учитывать сток с малоизученных территорий и территорий, которые находятся ниже замыкающих створов. В зависимости от выбора метода расчета притока вод с этих территорий суммарный речной сток оценивается от 205 до $230 \text{ км}^3/\text{год}$.

Таблица 1. Основные характеристики стока рек Белого моря (m , σ , v – среднее, стандартное отклонение и коэффициент вариации (в %))

Река	Обеспеченность стока, %					m	σ	v
	5%	25%	50%	75%	95%			
Северная Двина	118,5	108,1	96,9	87,9	67,9	97,1	16,5	17,0
Мезень	24,0	22,8	19,4	17,6	14,6	19,7	3,4	17,1
Онега	21,6	17,9	14,4	12,7	9,8	14,6	3,6	24,4

Сезонное распределение стока речных вод в Белое море характеризуется крайней неравномерностью: 80% приходится на весенне-осенний период (май-ноябрь), из которых 50% годового поступления речных вод в море дает весеннее половодье (апрель-июнь).

Данные по температуре воздуха получены из электронной базы данных сайта <http://www.gismeteo.ru> по крупным метеопостам бассейна Баренцева и Белого морей (Мурманск, Кандалакша, Архангельск, Онега, Нарьян-Мар).

Таблица 2. Статистические характеристики температуры воздуха по крупным метеопостам бассейна Баренцева и Белого морей за период 1936–1989 гг.

Показатель	Мурманск	Кандалакша	Архангельск	Онега	Нарьян-Мар
Минимум	-2,31	-2,56	-1,93	-1,58	-6,19
Среднее	0,15	0,19	1,02	1,57	-3,55
Максимум	2,63	3,33	3,22	4,08	-0,46
Стандартное отклонение	1,18	1,33	1,35	1,30	1,50

На основе среднемесячных значений температуры воды по основным рекам Белого моря и температуры воздуха ближайших метеостанций построены корреляционные зависимости для восстановления пропусков в данных.

Для периода 1940–2004 гг. выполнены расчеты режима солености и температуры воды в Белом море при вариациях речного стока и температуры воздуха. Для всего моря и отдельных районов моря построены графики изменения океанографических характеристик в рассматриваемый период (соленость и температура воды, ледовитость, толщина льда). Результаты расчетов сопоставлены с данными наблюдений, представленными в работе (Matishov et al., 2004), и обсуждаются в докладе.

Литература

1. Бердников С. В., Цыганкова А. Е. *Применение балансовых моделей для оценки седиментации терригенного материала в Белом море и его выноса в арктический бассейн*, Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сообщества (НЦ ЧЭС) **3** (2004), 29–41.
2. Цыганкова А. Е., Бердников С. В. *Масс-балансовый подход к изучению крупномасштабного водообмена и его влияния на формирование гидрохимического режима в Белом море*, Изв. вузов. Сев.-Кав. регион. Естественные науки. Приложение, **12** (2003), 31–44.
3. Цыганкова А. Е., Бердников С. В. *Моделирование переноса и седиментации взвешенного вещества в Белом море*, Изучение зообентоса шельфа. Информационное обеспечение экосистемных исследований, Апатиты: Изд. КНЦ РАН, 2004, 316–330.
4. Matishov G., Zuev A., Golubev V. et al. *Climatic Atlas of the Arctic Seas 2004*, Pt 1. Database of the Barents, Kara, Laptev and White Seas – Oceanography and Marine Biology, Silver Spring (MD): World Data Center Oceanogr., 2004, 148.

Секция 4. Математические методы в задачах охраны окружающей среды

Оптимальное управление в биосистемах

Абакумов А. И.

*Институт автоматизации и процессов управления ДВО РАН, Радио 5,
Владивосток, 690041, Россия*
e-mail: abakumov@iacp.dvo.ru

Общая задача

Динамика численностей видов в биологической системе при сборе урожая в общем случае описывается системой уравнений в частных производных:

$$\begin{cases} \frac{\partial x}{\partial t} + \operatorname{div}_\alpha(\mu \circ x) = D(x) + F(t, \alpha, x, u), \\ x(\underline{t}, \alpha) = x_0(\alpha), \\ x(t, \alpha)|_{\alpha \in \partial A} = \bar{x}(t, \alpha), \\ \int_{T \times A} \varphi(t, \alpha, x, u) d\alpha dt \rightarrow \sup_{u \in U}. \end{cases} \quad (1)$$

Параметр t означает время, $t \in T = [\underline{t}; \bar{t}] \subset \mathbb{R}$. Векторный параметр α обозначает пространственные переменные, это могут быть и характеристики морфологии, физиологического состояния организма и т. п., $\alpha \in A \subset \mathbb{R}^m$. Вектор-функция $x(t, \alpha)$ означает количественную характеристику каждой компоненты биосистемы, $x \in G \subset H^2(T \times A; \mathbb{R}^n)$. Это могут быть численности или биомассы видов в сообществе. Вектор-функция управления обозначена $u(t, \alpha)$. Предполагаем, что $u \in U \subset L_2(T \times A; \mathbb{R}^m)$.

Матрица скоростей обозначена $\mu = (\mu_{jk})_{j,k=1}^{n,m}$. Операция « div » применяется построчно. Значок « \circ » означает построчное умножение: $\mu \circ x = (\mu_{jk} x_j)_{j,k=1}^{n,m}$. Для матриц $A = (a_{ij})_{i,j=1}^{m,n}$ и $B = (b_{ij})_{i,j=1}^{n,m}$ через $A * B = c$ обозначается вектор $c = (c_i)_{i=1}^m$ с компонентами $c_i = \sum_{j=1}^n a_{ij} b_{ji}$. Дифференциальный оператор $D(x)$ имеет вид

$$D(x) = (D_j(x_j))_{j=1}^n, \quad D_j(x_j) = \sum_{k=1}^m \frac{\partial}{\partial \alpha_k} [d_{jk} \frac{\partial x_j}{\partial \alpha_k}].$$

Здесь $d = (d_{jk})_{j,k=1}^{n,m}$ — матрица коэффициентов диффузии.

От матрицы-функции μ можно потребовать выполнения условия на границе:

$$\mu(t, \alpha)|_{\alpha \in \partial A} = 0,$$

хотя это не обязательно.

Условие()*. В общей задаче (1) все функции будем предполагать гладкими до необходимого порядка. Также предполагаем, что решение $x \in H^2(T \times A; R^n)$ общей задачи существует для всех $u \in U \subset L_2(T \times A; R^m)$, (U — открытое множество) и гладко зависит от u . При всех t, α, x функцию φ предполагаем строго вогнутой по u , а F — линейной по u .

Поиск оптимального решения

Методы решения общей задачи строятся в русле работ [1–3]. Введем вектор-функцию $\lambda(t, \alpha)$ с условиями:

$$\lambda(t, \alpha) = (\lambda_j(t, \alpha))_{j=1}^n, \quad \lambda(\bar{t}, \alpha) = 0, \quad \lambda(t, \alpha)|_{\alpha \in \partial A} = 0.$$

Строим функцию Лагранжа в виде

$$L(t, \alpha, x, u, \lambda) = \varphi(t, \alpha, x, u) + \lambda(t, \alpha)F(t, \alpha, x, u).$$

Утверждение. Если общая задача (1) удовлетворяет условию (*), то необходимые условия оптимальности решения имеют вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial x}{\partial t} + \text{div}_\alpha(\mu \circ x) = D(x) + F(t, \alpha, x, \hat{u}), \\ \frac{\partial \lambda}{\partial t} + (\mu * \frac{\partial \lambda}{\partial \alpha})^* + \bar{D}(\lambda) = -\frac{\partial L(t, \alpha, x, \hat{u}, \lambda)}{\partial x}, \\ x(0, \alpha) = x_0(\alpha), \quad x(t, \alpha)|_{\alpha \in \partial A} = \bar{x}(t, \alpha), \\ \lambda(\bar{t}, \alpha) = 0, \quad \lambda(t, \alpha)|_{\alpha \in \partial A} = 0, \\ \hat{u}(t, \alpha) = \arg \max_{u \in U} L(t, \alpha, \hat{x}, u, \lambda) \end{cases}$$

Управление популяцией

Рассматриваем одновидовую систему, переменные α , u одномерны. Коэффициент диффузии D принимаем равным постоянной величине. Тогда задача (1) примет вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial(\mu x)}{\partial \alpha} = D \frac{\partial^2 x}{\partial \alpha^2} + F(t, \alpha, x, u), \\ x(0, \alpha) = x_0(\alpha), \\ x(t, \underline{\alpha}) = \underline{x}(t), \quad x(t, \bar{\alpha}) = \bar{x}(t), \\ \int_{T \times A} \varphi(t, \alpha, x, u) d\alpha dt \rightarrow \sup_{u \in U}. \end{cases} \quad (2)$$

Здесь

$$A = [\underline{\alpha}; \bar{\alpha}], \quad \mu(t, \underline{\alpha}) = \mu(t, \bar{\alpha}) = 0.$$

В этом случае необходимые условия оптимальности имеют вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial(\mu x)}{\partial \alpha} = D \frac{\partial^2 x}{\partial \alpha^2} + F(t, \alpha, x, \hat{u}), \\ \frac{\partial \lambda}{\partial t} + \mu \frac{\partial \lambda}{\partial \alpha} + D \frac{\partial^2 \lambda}{\partial \alpha^2} = - \frac{\partial L(t, \alpha, x, \hat{u}, \lambda)}{\partial x}, \\ x(0, \alpha) = x_0(\alpha), \quad x(t, \underline{\alpha}) = \underline{x}(t), \quad x(t, \bar{\alpha}) = \bar{x}(t) \\ \lambda(\bar{t}, \alpha) = 0, \lambda(t, \underline{\alpha}) = \lambda(t, \bar{\alpha}) = 0, \\ \hat{u}(t, \alpha) = \arg \max_{u \in U} L(t, \alpha, x, u, \lambda). \end{array} \right.$$

Управление в популяции с линейным ростом без диффузии

Конкретизируем и упростим задачу предыдущего пункта. Рассматривается задача оптимального сбора урожая в случае, когда α — линейный размер особей, $\alpha \in [0; 1]$. Диффузию при этом не учитываем ($D = 0$). Тогда аналог общей задачи имеет вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial(\mu x)}{\partial \alpha} = F(t, \alpha, x, u), \\ x(0, \alpha) = x_0(\alpha), \quad x(t, 0) = \underline{x}_0(t), \\ \int_{T \times A} \varphi(t, \alpha, x, u) d\alpha dt \rightarrow \sup_{u \in U}. \end{array} \right. \quad (3)$$

В данном случае естественными являются условия неперехода через границу: $\mu(t, \underline{\alpha}) \geq 0$, $\mu(t, \bar{\alpha}) \leq 0$.

Аналогично решению общей задачи получим задачу для двух уравнений в частных производных:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial(\mu x)}{\partial \alpha} = F(t, \alpha, x, \hat{u}), \\ \frac{\partial \lambda}{\partial t} + \mu \frac{\partial \lambda}{\partial \alpha} = - \frac{\partial L(t, \alpha, x, \hat{u}, \lambda)}{\partial x}, \\ x(\underline{t}, \alpha) = x_0(\alpha), \quad x(t, \underline{\alpha}) = \underline{x}(t), \\ \lambda(\bar{t}, \alpha) = 0, \lambda(t, \bar{\alpha}) = 0, \\ \hat{u}(t, \alpha) = \arg \max_{u \in U} L(t, \alpha, x, u, \lambda). \end{array} \right. \quad (20)$$

В популяционных моделях (2)–(3) проведены расчеты. В расчетах при неизменной внешней среде проявляются магистральные (асимптотические) свойства оптимальных решений, аналогичные таким свойствам в моделях экономической динамики. Отслеживается влияние изменений параметров окружающей среды на динамику модельных решений.

Работа поддержана грантом ДВО РАН, проект № 06-III-A-01-458.

Литература

1. Иоффе А. Д., Тихомиров В. М. *Теория экстремальных задач*, М.: Наука, 1974.
2. Сиразетдинов Т. К. *Оптимизация систем с распределенными параметрами*, М.: Наука, 1977.
3. Фурсиков А. В. *Оптимальное управление распределенными системами. Теория и приложения*, Новосибирск: Научная книга, 1999.

Использование методов математического моделирования для разработки малоотходной технологии в производстве этанола

Арзамасцев А. А., Азарова П. А.

*Тамбовский государственный университет им. Г. Р. Державина,
ул. Интернациональная 33, Тамбов, 392000, Россия
e-mail: arz_sci@mail.ru, azarova_pa@mail.ru*

Разработка малоотходных производств является одним из важнейших направлений развития промышленности. Данная работа посвящена оптимизации (с использованием экономических критериев) реального технологического процесса выработки бактериальной биомассы из отходов производства этанола.

Поставленная цель требует решения следующих задач: осуществить математическую постановку задач оптимизации (при использовании в качестве критерия приведенных затрат, а в качестве ограничений — имеющихся экологических норм и правил); построить адекватные математические модели основных технологических единиц данного процесса, а также провести исследование режимов их работы и всего процесса в целом; решить поставленные задачи с использованием методов нелинейного программирования; выработать практические рекомендации и провести сравнение с известными аналогами.

Технологический процесс включает следующие основные единицы: многосекционный биохимический реактор, термофлотатор и сушилку-гранулятор.

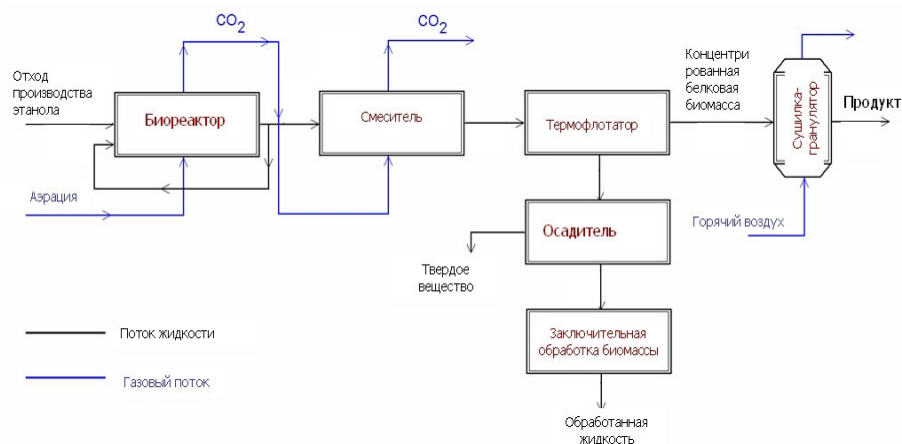


Рис. 1. Технологический процесс

Задача оптимизации может быть сформулирована следующим образом. Необходимо найти вектор варьируемых переменных u , который позволяет

минимизировать значение целевой функции $Q(w, u, y)$ для ряда векторов возмущений w так, чтобы выполнялось соотношение:

$$Q^*(w, u^*, y) = \min_{u \in U} Q(w, u, y), \quad (1)$$

где Q — это целевая функция, y — вектор выходных параметров объекта, U — область допустимых значений для варьируемых переменных. При этом должны выполняться уравнения связи, характеризующие математические модели объектов:

$$y = \Psi(w, u, p) \quad (2)$$

и ограничения, накладываемые на независимые и выходные переменные:

$$\begin{aligned} R_1(w, u) &\geq 0 \\ &\vdots \\ R_k(w, u) &\geq 0 \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} L_1(y) &\geq 0 \\ &\vdots \\ L_m(y) &\geq 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь p — вектор параметров математических моделей, Ψ , R , $i = 1, \dots, k$, L , $i = 1, \dots, m$ — операторы связи.

Математическая модель биореактора. Основными допущениями являются: отдельная секция — это емкость с промежуточным уровнем смешения, зависящим от скорости подачи газовой фазы; факторами, которые ограничивают скорость роста микроорганизмов, являются концентрация субстрата и концентрация кислорода; процесс изотермический; кинетика процесса соответствует зависимости Моно.

Математическая модель биореактора включает три основных модуля: кинетики, гидродинамики и массопередачи.

Уравнения математической модели образуют замкнутую систему и позволяют, задавшись количеством и концентрацией субстрата на входе в биореактор, рассчитать его выходные параметры.

Математическая модель термофлотатора. Основные допущения: термофлотатор можно представить в виде ячеечной модели; каждая ячейка представляет собой объект с сосредоточенными параметрами, то есть идеального смешения; основными компонентами газовой фазы пузырьков являются CO_2 , O_2 и N_2 ; формирование газовых пузырьков происходит в первой (нижней) секции; количество транспортируемого твердого вещества из секции с номером i в ячейку с номером $(i + 1)$ пропорционально количеству

эффективных пузырьков и концентрации суспензии ячейке с номером i , если $x_i < x^*$; и количество транспортируемого твёрдого вещества становится пропорциональным только количеству эффективных пузырьков лишь тогда, когда $x_i > x^*$; количество транспортируемого твёрдого вещества из ячейки с номером $(i+1)$ в ячейку с номером i пропорционально количеству пузырьков, потерявших способность к флотации в ячейке с номером $(i+1)$.

Математическая модель гранулятора. Основные допущения: отсутствует вынос сухого вещества с газовым потоком через верхнюю часть аппарата; идеальное смешение по поступающей суспензии и гранулам; вся суспензия попадает на гранулы, находящиеся в аппарате, этот процесс происходит мгновенно, суспензия распределяется по поверхности гранулы равномерно; сушка (испарение влаги и отвод её с воздушным потоком) происходит только с поверхности гранул; твёрдая (гранулы, ретур), жидкая (суспензия) и газовая фазы перемешаны в объёме в достаточной степени интенсивно — это создаёт эффект псевдооживления и даёт возможность применять даже к твёрдой фазе закономерности, характерные для жидкостей; гранула представляет собой двухслойную конструкцию: внутренний слой — это частица ретура, внешний — вновь попавшая на гранулу суспензия; слои имеют круглую форму и представляют собой объекты с сосредоточенными параметрами; после выгрузки такой частицы происходит усреднение температуры и влажности в ней.

В настоящее время математические модели биореактора, термофлотатора и гранулятора доведены до уровня работающих программ, написанных в системе программирования Delphi.

В результате предварительных расчетов получены следующие экономические показатели процесса (см. таблицу 1).

Таблица 1. Эксплуатационные затраты технологического процесса (ТП) за год (электроэнергия, тепловая энергия, топливо)

Вид ресурса	Затраты ресурса за 1 год эксплуатации ТП	Цена единицы ресурса	Цена ресурса за 1 год эксплуатации ТП, в руб.
Электроэнергия	213960 кВт.ч	2 руб./кВт.ч	427920
Тепловая энергия	180 Гкал	842,56 руб./Гкал	151660
Дизельное топливо	11,28 т	22300 руб./т	25944

В настоящее время данный проект проходит апробацию на ООО «Биохим» г. Рассказово Тамбовской области.

**Модель биологической очистки
с переменной структурой биомассы**

Кириллов А. Н.

СПбГТУРП, ул. акад. Павлова, Санкт-Петербург, 197022, Россия
e-mail: krllvaleksandr@rambler.ru

В проблеме охраны окружающей среды важную роль играет задача стабилизации процесса очистки сточных вод от промышленных сбросов. Сложность процесса очистки связана с различными аспектами биологического, физико-химического, технологического характера. Сточные воды, представляющие собой многокомпонентный субстрат-загрязнитель, в совокупности с активным илом, состоящим из многочисленных групп микроорганизмов, являются сложной иерархической системой. Цель данной работы — получение более глубокого взгляда на возможное повышение эффективности управления процессом биоочистки. Рассмотрена система, состоящая из аэротенка, отстойника и звена рециркуляции.

В [1] исследовались вопросы, связанные с изменчивостью состава активного ила в процессе биоочистки: при небольшом времени оборота биомассы в микрофлоре активного ила преобладают быстрорастущие виды, приспособленные к потреблению легкоокисляемых соединений. При этом медленно растущие группы, специализирующиеся на потреблении трудноусвояемых соединений, вытесняются из реактора, в результате чего эти соединения попадают в стоки, не разлагаясь. Наоборот, если время оборота биомассы достаточно велико, в очистной системе закрепляются медленно растущие группы. При этом увеличивается разнообразие закрепившихся видов биомассы и идет процесс глубокой очистки. Существующие динамические модели не отражают указанные закономерности, а поскольку при стабилизации процесса биоочистки изменяется скорость оборота биомассы, то возникает проблема построения модели, учитывающей непостоянство видового состава сообщества микроорганизмов активного ила. Данная проблема решена на основе предложенного автором принципа динамической декомпозиции. Суть этого принципа состоит в возможности изменения размерности системы в процессе ее функционирования. Этот подход позволяет рассматривать последовательность относительно простых моделей сообщества микроорганизмов, сменяющих друг друга в зависимости от условий протекания процесса биоочистки. Так, в случае когда каждый вид микроорганизмов окисляет определенный компонент загрязнителя, динамика процесса очистки задается уравнениями вида

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= ua_{1i} + \frac{\mu_i s_i x_i}{k_i + s_i} - (b + u)x_i, \\ \dot{s}_i &= ba_{2i} - \frac{\mu_i s_i x_i}{Y_i(k_i + s_i)} - (b + u)s_i, \quad i = 1, \dots, n(t), \end{aligned}$$

где для i -го вида микроорганизмов и i -го компонента субстратов введены следующие обозначения: s_i — концентрация загрязнений на выходе; x_i — концентрация микроорганизмов; Y_i — коэффициент утилизации субстрата-загрязнителя в биомассу; k_i — константа полунасыщения; b, a_{2i} — скорость и концентрация, соответственно, субстрата на входе; u, a_{1i} — скорость биомассы и концентрация микроорганизмов, соответственно, в возвратном потоке; μ_i — максимальная удельная скорость роста микроорганизмов. Все введенные величины положительны. Управление осуществляется за счет изменения скорости u рециркулирующего потока.

Особенность данной системы - в ее переменной размерности $n(t)$, что позволяет учесть влияние времени пребывания биомассы в аэротенке на ее состав. Будем полагать

$$n = N - k \quad u_k < u < u_{k+1},$$

где $k+1 = i$ — номер компонента субстрата и окисляющей его группы микроорганизмов, u_k — заданные пороговые значения величины u , $k = 0, 1, \dots, N-1$, N — заданная целая положительная постоянная, определяемая технологией процесса управления. Исследуется устойчивость структуры построенной модели и возможность ее стабилизации. Структурой системы называется вектор γ с компонентами γ_i , где $\gamma_i = 1$, если i -й вид микроорганизмов входит в состав биомассы, иначе $\gamma_i = 0$. Структура биомассы становится переменной вследствие изменения скорости рециркулирующего потока.

Результаты моделирования позволяют оптимизировать процесс управления биологической очисткой сточных вод.

Литература

Вавилин В. А. *Время оборота и деструкция органического вещества в системах биологической очистки*, Наука, 1986.

Имитационное моделирование как средство решения проблем рационального водопользования (на примере водной системы Ладожского озера и Невской губы)

Кондратьев С. А.

Институт озероведения РАН, Россия

Имитационное моделирование является единственным научно-обоснованным способом решения задач, выходящих за рамки возможного натурального эксперимента и позволяет во много раз сократить сроки и стоимость исследований, число занятых специалистов, повысить обоснованность принимаемых решений. При проведении имитационных расчетов вариации характеристик изучаемых процессов и внешних воздействий выражаются различными комбинациями входных величин и параметров. После этого задача сводится к анализу соотношений между входом и выходом модели. Итогом обычно являются количественные оценки естественного развития процесса или последствий антропогенных воздействий

Объектом настоящего исследования является крупнейшая пресноводная озерно-речная система Европы, включающая Ладожское озеро площадью 17870 км² с объемом водной массы 838 км³, его водосборный бассейн площадью около 280000 км² и замыкающаяся на Невскую губу Финского залива. Ладожское озеро является безальтернативным источником питьевого водоснабжения Санкт-Петербурга, водные ресурсы озера и его водосборного бассейна играют важную роль в обеспечении жизнедеятельности населения и функционирования промышленности и сельского хозяйства северо-западного региона России. Сток из Ладожского озера происходит по реке Неве, которая впадает в Невскую губу Финского залива, являющуюся мелководным пресноводным водоемом, отделенным от восточной части Финского залива комплексом защитных гидротехнических сооружений. Невская губа с площадью водосбора 400 км² и объемом водной массы 1,6 км³, принимает сток с 67% площади водосбора всего Финского залива. Состояние Невской губы в значительной степени определяет экологическую ситуацию в Санкт-Петербурге и его пригородах.

Основной экологической проблемой, как Ладожского озера, так и Невской губы является эвтрофирование, причина которого заключается в обогащении вод биогенными элементами как природного, так и, главным образом, антропогенного происхождения. Возникает дисбаланс в соотношении продукционно-деструкционных процессов в водоеме. Вода становится мало пригодной для использования не только в питьевых, но нередко и в хозяйственных целях. В рассматриваемой водной системе фактором, лимитирующим процесс эвтрофирования, является содержание фосфора в водной массе.

В настоящем исследовании имитационное моделирование используется для решения двух задач, связанных с научным обоснованием концепции рационального использования и охраны водных ресурсов изучаемой водной системы:

1. Оценки зависимости содержания общего фосфора ($P_{общ}$) в воде Ладожского озера от уровня фосфорной нагрузки.
2. Оценки воздействия выноса $P_{общ}$ из Ладожского озера и сбросов сточных вод Санкт-Петербурга на фосфорный режим Невской губы.

Средством решения поставленных задач является математическая модель баланса $P_{общ}$ в водной системе Ладожского озера, Невской губы и их водосборного бассейна, разработанная в Институте озероведения РАН. Модель верифицирована на материалах натурных измерений концентраций $P_{общ}$ в Ладожском озере и Невской губе. В качестве входной информации для моделирования использовались данные, полученные в результате выполнения многолетних полевых исследований Института озероведения РАН, материалы Петербургкомстата, форм статистической отчетности 2ТПВодхоз, данные ГУП «Водоканал Санкт-Петербурга», а так же результаты совместных Российско-Финских исследований водосбора Ладожского озера.

Для оценки зависимости содержания $P_{общ}$ в воде Ладожского озера от уровня антропогенной нагрузки проведена серия имитационных расчетов, заключающихся в следующем:

1. Значение поступления $P_{общ}$ с водосбора в Ладожское озеро принималось равным 1000, 2000, 3000, 5000 и 10000 т год⁻¹. Расчеты выполнялись для интервала времени 40 лет с шагом по времени $\Delta t = 1$ год при начальном условии $C = 0$ мг $P_{общ}$ л⁻¹ в воде озера.
2. Расчеты проводились с использованием реальных значений входных величин и параметров, принятых при верификации модели для интервала времени с 1980 по 2006 гг. Затем для периода с 2007 по 2020 гг. имитировались следующие уровни фосфорной нагрузки от точечных источников на водные объекты российской части водосбора: сохранение нагрузки на уровне 2006 года ($L = 615$ т $P_{общ}$ год⁻¹), ее двукратное, трехкратное, пятикратное и десятикратное увеличение (1230, 1845, 3075 и 6150 т $P_{общ}$ год⁻¹, соответственно).

По результатам моделирования проводились сравнение и анализ значений нагрузки на Ладожское озеро и содержания $P_{общ}$ в воде озера, рассчитанных при различных заданных сценариях поступления $P_{общ}$. В результате обработки результатов получена эмпирическая линейная зависимость значений установившейся концентрации $PP_{общ}$ в Ладожском озере (мкг л⁻¹) от нагрузки с водосбора L (т год⁻¹) в следующем виде: $C_{P_{общ}} = 3.0 + 0.00331L$.

Результаты расчетов значений концентрации $P_{общ}$ в Ладожском озере с использованием реальных значений входных величин и параметров с 1980 по 2005 гг., а затем для периода с 2006 по 2020 гг. в предположении об сохранении нагрузки $P_{общ}$ от точечных источников на уровне 2005 года (615 т год^{-1}), ее двукратном, трехкратном, пятикратном и десятикратном увеличении, приведены на рис. 1.

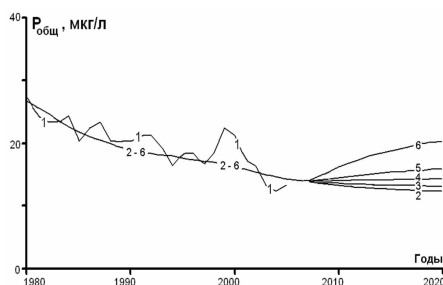


Рис. 1. Возможные изменения содержания $P_{общ}$ в воде Ладожского оз. при изменении уровня нагрузки от точечных источников загрязнения на российскую часть водосбора: измеренные концентрации (1), рассчитанные значения концентраций при условии сохранения нагрузки на уровне 2005 г. (2), ее двукратном (3), пятикратном (4) и десятикратном (5) увеличении.

При решении второй из поставленных задач, то есть при оценке воздействия выноса $P_{общ}$ из Ладожского озера и сбросов сточных вод Санкт-Петербурга на фосфорный режим Невской губы использовался план совершенствования водоочистки Санкт-Петербурга, разработанный ГУП «Водоканал Санкт-Петербурга». Выполнена серия имитационных расчетов, заключающихся в следующем:

1. Расчеты нагрузки $P_{общ}$ на Ладожское озеро и Невскую губу, а также концентраций в них $P_{общ}$ выполнялись по имеющимся фактическим данным до 2005 г. На период до 2020 г. расчеты выноса $P_{общ}$ из озера со стоком реки Невы велись при условии сохранения уровня нагрузки на озеро и его водосбор за 2005 г. Сбросы $P_{общ}$ с городскими сточными водами в Невскую губу принимались в соответствии с планом водоочистки ГУП «Водоканал Санкт-Петербурга».
2. Сбросы $P_{общ}$ с городскими сточными водами в Невскую губу на период до 2020 принимались как в соответствии с планом водоочистки ГУП «Водоканал Санкт-Петербурга», так и с учетом различных сценариев возможных усовершенствований системы водоочистки, предлагаемых главным образом зарубежными специалистами.

3. По результатам расчетов проводилось сравнение вкладов Санкт-Петербурга и притока из Ладожского озера в формирование фосфорной нагрузки на Невскую губу, а также изменений возможного содержания $P_{общ}$ в губе на период до 2020 г. в зависимости от сценариев водоочистки.

Полученные данные свидетельствуют о том, что вклад Санкт-Петербурга в нагрузку $P_{общ}$ на Невскую губу весьма существенен. Так, в 2005 году сброс $P_{общ}$ со сточными водами Санкт-Петербурга приблизительно составил 1800 т год⁻¹. Тогда как со стоком реки Невы в Невскую губу поступило согласно расчетам около 1500 т $P_{общ}$ год⁻¹, из них вынос из Ладожского озера составил 1300 т $P_{общ}$ год⁻¹.

Следующий этап имитационных расчетов связан с прогнозом изменения содержания $P_{общ}$ в Невской губе в зависимости от сценариев водоочистки. Рассмотрены следующие возможные сценарии:

1. Реализуется план водоочистки ГУП «Водоканал Санкт-Петербурга» при сохранении постоянной нагрузки $P_{общ}$ на водосборы Ладожского озера и реки Невы.
2. Реализуется план водоочистки ГУП «Водоканал Санкт-Петербурга» по объемам сброса, на выходе всех городских очистных сооружений концентрация составляет 1.5 мг л⁻¹ (в соответствии с нормативами ХЕЛКОМ).
3. Реализуется план водоочистки ГУП «Водоканал Санкт-Петербурга» по объемам сброса, на выходе всех городских очистных сооружений концентрация составляет 1.0 мг л⁻¹ (в соответствии с нормативами ЕС).
4. Реализуется план водоочистки ГУП «Водоканал Санкт-Петербурга» по объемам сброса с доочисткой сточных вод на всех городских очистных сооружениях до 0.8 мг л⁻¹.
5. Очистка сточных вод в Санкт-Петербурге не производится и сбросы осуществляются с концентрацией 3.2 мг $P_{общ}$ л⁻¹.

Результаты расчетов, выполненных с учетом перечисленных сценариев водоочистки сточных вод Санкт-Петербурга, приведены в табл. 3. Реализация плана водоочистки ГУП «Водоканал Санкт-Петербурга» должна привести в 2020 году к снижению содержания $P_{общ}$ в Невской губе на 21 % по отношению к уровню 2005 года. Выполнение нормативов ХЕЛКОМ по очистке сточных вод до 1.5 мг $P_{общ}$ л⁻¹ на всех очистных сооружениях Санкт-Петербурга приведет к снижению содержания $P_{общ}$ в Невской губе к 2020 году всего на 14 % по отношению к 2005 году, что несколько хуже результатов реализации плана ГУП «Водоканал Санкт-Петербурга». Доочистка сточных вод на

всех городских очистных сооружениях до $1.0 \text{ мг } P_{\text{общ}} \text{ л}^{-1}$ позволит снизить содержание общего фосфора на 29 %. Дополнительная доочистка до $0.8 \text{ мг } P_{\text{общ}} \text{ л}^{-1}$ приведет с дальнейшему снижению значений концентрации $P_{\text{общ}}$ в Невской губе до 23.9 мг м^{-3} , что на 35 % ниже значения концентрации, рассчитанной для условий 2005 года. Выполнены также расчеты по оценке возможного содержания $P_{\text{общ}}$ в Невской губе при условии выхода из строя всех очистных сооружений Санкт-Петербурга. В этом случае концентрация достигнет 51.5 мг м^{-3} , что на 40 % выше значений 2005 года.

Таким образом, полученные результаты являются наглядным подтверждением перспективности использования имитационного моделирования для решения задач, связанных с оценкой и прогнозом возможных изменений водных экосистем под влиянием антропогенных воздействий. Ни одна из рассмотренных выше задач не может быть решена на основе использования только данных натуральных измерений. В то же время обоснованность сделанных оценок подтверждена положительными результатами верификации модели. Полученные результаты позволяют судить об уровне возможных изменений Ладожского озера и Невской губы, а так же об эффективности реализации различных сценариев совершенствования способов очистки сточных вод Санкт-Петербурга. Они могут служить основой для принятия решений в области рационального водопользования и охраны водных объектов и, в том числе, по внедрению новых и дорогостоящих технологий очистки сточных вод от фосфора на очистных сооружениях Санкт-Петербурга.

Моделирование ТДС-дегазации пластины

Костикова Е. К.

*Институт прикладных математических исследований Карельского
научного центра РАН, Пушкинская 11, Петрозаводск, 185910, Россия*
e-mail: fedorova@krc.karelia.ru

Экспериментальный метод термодесорбционной спектрометрии (ТДС) является одним из основных при исследовании взаимодействия водорода с твердым телом. Рассмотрим один из простейших вариантов. Пластина из металла или сплава помещается в камеру с газообразным водородом. После насыщения образца растворенным (атомарным) водородом камера вакуумируется, и с помощью масс-спектрометра определяется десорбционный поток. По этой экспериментальной информации судят о тех или иных характеристиках взаимодействия водорода с исследуемым материалом. Остановимся лишь на прямой задаче.

Рассмотрим следующую краевую задачу ТДС-дегазации:

$$\begin{aligned} \frac{\partial c}{\partial t} &= D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2}, \quad t > 0, \quad x \in (0, \ell), \quad c(0, x) = \varphi(x), \quad x \in [0, \ell], \\ D \frac{\partial c}{\partial x} \Big|_{x=0} &= bc_0^2, \quad D \frac{\partial c}{\partial x} \Big|_{x=\ell} = -bc_\ell^2, \quad c_0(t) \equiv c(t, 0), \quad c_\ell(t) \equiv c(t, \ell). \end{aligned}$$

В нелинейной краевой задаче учтены основные лимитирующие факторы: процессы диффузии и десорбции. Здесь $c(t, x)$ — концентрация растворенного водорода, D , b — коэффициенты диффузии и десорбции. Десорбция квадратична: атомы H соединяются в молекулы в приповерхностном объеме. Параметры модели D , b зависят от температуры T . Обычно используют закон Аррениуса: $D(T) = D_0 \exp\{-E_D/[RT]\}$, $b(T) = b_0 \exp\{-E_b/[RT]\}$, $D_0, b_0, E_D, E_b = \text{const}$.

Если начальное насыщение считать, равномерным ($\varphi(x) = \bar{c}$), то решение краевой задачи понимается как обобщенное. Поскольку по постановке эксперимента концентрация симметрична относительно середины пластины и начальное вакуумирование длится некоторое (пусть малое) время, то разумно принять $\varphi(x) = \bar{c} - A(x - \ell/2)^2$, $A > 0$. Константа A определяется постановкой в граничные условия.

Требуется определить плотность десорбции $J(t) = bc_0^2(t) = bc_\ell^2(t)$ на отрезке времени $[0, t_*]$, $J(t_*) \approx 0$. Эта функция определяется из эксперимента, так что модельный поток $J(t)$ необходим для обоснования и тестирования методов параметрической идентификации. В докладе представлены результаты численного моделирования.

**Интервальные методы математического программирования и
задачи охраны окружающей среды**

Левин В. И.

*Пензенская государственная технологическая академия, пр. Байдукова,
1-а, Пенза, 440605, Россия
e-mail: levin@pgta.ac.ru*

Большинство современных задач оптимизации решается в предположении детерминированных параметров оптимизируемой системы. Однако на практике системы в экологии, экономике, социологии и т. д. имеют, как правило, недетерминированные параметры. Оптимизация таких систем выдвигает ряд новых трудных проблем: сравнение недетерминированных величин, обобщение понятия оптимума на недетерминированный случай, выяснение условий его существования, конструирование алгоритмов его отыскания. В статье изучается наиболее простой случай, когда недетерминированность системы выражается в том, что ее параметры заданы с точностью до интервалов возможных значений. Интервальные оценки параметров систем обычно находятся либо экспертным путем, либо с помощью приближенных вычислений или измерений.

Общая задача оптимизации в интервальной постановке такова. Задана функция

$$y = f(\tilde{a}, x), \quad (21)$$

где $x = (x_1, \dots, x_n)$ — вектор аргументов, причем $x_i \in X$, $i = 1, \dots, n$, и X — числовое множество, $\tilde{a} = (\tilde{a}_1, \dots, \tilde{a}_n)$ — вектор интервальных параметров, т. е. параметры \tilde{a}_i — замкнутые интервалы $\tilde{a}_i = [a_{i1}, a_{i2}]$, в которых находятся возможные значения этих параметров. Каждому значению аргумента x , $x \in X$, согласно (1) соответствует одно значение функции в виде некоторого интервала $\tilde{y} = f(\tilde{a}, x)$. Необходимо найти значение аргумента x^* , $x^* \in X$, для которого соответствующее значение функции $\tilde{y} = f(\tilde{a}, x^*)$ экстремально (максимально или минимально). Для простоты изложения мы ограничимся задачами дискретной оптимизации, в которых множество X возможных значений переменных дискретно.

Для решения сформулированной задачи необходимо уметь сравнивать интервалы и выделять из них экстремальные. Введем детерминированные операции непрерывной логики: $\vee = \max$ (дизъюнкция), $\wedge = \min$ (конъюнкция) и далее — соответствующие недетерминированные (в частности, интервальные) операции этой логики:

$$\tilde{a} \vee \tilde{b} = \{a \vee b | a \in \tilde{a}, b \in \tilde{b}\}, \quad \tilde{a} \wedge \tilde{b} = \{a \wedge b | a \in \tilde{a}, b \in \tilde{b}\}, \quad (22)$$

где \tilde{a} и \tilde{b} — любые числовые множества (в частности, интервалы). Как видно из (2), дизъюнкция (конъюнкция) двух числовых множеств определяется

как множество возможных значений дизъюнкции (конъюнкции) двух чисел в условиях, когда эти числа пробегают независимо друг от друга все возможные значения внутри соответствующих числовых множеств.

Следуя [1], введем отношение неравенства интервалов в виде эквивалентности

$$(\tilde{a} \geq \tilde{b}) \Leftrightarrow (\tilde{a} \vee \tilde{b} = \tilde{a}, \tilde{a} \wedge \tilde{b} = \tilde{b}) \quad (23)$$

Как известно [1], два интервала \tilde{a} и \tilde{b} , такие, что $\tilde{a} \geq \tilde{b}$ или $\tilde{b} \geq \tilde{a}$, называются сравнимыми по отношению \geq , другие \tilde{a} и \tilde{b} называются несравнимыми по этому отношению. В системе интервалов \tilde{a}_k , $k = 1, \dots, n$, интервал \tilde{a}_1 называется максимальным (минимальным), если он сравним с интервалами $\tilde{a}_2, \dots, \tilde{a}_k$ по отношению \geq и $\tilde{a}_1 \geq \tilde{a}_2, \dots, \tilde{a}_1 \geq \tilde{a}_k$ ($\tilde{a}_1 \leq \tilde{a}_2, \dots, \tilde{a}_1 \leq \tilde{a}_k$).

В работе [1] были получены следующие важные результаты.

Теорема 1. Для того чтобы интервалы $\tilde{a} = [a_1, a_2]$ и $\tilde{b} = [b_1, b_2]$ были сравнимы в отношении $\tilde{a} \geq \tilde{b}$ (несравнимы), необходимо и достаточно выполнения условия ($a_1 \geq b_1$, $a_2 \geq b_2$) (выполнения условий ($a_1 < b_1$, $a_2 > b_2$) или ($b_1 < a_1$, $b_2 > a_2$)).

Теорема 2. Для того чтобы в системе интервалов $\tilde{a}_k = [a_{k1}, a_{k2}]$, $k = 1, \dots, n$, интервал \tilde{a}_1 был максимальным, необходимо и достаточно, чтобы выполнялись условия

$$a_{11} = \bigvee_{k=1}^n a_{k1}, \quad a_{12} = \bigvee_{k=1}^n a_{k2}, \quad (24)$$

а для того, чтобы \tilde{a}_1 был минимальным, необходимо и достаточно выполнения условий

$$a_{11} = \bigwedge_{k=1}^n a_{k1}, \quad a_{12} = \bigwedge_{k=1}^n a_{k2}. \quad (25)$$

Результаты теоремы 1 позволяют сравнивать интервалы, распространять на них понятие оптимума и выяснять условие существования такого оптимума. Результаты теоремы 2 позволяют строить алгоритмы выделения экстремальных интервалов, сводя их к алгоритмам выделения экстремальных точечных величин. Это позволяет сводить интервальные оптимизационные задачи к детерминированным, что и составляет основу для решения интервальных задач.

Литература

Левин В. И. *Сравнение интервальных величин и оптимизация неопределенных систем*, Информационные технологии **7** (1998), 22–32.

Вычислительный эксперимент при изучении математической модели экосистемы водоема

Петров Ю. С., Распопов В. Е.

*Институт математики Сибирского федерального университета, Россия,
г. Красноярск, пр. Свободный 83-304, 660041
e-mail: petrovys@mail.ru*

В общем перечне актуальных задач, решаемых с помощью математического моделирования, экологические проблемы занимают особое место. Увеличение антропогенного воздействия на окружающую среду, вызванное интенсивным использованием природных богатств, развитием материального производства, приводит к нарушению экологического равновесия как локально в отдельных районах земного шара, так и глобально в масштабах планеты в целом.

Естественным средством объективного анализа возникающих проблем в области задач гидробиологии являются методы, основанные на построении и исследовании математических моделей водных экосистем. Использование математического моделирования и проведение вычислительного эксперимента позволяют предсказать динамику развития водной экосистемы, а также оценить аспекты и последствия реализации различных проектов, связанных с воздействием на экосистему.

В данной работе представлены некоторые результаты расчетов, проведенных с математической моделью [1], описывающей динамику развития водной экосистемы, в том числе трансформации азота и фосфора, как одних из основных биогенных элементов, определяющих продуктивность и качество воды в водоемах. Особенностью модели является разделение сине-зеленых водорослей на зеленые и сине-зеленые, которое отсутствует во многих моделях, но имеет большое значение для исследования экологии водоемов, поскольку развитие этих водорослей различно.

В математической модели учитываются процессы роста микроорганизмов, смертности, оседания, разложения, выделения продуктов метаболизма, переходов по трофической цепи, а так же лимитирующие факторы (освещенность и температура). Математическая модель содержит 10 динамических переменных. Первая, вторая и третья переменные характеризуют соответственно биомассу зеленых, сине-зеленых и диатомовых водорослей, четвертая — биомассу зоопланктона, пятая и шестая — биомассы соответственно бактерий и детрита, седьмая и восьмая — концентрации фосфора и азота, девятая — биомассу растворенной в воде органики и десятая - концентрацию растворенного в воде кислорода. При описании живых компонент учитываются входящий и исходящий потоки. Входящий — это доля полученных ресурсов (пищи), затрачиваемая на рост и воспроизводство, исходящий - это выедание особей из

данной компоненты хищниками и смертность в силу других всевозможных причин.

В биологических системах, как правило, скорость роста лимитируется концентрацией субстратов. В описании процесса лимитирования мы применили гиперболическую зависимость вида $\frac{ax}{x+x_0}$, предложенную Ж.Моно. Параметр a указывает точную верхнюю границу значений функции, а параметр x_0 называется константой полунасыщения и указывает то значение x , при котором значение функции равно половине наибольшего возможного.

Модель реализована в виде комплекса программ, позволяющего вводить входные данные в интерактивном режиме. Результаты расчетов могут быть получены численно, представлены графически, а также переданы вовне для последующей обработки.

Проведена отладка математической модели и идентифицированы необходимые для её работы коэффициенты. Настройка проводилась на Красноярское водохранилище по литературным [2] и натурным данным (использовались наблюдения, полученные в процессе комплексных исследований Красноярского водохранилища кафедрой гидробиологии и ихтиологии КрасГУ, совместно с лабораторией экспериментальной гидроэкологии ИБФ СО РАН в разные годы). Модель позволяет описывать изменение основных биогенных элементов, а также воспроизводить ситуации возникновения, как одного, так и двух пиков цветения фитопланктона во время вегетационного периода в зависимости от внешних условий.

Первые численные эксперименты с математической моделью были посвящены исследованию общих тенденций сезонного изменения переменных модели. Сезонная динамика диатомовых водорослей демонстрирует качественную картину двух пиков «цветения»: летний с максимальной биомассой 5.9 мг/л и осенний с максимальной биомассой 2.27 мг/л, что хорошо согласуется с данными наблюдений [3]. Суммарная биомасса диатомовых водорослей по наблюдениям в июле и августе снижается до 1,2–2 мг/л. Модельный расчет также выявил падение значений биомассы в указанный период.

Сопоставление модельного сезонного хода зеленых и сине-зеленых водорослей с экспериментальными данными [4] показало, что при общей заниженности модельных концентраций (примерно в 1.5 раза) относительный временной ход был реконструирован верно. Годовой ход биомассы зоопланктона имеет единственный пик и соответствует максимальным значениям биомасс зеленых и сине-зеленых водорослей, что также соответствует теоретическим представлениям.

Для сезонного хода концентраций соединений азота и фосфора расчет показал падение значений концентраций соединений азота в сезоны интенсивного развития планктона и максимальные значения при минимумах биомассы планктона.

Годовой ход концентрации органического вещества имеет два выраженных максимума со значениями 0.29 мг/л в начале лета и 0.54 мг/л осенью. Эти периоды соответствуют максимальным значениям биомассы фито- и зоо-

планктона. Для сезонной динамики бактерий и детрита характерны два пика развития: первый приходился на середину лета, второй - на начало осени. Таким образом, детрит оказывает влияние на рост бактерий и стимулирует их продуктивность, что также соотносится с натурными данными.

Итак, полученные модельные расчеты дают неплохое совпадение с экспериментальными данными, что свидетельствует об адекватности рассмотренной модели. Необходимо, однако, отметить, что построенная математическая модель очень чувствительна к изменению параметров и требует тщательного подбора коэффициентов. Наряду с точечной моделью, проводятся вычислительные эксперименты, учитывающие перенос вещества по длине водоема.

Литература

1. Петров Ю. С. *Программная реализация математической модели экосистемы водоемов*, МОЛОДЕЖЬ И НАУКА: НАЧАЛО XXI ВЕКА, В 4 ч. Ч.1 (2007), 78–80.
2. Губанов В. Г. *Биотический круговорот и взаимодействие трофических уровней в искусственных и естественных биосистемах*, Диссертация д. ф.-м. н., Красноярск, 2004.
3. Кожевникова Н. А. *Фитопланктон глубоководной части красноярского водохранилища*, Альгология **12**, No. **2** (2002), 39–40.
4. Щур Л. А. *Структура и функциональные характеристики бактерио- и фитопланктона в экосистемах водоемов разного типа*, Диссертация д. б. н., Красноярск, 2006.

**Численный алгоритм решения краевой задачи
ТДС-дегидрирования с подвижными границами**

Родченкова Н. И.

*Институт прикладных математических исследований Карельского
научного центра РАН, Пушкинская 11, Петрозаводск, 185910, Россия*
e-mail: NIRodchenkova@yandex.ru

Метод термодесорбционной спектроскопии (ТДС) широко используется при исследовании систем металл-водород. Образец нагревают в вакуумной камере, регистрируя десорбционный поток водорода и оценивая кинетические параметры модели. График зависимости потока от температуры (ТДС-спектр) может содержать несколько пиков, соответствующих различным наборам лимитирующих факторов. Ориентируемся на работы [1], [2], содержащие экспериментальный материал и справочные данные. Математические модели, когда диффузию можно считать относительно быстрой, представлены в [3]. В данной работе диффузия является одним из лимитирующих факторов.

Рассмотрим сферическую частицу порошка радиуса $L(t)$, в ней гидридное ядро радиуса $\rho(t)$ (β фаза). Слой толщины $(L - \rho)$ – металл с растворенным водородом (α фаза). Внешний нагрев монотонный (линейный). Критическая концентрация $c_\beta = Q$ не успевает заметно меняться. Все коэффициенты считаем аррениусовскими по температуре.

1. Уравнение диффузии. Обозначим через γ коэффициент объемного сжатия: $0 < \gamma < 1$, $V \rightarrow \gamma V$. Внешний слой металла «оседает», плотность потока водорода вдоль радиуса: $j(t, r) = -D(T)c_r + c(t, r)v(t, r)$, где $v(t, r) = L^2\dot{L}/r^2 < 0$ – скорость движения слоя металла по радиусу ($\dot{V}(r) = \dot{V}(L)$). Уменьшение L инициируется «пропавшим» объемом в результате перестройки решетки на границе раздела фаз: $(1 - \gamma)[\rho_0^3 - \rho^3] = L_0^3 - L^3 \Rightarrow v(t, r) = (1 - \gamma)\rho^2\dot{\rho}/r^2$. Уравнение диффузии атомов H во внешнем слое металла в сферических координатах:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left[r^2 \left(D(T[t, r]) \frac{\partial c}{\partial r} - c(t, r) v(t, r) \right) \right].$$

2. Начальное распределение. Начальные данные — квазистационар: $c(0, r) = A + B/r$. Следует из $c_t = D[c_{rr} + 2c_r/r]$ при $c_t/D(t) \approx 0$ ($D(t) = D[T(t)]$). Константы A, B : на границе раздела фаз поддерживается равновесная концентрация $\bar{c} = \eta Q$, $\eta < 1$; у внешней границы $c_0 < \bar{c}$ (из граничного условия при $t = 0$). Таким образом,

$$c(0, r) = \frac{L_0 c_0 - \bar{c} \rho_0}{L_0 - \rho_0} + L_0 \rho_0 \frac{\bar{c} - c_0}{L_0 - \rho_0} \frac{1}{r}.$$

3. Уравнение движения границы раздела фаз. Условие Стефана на подвижной границе (из баланса вещества):

$$[Q - \gamma c(t, \rho)] \dot{\rho}(t) = D(T[t, \rho]) \left. \frac{\partial c}{\partial r} \right|_{\rho(t)}.$$

4. Нелинейное граничное условие на поверхности (поверхностная десорбция): $c(t, L) = gq(t)$, $T_L = T_0 + vt$, $\Theta \equiv qL^2$,

$$\dot{\Theta} L^{-2} = \mu s(T_L) p - b(T_L) q^2 - D(T_L) \left. \frac{\partial c}{\partial r} \right|_L.$$

В случае объемной десорбции: $D(T_L) c_r(t, L) = -b(T_L) c^2(t, L)$.

5. Распределение температуры. Прогрев частиц порошка гидрида значительно быстрее диффузии, поэтому ищем распределение температуры в слое металла в форме квазистационара:

$$\begin{aligned} T[t, r] &= A^\circ(t) + B^\circ(t)/r, \quad r \in [\rho(t), L(t)], \\ A^\circ(t) + B^\circ(t)/L(t) &= T_L(t), \quad B^\circ(t) = \varkappa \rho^2(t) \dot{\rho}(t). \end{aligned}$$

Коэффициенты A° и B° : известна температура $T_L(t)$, а приток тепла к границе раздела фаз соответствует теплопоглощению при распаде.

Для представленной краевой задачи разработан итерационный вычислительный алгоритм. Учтено распределение частиц по размерам. Установлен диапазон адекватности модели и выделены лимитирующие факторы при различных условиях ТДС-эксперимента.

Автор выражает благодарность Ю. В. Заике за руководство работой и плодотворные обсуждения. Работа выполнена при финансовой поддержке Фонда содействия отечественной науке.

Литература

1. Gabis I., Evard E., Voit A., Chernov I., Zaika Yu. *Kinetics of decomposition of erbium hydride*, Journal of Alloys and Compounds **356–357** (2003), 353–357.
2. Колачев Б. А., Ильин А. А., Лавренко В. А., Левинский Ю. В. *Гидридные системы*: справ. изд. М.: Металлургия, 1992.
3. Заика Ю. В., Родченкова Н. И. *Моделирование высокотемпературного пика ТДС-спектра дегидрирования*, Математическое моделирование **18**, № 4 (2006), 100–112.

Применение фрактальных характеристик растительных сообществ в задачах охраны окружающей среды

Светлаков А. Н.

Санкт-Петербургская лесотехническая академия, Санкт-Петербург

e-mail: asas70@rambler.ru

Фрактальные размерности являются интегрированными характеристиками разветвлённых структур. Поэтому естественно попытаться применить их для решения природоохранных и мониторинговых задач в сфере охраны растительности. Тем не менее применение фрактальных характеристик сопряжено с некоторыми трудностями т. к. деревья и кустарники являются так называемыми неформатируемыми фракталами, для характеристики которых необходим спектр размерностей Реньи [2]. Однако, если ограничиться только концами веток и может быть точками разветвления — фрактальными остатками или фрактальной пылью, то можно ожидать сохранения самоподобия структуры. Фрактальные размерности деревьев и кустарников, распространённых в Северо-Западном регионе находятся в интервале от 1,18 до 1,42. Наибольшую фрактальную размерность имеет берёза пушистая [1]. Наиболее важной в данной сфере является задача воспроизводства и повышения продуктивности лесов [3]. С помощью методики вычисления фрактальных размерностей удалось установить корреляционную связь между характеристиками кроны (фенотипа) и генетической доброкачественностью, «плюсовостью», посадочного материала (генотипа). Работы проводились в Рощинском лесничестве Ленобласти и Солотвинском на Украине. Также важной является задача защиты лесов от вредителей и болезней. На основании отклонения фрактальных размерностей вида можно судить о болезни конкретного дерева или ансамбля деревьев (кустарников). Интересным здесь является вопрос: восстанавливает ли дерево свою естественную фрактальную размерность как характеристику фенотипа после механических и других повреждений? В чём природа аномальных явлений типа «ведьмина букета», «ведьминой метлы» и т. д.? Как влияет ветровая закрутка на фрактальную размерность? Кроме вычисления фрактальной размерности всей структуры, пыли можно вычислять характеристики границы отдельного дерева или ансамбля деревьев. Оказывается каждое дерево имеет только одному ему присущее излучение, и при инфракрасной съёмке его границы чётко видны. Причём, характер излучения больного дерева отличается от здорового. В связи с этим важным является создание атласа фрактальных размерностей деревьев и кустарников. Определённая работа в этом направлении велась в Санкт-Петербургской лесотехнической академии. Следует ещё остановиться на задачах мониторинга. С помощью фрактальных размерностей можно вычислять, а следовательно отслеживать динамику изменения речных бассейнов, вычислять фрактальные размерности границ лесных пожаров, очагов заражения вредителями.

Литература

1. Светлаков А. Н. *Моделирование разветвленных структур в задачах химико-лесного комплекса*, Известия Санкт-Петербургской лесотехнической академии **178** (2006), 141--161.
2. Мандельброт Б. *Фрактальная геометрия природы*, Москва: Институт компьютерных исследований, 2002.
3. Константинов В. М. *Охрана природы*, М.: Академия, 2003.

Об одной обратной задаче параметрической идентификации

Чернов И. А.

*Институт прикладных математических исследований Карельского
научного центра РАН, Пушкинская 11, Петрозаводск, 185910, Россия
e-mail: IACHernov@yandex.ru*

Металлогидридные аккумуляторы водорода являются одним из возможных решений проблемы хранения экологически чистого водородного топлива [1]. На первый план выходит кинетика: скорости поглощения и выделения водорода должны быть достаточно высоки. Поэтому актуальна математическая задача оценки констант скоростей элементарных процессов (коэффициентов) по измеряемым данным. Такие задачи относятся к классу обратных и представляют также чисто математический интерес.

Рассматриваем задачу Коши для системы ОДУ — модель распада гидрида. Материал — сферическая частица единичного радиуса, в центре гидридное ядро радиуса $\rho(t)$, покрытое коркой металла с растворенным водородом. Концентрации содержащегося в гидриде и растворенного в фазе металла водорода обозначены $Q > 1$ и $c(t)$. Равновесную по отношению к гидриду концентрацию принимаем за единицу. Уравнения выводятся из закона сохранения [2] и имеют вид

$$\begin{aligned} (1 - \rho^3)\dot{c} &= -3b(t)c^2 + 3k(t)(1 - c)\rho^2, & c(0) &= c_0 \in [0, 1] \leq 1, \\ (Q - c)\dot{\rho} &= -k(t)(1 - c) \quad \text{при } \rho > 0, & \rho(0) &= \rho_0 \in (0, 1), \\ \dot{\rho} &= 0 \quad \text{при } \rho = 0, & t^* &= \min\{t : \rho(t) = 0\}. \end{aligned}$$

Здесь $b(t)$, $k(t)$ — константы скоростей элементарных процессов (десорбция и распад гидрида); зависимость от времени связана с нагревом. Время t^* — окончания распада гидрида — также неизвестно. Требуется определить $b(t)$, $k(t)$ и t^* по измерениям на $[0, T]$ десорбционного потока $f(t)$. Для этого ищем минимум среднеквадратичной невязки

$$\|bc^2 - f(t)\|_{L_2([0, T])}^2 \rightarrow \min.$$

На искомые функции $b(t)$ и $k(t)$ не накладываем никаких ограничений (помимо гладкости); рассчитываем, что оптимальные параметры будут иметь нужный вид (или близки к нему). По крайней мере, точное решение прямой задачи для заданных $b(t)$ и $k(t)$ должно позволять «восстановить» их.

Задача сводится к классической задаче вариационного исчисления со свободным концом для двух неизвестных функций $c(t)$ и $\rho(t)$. Оказалось, что уравнения Эйлера зависимы (и это следствие консервативности системы), так что требуется дополнительная информация. В частности, задание $k(t)$

позволяет получить $b(t)$, решив задачу Коши для ОДУ первого порядка. Существенно, что измерения в это уравнение входят под знаком интеграла, что обеспечивает некоторую устойчивость к погрешностям измерений.

Выбор $k(t)$ можно использовать для дополнительной оптимизации; одним из вариантов является обеспечение максимальной среднеквадратичной близости $b(t)$ к параметрическому семейству кривых (например, аррениусовых или линейных зависимостей от температуры при заданном законе нагрева).

Литература

1. Вербцкий В. Н. Митрохин С. В. *Гидриды интерметаллических соединений — синтез, свойства и применение для аккумулярования водорода*, Международный научный журнал «Альтернативная энергетика и экология», **10(30)** (2005), 41–61.
2. Заика Ю. В., Родченкова Н. И. *Моделирование высокотемпературного пика ТДС-спектра дегидрирования*, Математическое моделирование, **18**, No. 4 (2006), 100–112.

Секция 5. Экологический менеджмент

Моделирование экологического воздействия угольных мини-ТЭС на воздушный бассейн с учетом регионального и масштабного факторов

Афанасьева О. В., Мингалеева Г. Р.

*Исследовательский центр проблем энергетики КазНЦ РАН,
ул. Лобачевского, 2/31, г. Казань, 420111, Россия
e-mail: eccolga@mail.ru, mingaleeva-gr@mail.ru*

В последние годы интерес к малой энергетике объясняется главным образом возможностью обеспечения автономного и резервного энергоснабжения отдельных объектов, отдаленных от централизованных сетей или нуждающихся в собственном источнике энергии. В условиях постоянных сбоев при передаче энергии и аварий в центральных электросетях эта проблема приобретает еще большую актуальность. Для отечественной энергетики одним из важных вопросов при реализации данных установок является использование в качестве топлива местных природных энергоресурсов. В первую очередь — это уголь, запасы которого в России составляют 20% от мировых. Однако здесь возникает серьезная проблема — вредные выбросы (NO_x , SO_2 , CO , зола), образующиеся при сжигании угля, и их влияние на окружающую среду. Как один из вариантов рационального и экологически чистого использования твердого топлива может быть предложен процесс высокотемпературной обработки угля — газификация, при котором может быть получен газ для энергетического использования и ценные побочные продукты. В связи со сложившейся ситуацией в энергетике страны необходим постоянный жесткий контроль над соответствием вредных выбросов действующим нормативам. Эта проблема для угольных мини-ТЭС приобретает еще большую остроту в связи с тем, что при размещении мини-ТЭС на конкретном производстве, уровень выбросов, поступающих от источника энергии, накладывается на выбросы самого предприятия, соответственно, может усугубиться экологическая обстановка на данной территории.

Существующие математические модели, описывающие экологические процессы, охватывают широкий круг проблем — от чисто биологических до экономических [1]. Однако при решении конкретных задач возникает необходимость разработки зависимостей, позволяющих определить не конкретные

численные значения, а направление дальнейшего поиска оптимального варианта решения. Выбранный как объект исследования угольная мини-ТЭС имеет простую структуру, включающую в себя подготовку угля, газификацию, очистку генераторного газа, сжигание его в камере сгорания газовой турбины (ГТУ), и утилизацию теплоты продуктов сгорания в котле-утилизаторе с получением тепловой энергии.

В качестве масштабного фактора при моделировании выбросов от объектов малой энергетики выступает мощность мини-ТЭС, которая в данном случае будет определяться мощностью ГТУ, входящей в ее состав. Региональный фактор в данной работе определяется условиями района размещения мини-ТЭС. Для данного исследования города России разделены на 4 группы в зависимости от средней температуры отопительного периода [3]. В настоящее время не разработано методик для расчета выбросов от объектов малой мощности в окружающую среду. Поэтому в работе для определения объемов и концентраций выбросов используются существующие методики расчета вредных выбросов от котельных установок ТЭС. При моделировании экологического воздействия на воздушный бассейн угольных мини-ТЭС с учетом масштабного и регионального факторов используется эксергетический метод термодинамического анализа для определения эксергии продуктов сгорания [4]:

$$E_t = \Delta E_p + nR_u T_0 \ln \frac{p}{p_0} + R_u T_0 \sum_i n_i \ln \frac{z_i}{z_{0i}}, \quad (26)$$

где ΔE_p — изобарное превышение эксергии в интервале температур от T_0 до температуры продуктов сгорания; n , n_i — количество компонента продуктов сгорания и общее количество продуктов сгорания в киломолях; R_u — универсальная газовая постоянная; T_0 — температура окружающей среды; p , p_0 — давление рассматриваемых продуктов сгорания и окружающей среды; z_i , z_{0i} — мольные содержания компонента в продуктах сгорания и окружающей среде. Учитывая, что давление продуктов сгорания существенно не отличается от давления окружающей среды, суммарная эксергия в данном случае будет складываться из изобарного превышения эксергии, зависящего от температуры продуктов сгорания при различных температурах окружающей среды, и химической эксергии. Изобарное превышение эксергии продуктов сгорания определяется при помощи графика Ранга [4]. Для этого необходимо вычислить содержание воздуха в продуктах сгорания и определить температуру окружающей среды и продуктов сгорания. Химическая эксергия является результатом разности концентраций компонентов в продуктах сгорания и окружающей среде [4]. Согласно номограмме, ее вычисляют, зная содержание азота, кислорода и углекислого газа в продуктах сгорания, в зависимости от температуры и влажности окружающей среды. Для облегчения расчета химической эксергии продуктов сгорания по формуле (1), z_{0i} можно выразить через содержание компонентов сухого воздуха и влажность воздуха в окружающей среде, тогда уравнение для расчета химической эксергии

продуктов сгорания примет следующий вид [4]:

$$e_{ch} = R_u T_0 \left[(N_2) \ln \frac{N_2}{0,7898} + (O_2) \ln \frac{O_2}{0,2099} + (CO_2) \ln \frac{CO_2}{0,0003} + (H_2O) \ln \frac{H_2O}{X_{z0}} + \ln(1 + X_{z0}) \right], \quad (27)$$

где (N_2) , (O_2) , (CO_2) , (H_2O) — мольные содержания компонентов влажных продуктов сгорания; X_{z0} — влажность воздуха в окружающей среде. Так, согласно расчетам, эксергия продуктов сгорания возрастает с увеличением мощности мини-ТЭС. Чем ниже температура окружающей среды, тем меньше эксергия продуктов сгорания. В результате расчетов по предложенной эксергетической модели получены зависимости эксергии продуктов сгорания от мощности основного энергогенерирующего оборудования и средней температуры отопительного периода, которые описаны уравнениями регрессии. Решение о размещении угольной мини-ТЭС на конкретном предприятии должно приниматься в результате вариантных расчетов, однако формирование эксергетической функции, учитывающей влияние таких важных факторов как мощность электростанции и температурные условия отопительного периода, может способствовать большей конкретизации и ограничению области дальнейших расчетов.

Работа выполнена при финансовой поддержке ФАНИ (госконтракт № 02.516.11.6040) и РФФИ (грант № 08-08-00233)

Литература

1. Петросян Л. А., Захаров В. В. *Математические модели в экологии*, Изд. С.-Петербургского университета, 1997.
2. Соколов Е. Я. *Теплофикация и тепловые сети*, Изд. МЭИ, 2001.
3. Шаргут Я., Петела Р. *Эксергия*, Изд. Энергия, 1968.

Разработка методики оценки безопасности заповедника

Губко Г. В.

Ильменский государственный заповедник (УрО РАН), Челябинская обл.,

г. Миасс, 456301, Россия

e-mail: gala@ilmeny.ac.ru

Доклад посвящен вопросам оценки уровня экологической безопасности заповедника. Формулируются математические модели надежности и эффективности управления. Описывается методика оценки уровня экологической безопасности заповедника и приводятся результаты ее применения в Ильменском государственном заповеднике.

Одной из важнейших проблем управления заповедником является определение внешних воздействий на природный комплекс, их интенсивности и силы, прогноз развития этих воздействий в постоянные угрозы. Определение перечня воздействий и угроз, наряду с их анализом, позволяет выработать стратегию управляющих воздействий на потенциально опасных направлениях и организовать контроль по параметрам состояния природного комплекса, на который оказываются воздействия. Важной задачей при этом является оценка уровня экологической безопасности и надежности управления с точки зрения достижения целей управления.

Особо охраняемую природную территорию (ООПТ) со статусом заповедника можно считать метасистемой, состоящей из организационной системы и природного комплекса. Организационная система выступает в роли субъекта управления (центра), а природный комплекс — в роли объекта управления.

В [3] задача управления организационной системой в условиях вероятностной неопределенности ставится как задача максимизации выбором управляющего воздействия некоторого функционала — критерия эффективности функционирования системы. При этом критерий эффективности усредняется по случайным факторам. Однако в таком подходе в явном виде не фигурируют соображения надежности, играющие очень важную роль в задачах управления безопасностью [2], к которым, по сути, относится задача управления ООПТ.

Введем понятие риска как числовую характеристику надежности управления, определяемую вероятностью появления неблагоприятного события — внешнего воздействия, которое приводит к выходу существенных параметров системы из допустимого множества [4]. Тогда задачу управления организацией можно сформулировать в виде задачи многокритериальной оптимизации с двумя критериями — эффективностью и риском. Можно рассматривать задачу синтеза управления, имеющего максимальную эффективность при заданном уровне риска или задачу синтеза управления, минимизирующего риск при заданном уровне эффективности [4].

На практике непосредственное вычисление риска затрудняется недостатком статистических данных. В связи с этим актуальной является разработка методики, позволяющей оценивать уровень экологической безопасности заповедника на базе экспертных оценок.

В Ильменском государственном заповеднике такая методика была разработана. Она основывается на методике быстрой оценки эффективности управления для заповедников [7], разработанной Фондом дикой природы, а также на методологии формирования комплексных оценок [1]. При этом, в продолжение развитого в [4] подхода, в качестве исходных данных используются экспертные оценки воздействий и угроз (рисков) на природный комплекс заповедника.

Значимость воздействий определяется в соответствии с задачами управления. Анализ каждого вида воздействий включает следующие показатели в виде балльных оценок: динамика на протяжении последних 10 лет, ареал распространения, сила воздействия, срок воздействия на территорию, вероятность наступления события.

Актуальность риска определяется как произведение вероятности события (измеренной по шкале от единицы до четырех) на его мощность (произведение силы воздействия на ареал влияния) и считается основной характеристикой риска по данному типу внешних воздействий. В результате обработки данных экспертизы значения показателей рисков были приняты как средние согласованные по группе экспертов.

Значения актуальности рисков (угроз) разбиваются на интервалы, для которых определены четыре категории — от минимальной актуальности до критического риска.

Полученный набор оценок отдельных рисков агрегируется в интегральную оценку уровня экологической безопасности Заповедника с помощью методики комплексного оценивания, основанной на бинарных матричных свертках [1]. Для этого строится бинарное дерево, в корне которого находится интегральная оценка, которая затем последовательно декомпозируется на пары частных оценок. На нижнем уровне дерева находятся оценки отдельных показателей рисков, полученные в результате опроса экспертов (все оценки измеряются по четырехбалльной шкале от единицы до четырех).

Агрегирование пары частных показателей в комплексный показатель осуществляется с помощью экспертно настраиваемых матриц свертки. Столбцы матрицы соответствуют первому агрегируемому показателю, строки — второму, а на пересечении столбца и строки находится значение комплексного показателя. Заполнение матриц производится с учетом экспертной оценки актуальности каждого риска.

Результат оценки позволяет выработать оптимальный набор управляющих воздействий на природный комплекс и внешнюю среду заповедника, приводящих к повышению уровня экологической безопасности для его территории. Применение данной методики и планирование уменьшения экологического риска по результатам расчетов 2001 года привело к тому, что приня-

тые управляющие воздействия увеличили значение комплексного показателя экологической безопасности заповедника на единицу к 2006 году. Периодический расчет по данным методикам с интервалом в 5 лет позволяет оценить эффективность управления за период и наметить новые стратегические направления управления.

Литература

1. Андронникова Н. Г., Бурков В. Н., Леонтьев С. В. *Комплексное оценивание в задачах регионального управления*, ИПУ РАН, 2002.
2. Бурков В. Н., Грицианский Е. В., Дзюбко С. И., Щепкин А. В. *Модели и механизмы управления безопасностью*, СИНТЕГ, 2001.
3. Бурков В. Н., Новиков Д. А. *Как управлять организациями*, СИНТЕГ, 2004.
4. Губко Г. В. *Модели и механизмы управления особо охраняемыми природными территориями*, Геотур, 2002.
5. Губко Г. В. *Модели и механизмы управления виртуальными организационными системами*, Управление большими системами **19** (2007), 154–173.
6. Новиков Д. А. *Механизмы функционирования многоуровневых организационных систем*, Фонд «Проблемы управления», 1999.
7. Хоккинс М. *Оценка эффективности: схема оценки менеджмента охраняемых природных территорий*, Руководство по охраняемым территориям, Серия «Лучший опыт», Выпуск 6. Международный союз охраны природы, 2000.

Когнитивное моделирование перспектив управления параметрами урбоэкосистемы в условиях антропогенного загрязнения

Ильченко И. А.

*Таганрогский институт управления и экономики (ТИУиЭ),
ул.Котлостроительная, дом 3, кв.14,г.Таганрог, 347910, Россия
e-mail: i.a.ilchenko@rambler.ru*

Для обеспечения условий устойчивого развития урбоэкосистем и поддержания приемлемого качества среды обитания необходимо изучить влияние важнейших экологических факторов городских экосистем на показатели здоровья горожан, а также характера взаимодействия этих факторов друг с другом.

Разработана когнитивная карта, отражающая совокупное влияние экологических факторов городской среды друг на друга и на здоровье жителей г.Таганрога. Карта включает 10 вершин: V1 — Загрязнение воздуха, V2 — Здоровье населения, V3 — Состояние растительности, V4 — Загрязнение почв, V5 — Загрязнение грунтовых вод, V6 — Загрязнение подземных вод, V7 — Загрязнение донской воды, V8 — Загрязнение миусской воды, V9 — Шумовое загрязнение, V10 — Загрязнение вод Таганрогского залива. Результаты сценарного моделирования позволяют сделать вывод, что в городской экосистеме имеется два аккумулятора загрязнителей — воздушный бассейн (подвижная среда) и почва (неподвижная среда), которые выступают в качестве обменного и резервного фондов миграции загрязнителей. Третьим резервуаром, способным принимать и накапливать городские поллютанты, является Таганрогский залив Азовского моря, загрязнение которого также оказывает влияние на здоровье горожан.

В анализируемой карте имеется 4 цикла с положительной обратной связью: V1–V3–V1, V1–V4–V1, V4–V3–V4 и V1–V4–V3–V1. Они отражают сложный характер взаимодействия аэро, гео- и растительной подсистем городской экосистемы в процессе распространения химических загрязнителей, обуславливающий усиление внешнего возмущения, вносимого в вершины V1, V3 или V4, благодаря четырем взаимно сопряженным циклам с положительной обратной связью. Расчет собственных чисел матрицы отношений показывает, что всего таких чисел 10, а максимальное по модулю число составляет 0,689. Последний аргумент позволяет ожидать проявления данной системой некоторой устойчивости.

Наиболее сильное влияние на компоненты городской экосистемы оказывает загрязнение воздушной среды, которое проявляется и прямо, и косвенно. В качестве естественного накопителя загрязнителей и усилителя их действия выступают городские почвы и почвенные покрытия. В почвах поллютанты

удерживаются за счет адсорбции, и частицы пыли, содержащие такие адсорбированные загрязнители и поступающие в воздух, менее реакционноспособны по сравнению с типичными аэрополлютантами. Но если благодаря ветрам происходит рассеивание загрязнителей в воздухе и его экологическая опасность снижается, то вклад почв в загрязнение урбоэкосистемы в этом случае только возрастает. Следовательно, почвы являются резервным фондом в миграции загрязнителей в городской экосистеме.

Для обеспечения приемлемого качества городской среды и улучшения здоровья горожан наиболее эффективным является комплексный подход, т. к. при его использовании наблюдается существенное улучшение уровня здоровья населения и состояния растительности и значительное понижение уровней загрязнения воздуха и почв по сравнению с их исходными значениями.

Предложенная модель урбоэкосистемы не рассматривает движения воздушных масс, в результате которого происходит рассеивание загрязнителей и снижение загрязнения воздушного бассейна в пределах городской территории. В связи с этим проведенное моделирование по своему характеру является нединамическим и, следовательно, позволяет оценить вероятные критические уровни загрязнения городской среды обитания с позиций предельно допустимых уровней загрязнения и предельно допустимых концентраций поллютантов.

Исследование экологических сайтов

Луговая Н. Б., Печников А. А.

ИПМИ КарНЦ РАН, ул.Пушкинская 11, Петрозаводск, 185910, Россия
e-mail: nataly@krc.karelia.ru, pechnikov@krc.karelia.ru

Web-сайты экологической направленности играют все большее значение в российском фрагменте Интернета. В Яндекс.Каталоге [1], где наиболее значимые сайты по разделам отбираются вручную, в настоящее время представлено более 130 сайтов по разделу «Экология». Представляет большой научный и практический интерес вопрос о том, насколько связаны сайты экологической направленности между собой.

Назовем коммуникационным графом сообщества сайтов (или коротко web-графом) ориентированный взвешенный мультиграф $G=(S, L, t, w)$, где S – множество вершин, соответствующих сайтам сообщества, L – множество дуг, соответствующих гиперссылкам сайтов сообщества друг на друга, t и w – весовые функции, определенные на множествах S и L соответственно. Формальный анализ web-графа позволяет дать ответы на ряд содержательных вопросов, таких, например, как степень связности участников сообщества.

В качестве множества S (целевой группы исследования) взяты 8 экологических сайтов, имеющих наибольший тематический индекс цитирования (ТИЦ) в поисковой системе Яндекс: «Всемирный фонд дикой природы в России», «Социально-экологический союз», «Леса России», «Центр охраны дикой природы», «Всероссийский экологический портал», «Байкальская экологическая волна», «Природа России» и «Biodat - сохраним природу вместе».

Процедура построения web-графа сообщества экологических сайтов заключается в следующем. С помощью программы-краулера, являющегося оригинальной разработкой авторов, были отсканированы все гиперссылки, исходящие с сайтов множества S , выявлены ссылки друг на друга и построено множество L . Весовая функция t определена как $t(lp)$, где $lp=0,1,2,\dots$ – уровень страницы, на которой находится соответствующая ссылка; $t(lp1) > t(lp2)$, если $lp1 > lp2$. В качестве весов вершин t были приняты измеренные значения ТИЦ для каждого сайта.

Анализ построенного web-графа позволяет сделать ряд содержательных выводов относительно взаимодействия сайтов экологической направленности. Например, наблюдается очень высокая степень связности web-графа, однако при этом имеется сайт, на который отсутствуют ссылки с других участников целевой группы, и сайт, не имеющий ссылок на других участников.

Литература

Яндекс. Каталог. [Электронный ресурс] – 2008. – Режим доступа: <http://yca.yandex.ru/yca/cat/>.

Модели и механизмы страхования в системах управления экологической безопасностью

Овчинникова Т. И.

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН
ул. Профсоюзная, д.65,г. Москва, 119997, Россия
e-mail: tat-ivleva@mail.ru, ovchinnikova_ti@mail.ru

Как показывает анализ состояние экологической безопасностью государство не в состоянии в полной мере обеспечить возмещение ущерба от природно-техногенных аварий, наносимых населению, хозяйствующим субъектам и окружающей природной среде. В настоящее время возмещение ущерба определяется в пределах 5–6% за счет государства и менее, чем на 1% за счет страхования. В то же время исследование показывают, что за счет страхования может быть возмещен ущерб в пределах 45–50%. Поэтому разработка процедуры принятия управленческих решений, иными словами моделей и механизмов страхования, в системах управления экологической безопасностью (СУЭБ) и страхования имеет принципиально важное значение.

Исследования, которым посвящен доклад, проводились в пограничной области, которая, с одной стороны может быть отнесена к системе управления страхованием, а с другой, — к системе управления экологической безопасностью, точнее к подсистеме экономических механизмов. Эта особенность в реальной жизни приводит к необходимости разработки моделей и механизмов принятия взаимовыгодных управленческих решений, приемлемых как в одной, так и в другой системах управления. Использование для этих целей, наряду с другими математическими методами, теории активных систем оказалось плодотворным. В настоящее время уровень страхования достиг уровня восточно-европейских стран и основная тенденция развития страхового дела в России — страхование ответственности за причинение вреда, в том числе экологическое страхование.

На основании проведенного анализа систем управления экологической безопасностью и страхования сделаны следующие выводы:

- В основу экономического обеспечения СУЭБ должны быть положены научно-обоснованные механизмы страхования как их составляющая часть. Это обеспечит взаимовыгодность их реализации, как для отдельных промышленных предприятий (или групп предприятий), так и для страховых компаний и общества в целом.
- Необходимо обеспечить информационную поддержку участников страхования в целях соблюдения финансовой устойчивости операций и гарантий страховых выплат при возмещении ущерба, причиненного крупными авариями.

- Следует разработать нормативно-методическую документацию по определению страхового случая (аварийное загрязнение окружающей природной среды (ОПС), повлекшее за собой причинение вреда здоровью и жизни физических лиц, а также имуществу юридических и физических лиц) по оценке убытков от аварийного загрязнения ОПС и определению размеров страховых тарифов и премий.
- Целесообразно усилить результативность комплексных технических и экологических экспертиз, комплексного использования системы механизмов снижения риска и снижения комплексного ущерба, которые, как правило, должны проводиться на постоянной основе;
- Следует продолжить исследования моделей механизмов страхования. В первую очередь, необходимо выделить разработку методов описания отношения к риску, позволяющего конструктивно описывать модели страхования в сложных (многоэлементных, динамических и др.) системах и теоретико-игровой анализ моделей наиболее распространенных на практике механизмов страхования, что позволит синтезировать и осуществить практическое использование комплекса эффективных механизмов системы управления экологической безопасностью.

Проведенный в докладе анализ также позволяет определить место механизмов страхования в управлении экологической безопасностью в системе «страховщик — страхователь — окружающая среда — орган управления экологической безопасностью» (рис.1). Механизм страхования — это совокупность процедур, регламентирующих взаимодействие страховщика и страхователя. Он включает процедуры выделения ресурсов для снижения экологического риска (кратко - страховых ресурсов), формирования страховых взносов и возмещения на основании разработанных тарифов и другие условия (нормы) страхового контракта.

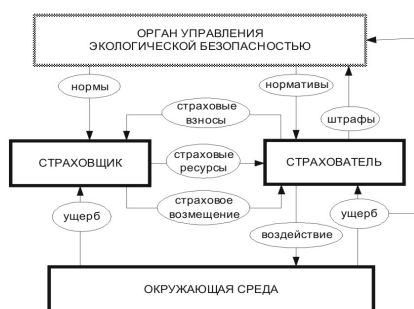


Рис. 1. Механизм страхования в системе управления экологической безопасностью

Исследования механизмов страхования осуществлены в условиях полной и симметричной информированности, в том числе рассмотрены:

- Модели финансовой устойчивости в страховании, при которых необходимым условием являются принцип эквивалентности и принцип неотрицательности страховых резервов. Данные принципы необходимы, но не достаточны - кроме них используются более сложные актуарные и другие модели.

Предметом исследований являются механизмы страхования, выделенные на рис.2 жирной линией и относящиеся к тем механизмам, которые рассматриваются в теории управления социально-экономическими системами;

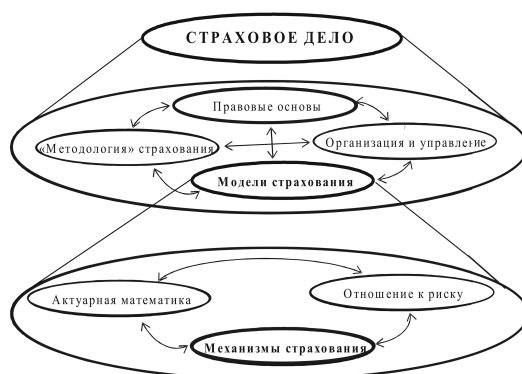


Рис. 2. Аспекты страхового дела и моделей страхования

- Модели страхования и перестрахования, в которой рассмотрены процедуры определения нагрузки к нетто-ставке, определения страхового тарифа для случаев полной информированности, интервальной, вероятностной и нечеткой неопределенности;
- Манипулируемые механизмы страхования, в которых рассмотрены проблемы определения нагрузки к нетто-ставке, страхового тарифа и смешанного страхования;
- Неманипулируемые механизмы определения страховых тарифов при одном и нескольких страхователях.

В докладе также рассмотрены предупредительная и мотивационная роль страхования и механизмы страхования в многоэлементных системах.

Исследования проводились под руководством академика РАЕН, проф. д.т.н. Буркова В. Н. и члена-корреспондента РАН, проф., д.т.н. Новикова Д. А. в Институте проблем управления им. В.А. Трапезникова (ИПУ) РАН.

Технология моделирования медико-эколого-экономических процессов

Столбов А. Б.

*Институт динамики систем и теории управления СО РАН,
Лермонтова 134, Иркутск, 664033, Россия
e-mail: stolboff@icc.ru*

Здоровье населения является одним из ключевых факторов, определяющих качество жизни в любом регионе мира. Поэтому исследование влияния на здоровье населения антропогенных и экологических факторов представляет большой интерес. Многими научными коллективами проводятся исследования в этом направлении. В настоящее время накоплено большое количество работ о влиянии отдельных факторов среды на здоровье человека (библиографические, токсикологические и идентификационные базы содержат несколько сот тысяч ссылок [1, 2]).

Однако недостаточность количественных критериев оценки и невозможность проведения всесторонних экспериментов с объектом исследования приводят к тому, что при построении моделей медико-эколого-экономических систем в большей степени приходится полагаться на экспертные знания, чем при моделировании технических или физических систем. Активное участие эксперта в предметной области на многих этапах моделирования и анализа приводит к трудности использования стандартных и достаточно общих средств автоматизации моделирования, требующих от пользователя определенного уровня математической подготовки.

Математическое описание системы представляет собой систему обыкновенных дифференциальных уравнений. Основная часть моделей и принципов их построения представлена в монографии [3]. В настоящее время автором проводятся исследования по применению этих моделей на практике и добавлению новых модельных блоков.

Предлагаемая технология позволяет учитывать специфику моделирования медико-эколого-экономических процессов через частичную формализацию знаний специалистов-предметников и специалистов в области построения математических моделей. Инструментальной основой рассматриваемой технологии является система интеллектуальной поддержки процесса математического моделирования медико-эколого-экономических систем (ИППММ). Основной задачей ИППММ является автоматизированное формирование моделей: выбор структуры основных показателей модели, выбор структуры модельных уравнений, выбор методов идентификации, формирование сценариев для задания поведения экзогенных переменных, проведение многовариантных расчетов и их анализ.

Система ИППММ состоит из трех частей. Первая часть — это специализированная программа, разработанная для автоматизации работы с моделями [4]. Она позволяет идентифицировать параметры модели, проводить многовариантные расчеты и их анализ на основе системы критериев. Программная система предоставляет интерфейс, который обеспечивает доступ к внутренним функциям, необходимым в процессе построения модели (создание и удаление объектов, вычисления, отображение результатов). Вторая часть — это экспертная система (ЭС), которая моделирует действия экспертов при построении моделей. ЭС реализуется на основе продукционной системы с базой знаний фреймового типа. В качестве среды разработки ЭС используется CLIPS [5]. И третья часть — это средство для ввода и редактирования знаний о предметной области. В качестве такого средства приобретения знаний можно использовать, например, свободно распространяемую систему Protege [6].

Далее приводятся основные этапы технологии моделирования медико-эколого-экономических систем.

1. Формирование объектной модели предметной области (ПО): определение иерархии классов ПО.
2. Заполнение пользователями БЗ экземплярами классов предметной области с помощью средств извлечения знаний (например, Protege).
3. Настройка программы на указанную предметную область. На этом этапе происходит заполнение базы знаний экспертной системы, которая управляет процессом построения и анализа моделей. В нее входят часть БЗ ПО, заполненная на предыдущих этапах; факты и правила необходимые для формирования моделей, шаблоны которых построены по принципам, определенным в БЗ математического моделирования.
4. Формирование моделей.
5. Параметрическая идентификация.
6. Анализ адекватности модели.
7. Оценка сценарных расчетов.
8. Доработка моделей. Дальнейшая работа с моделями может осуществляться из программной системы. Полученные результаты могут быть сохранены и использованы в будущем для построения новых моделей.

В докладе приводятся результаты сценарных расчетов по моделям динамики заболеваемости населения городов Иркутской области, разработанными совместно с экспертами из ангарского филиала научно-исследовательского институт медицины труда и экологии человека.

Работа выполнена при поддержке гранта РГНФ № 06-02-00055а.

Литература

1. *Базы данных IRIS*, <http://www.epa.gov/IRIS/whatsnew.htm>.
2. *Базы данных Toxline*, <http://toxnet.nlm.nih.gov>.
3. Батурин В. А. и др. *Моделирование и оценка состояния медико-эколого-экономических систем*, Новосибирск: Издательство СО РАН, 2005.
4. Ефимова Н. В., Столбов А. Б., Урбанович Д. Е. *Разработка программной системы моделирования динамики заболеваемости населения*, Вестник ТГУ, Приложение **18** (2006), 161—166.
5. *Официальный сайт CLIPS*, <http://clipsrules.sourceforge.net/>.
6. *Официальный сайт Protege*, <http://protege.stanford.edu/>.

Секция 6. Статистические методы в экологии

Отрицательное биномиальное распределение как модель отношений в системе паразит-хозяин

Иешко Е. П.

*Институт Биологии КарНЦ РАН, ул.Пушкинская, 11, г.Петрозаводск,
185910, Россия*

e-mail: ieshko@krc.karelia.ru

Павлов Ю. Л.

*Институт прикладных математических исследований КарНЦ РАН,
ул.Пушкинская, 11, г.Петрозаводск, 185910, Россия*

e-mail: pavlov@krc.karelia.ru

При исследовании процессов заражения хозяев паразитами в большинстве случаев оказывается, что распределение численности паразитов на хозяине является отрицательно биномиальным (см., например, [1–5]). При этом параметры этого распределения указывают на высокую степень агрегированности: в популяции большинство особей содержат небольшое число паразитов, но некоторые особи имеют много паразитов. В результате среднее число паразитов на хозяине значительно меньше дисперсии. Однако до сих пор остаются открытыми вопросы о природе такой закономерности и об интерпретации параметров распределения. Известно, что отрицательное биномиальное распределение можно рассматривать как условное распределение Пуассона при условии, что его параметр представляет собой случайную величину, имеющую гамма-распределение. В природных условиях существует большое разнообразие механизмов, формирующих такое распределение паразитов. Наиболее известными из них являются неоднородность восприимчивости хозяев к паразитам, изменчивость дозы заражения, обусловленная пространственной или временной неоднородностью распределения инвазионного начала в местах обитания хозяев, а также различия хозяев в активности поиска зараженного корма.

Обозначим ξ случайную величину, равную числу паразитов на хозяине. Отрицательное биномиальное распределение имеет вид:

$$\mathbf{P}\{\xi = i\} = C_{i+k-1}^i p^k (1-p)^i,$$

где $i = 0, 1, 2, \dots$, p, k — параметры распределения ($0 < p < 1, k > 0$). Математическое ожидание и дисперсия ξ выражаются равенствами

$$M\xi = \frac{k(1-p)}{p}, \quad D\xi = \frac{k(1-p)}{p^2}.$$

Эта модель была использована для анализа динамики численности глохий пресноводной жемчужницы *Margaritifera margaritifera* L, паразитирующих на молоди лососевых рыб северных водоемов. Оказалось, что встречаемость глохий на жабрах молоди лосося и форели хорошо моделируется отрицательно биномиальным распределением в различные периоды паразитирования. Сопоставление результатов наблюдений и модели показало, что параметр p можно интерпретировать как характеристику устойчивости к заражению отдельных рыб в популяции: чем меньше p , тем устойчивость выше. Малые значения p говорят о значительной агрегированности рыб по устойчивости: зараженность большинства рыб невелика, но небольшое число рыб имеет много паразитов. Наоборот, если p приближается к единице, то распределение численности паразитов близко к распределению Пуассона, а это значит, что популяция однородна по устойчивости. Параметр k можно интерпретировать как характеристику степени агрегированности рыб в популяции. В частности, с ростом k возрастает заражаемость и агрегированность уменьшается.

Выявлена степенная зависимость параметров p и k от экстенсивности (доля зараженных рыб в популяции) и интенсивности (среднее число паразитов на рыбе) заражения. Полученные оценки параметров p и k позволяют делать вывод, что рассмотренная система паразит-хозяин является устойчивой.

Литература

1. Grofton H. D. *A quantitative approach to parasitism*, Parasitology **62** (1971), 179–194.
2. Grofton H. D. *A model of host-parasite relationships*, Parasitology **63** (1971), 343–364.
3. Бреев К. А. *Применение негативного биномиального распределения для изучения популяционной экологии паразитов. Методы паразитологических исследований*, Ленинград, Наука, 1972.
4. Andersen R. M., May R. M. *Regulation and stability of host-parasite population interaction. 1. Regulation processes*, Journal of Animal Ecology **45** (1978), 219–247.
5. Иешко Е. П., Павлов Ю. Л. *Модель распределения численности паразитов*, Доклады Академии Наук СССР, т. **289**, No. **3** (1986), 746–748.

Оценка влияния экологических факторов на уровень онкологической заболеваемости (на примере Республики Карелия)

Молчанова Е. В.

*Институт экономики КарНЦ РАН, пр. А. Невского 50, Петрозаводск,
185030, Россия*

e-mail: molchanova@karelia.ru

Злокачественные новообразования занимают третье место в структуре смертности населения России после болезней сердечно-сосудистой системы, травм и отравлений [1, 4]. По мнению экспертов 80–90% всех форм рака у человека — результат действия факторов окружающей среды: химических веществ, вирусов, физических агентов (рентгеновских, радиевых и ультрафиолетовых лучей) [2, 3]. Онкологические заболевания поражают все слои населения, нанося огромный ущерб обществу.

В настоящее время накоплена информация о большом количестве факторов, оказывающих влияние на причины возникновения опухолей: физические канцерогенные факторы (ионизирующая и солнечная радиация, ультрафиолетовые и инфракрасные лучи), химические канцерогенные факторы (соединения, вызывающие злокачественный рост клеток), биологические канцерогенные факторы (вирусный канцерогенез) [2].

В Республике Карелия отмечается рост общей заболеваемости злокачественными новообразованиями на 13% по отношению к 2002 году. При анализе структуры онкологической заболеваемости населения региона по данным ГУЗ «Республиканский онкологический диспансер» (РОД, г. Петрозаводск) установлено, что ведущими являются новообразования следующих локализаций: злокачественные новообразования молочной железы (12,5%); злокачественные новообразования легких (12,0%); злокачественные новообразования желудка (9,1%); злокачественные новообразования ободочной кишки (7,9%); злокачественные новообразования прямой кишки (5,7%).

Республика Карелия относится к дискомфортной зоне жизнедеятельности человека, а по некоторым показателям — к экстремальной зоне. Среди совокупного воздействия среды обитания человека на его здоровье одно из ведущих мест занимают природно-климатические факторы. К ним относятся колебание атмосферного давления, резкое изменение температуры, продолжительная, более 5 месяцев зима, избыточная влажность (более 80%, 150–200 дней в году), недостаточность ультрафиолетового излучения. Климатические особенности республики способствуют снижению защитных сил организма и являются причиной формирования многих патологических состояний.

Республика Карелия имеет особенности минерального состава воды и почвы. Воды, как правило, маломинерализованные, высокоцветные, с большим содержанием железа, что может вызвать изменения в организме, приводящие к увеличению частоты инфекционных и соматических заболеваний. Для

подземных вод Карелии характерны высокие уровни содержания естественных радионуклидов, в частности радона. Негативные последствия влияния радона на организм человека проявляются в увеличении числа заболеваний раком легкого, неблагоприятных генетических эффектах и патологических нарушениях состояния системы кроветворения.

Статистический анализ распространенности злокачественных новообразований по районам республики позволяет выявить территории с наибольшей концентрацией населения, подверженного данному заболеванию и служит одним из критериев санитарно-эпидемиологического неблагополучия.

Наибольшее количество больных на 100 тыс. человек населения, состоящих на учете в РОД г. Петрозаводска, наблюдается в гг. Петрозаводск и Сортавала, Кондопожском, а также в Суоярвском, Пряжинском и Сегежском районах. Объяснением такого распределения могут служить следующие факторы.

1. Возрастная структура населения районов (доля населения старше трудоспособного возраста). В целом по республике доля населения старше трудоспособного возраста составляет 19,1%. Эта группа населения является наиболее подверженной риску онкологических заболеваний. Частота появления злокачественных новообразований нарастает с возрастом — в большинстве случаев они возникают в возрасте старше 40 лет. В Карелии 37% случаев онкологических заболеваний зарегистрированных впервые установлено у лиц в возрасте от 40 до 59 лет, а 56% — старше 60 лет. В г. Костомукша численность пожилого населения составляет всего 7,5% (92,5% — люди молодого возраста) [1]. Данный факт может служить объяснением незначительного, по сравнению с другими районами республики, количества больных новообразованиями.
2. Доступность и качество медицинского обслуживания, а также своевременная диагностика онкологических заболеваний. Доступность, качество медицинского обслуживания и ранняя диагностика играют не маловажную роль в количестве выявленных случаев злокачественных новообразований. В крупных городах республики населению оказывается больший спектр медицинских услуг, проводится своевременная диагностика, профосмотры, активно работают специализированные центры.
3. Экологическая ситуация в районах республики. Экологически обусловленную патологию техногенного происхождения на некоторых территориях республики могут формировать факторы риска, содержащиеся в воздухе. Наиболее существенные загрязняющие вещества, выбрасываемые в атмосферу промышленными предприятиями, следующие: диоксид серы, твердые частицы (пыль), оксид углерода, оксид азота. Относительно высокая степень загрязнения природной среды сохраняется в основных промышленных центрах — городах Петрозаводске, Сегеже,

Костомукше, Кондопоге, п.Надвоицы, где расположены крупные предприятия целлюлозно-бумажной промышленности, металлургии, являющиеся основными загрязнителями природной среды. К источникам загрязнения относятся также объекты коммунально-бытового хозяйства.

Наибольший вклад в промышленные газовые эмиссии вносят такие предприятия, как АО «Карельский окатыш» в г. Костомукше, АО «Кондопожский ЦБК», АО «Сегежский ЦБК», Петрозаводская ТЭЦ. Влияние загрязнения атмосферного воздуха отражается на здоровье населения, в первую очередь, увеличивая заболеваемость органов дыхания, иммунной системы и кожи.

Проблема борьбы со злокачественными новообразованиями является одной из актуальных в современной медицине, так как затрагивает многие аспекты социальной жизни общества. Особое внимание этой задаче следует уделять в регионах с неблагоприятными природно-климатическими условиями, Республика Карелия относится к числу таких территорий. Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (РФФИ 08-01-98803).

Литература

1. *Республика Карелия в цифрах за 2006 год: стат. сб.*, Петрозаводск: Госкомстат РК, 2007.
2. Долгих В. Т. *Опухолевый рост*, М.: Медицинская книга, 2001.
3. Напалков Н. П. *Общая онкология: руководство для врачей*, Л. Медицина, 1989.
4. *Федеральная служба государственной статистики*, [Электронный ресурс], (<http://www.gks.ru>).

Морфометрическая характеристика листовой поверхности однолетних сеянцев березы

Николаева Н.Н., Запезалова Д.С.

Институт леса КарНЦ РАН, Петрозаводск

e-mail: nnnikol@krc.karelia.ru, dszapev@krc.karelia.ru

Лери М.М.

ИПМИ КарНЦ РАН, Петрозаводск

e-mail: leri@krc.karelia.ru

Источником фотоассимилятов в растении являются листья. Рост и развитие на ранних этапах онтогенеза являются особенно важными в жизни растения, так как эффективная работа ассимиляционного аппарата на данном этапе (первый год развития) является важной составляющей успешного конкурентирования с окружающей растительностью за возможность дальнейшего роста. Ранее нами было показано [1], что имеются различия в структуре и морфометрии ассимиляционного аппарата березы повислой (*Betula pendula* var. *pendula*) и ее формы карельской березы (*Betula pendula* var. *carelika*), различающихся так же и по текстуре древесины, у растений достигших генеративной фазы. В данном исследовании для сравнения были использованы растения березы пушистой (*Betula pubescence*), вида, имеющего общий ареал с березой повислой и карельской березой и отличающегося прямослойной текстурой древесины. Изучение изменения морфологической структуры растений в онтогенезе позволяет выявить корреляции в развитии органов и тканей в разные периоды жизни растений. Задачей нашего исследования было сравнить морфометрическую характеристику листовой поверхности однолетних сеянцев данных групп берез.

Исследование проводилось на однолетних сеянцах березы повислой (б.пов), березы пушистой (б.пуш.) и карельской березы (б.кар.) выращенных в условиях теплицы на территории Агробиологической станции КарНЦ РАН. На опытных растениях была определена масса органов. С помощью программы SigmaScanPro определены площадь и ряд линейных параметров (периметр, длина и ширина, расстояние до самого широкого места листа, длина черешка) всех листьев на растениях (по 200 листьев для каждой группы). Материал отбирали в начале сентября.

Израсходовав резервы семени на первоначальном этапе, проростки нуждаются в построении ассимиляционного аппарата, способного удовлетворять запросы всего развивающегося организма. Известно, что условия освещения оказывают значительное влияние на некоторые характеристики архитектуры ювенильных деревьев - длина междоузлий, количество листьев и побегов, которые тесно связаны с эффективностью перехвата света [?]. Как правило, в первый год развития надземная часть растения у березы состоит из стебля

и листьев, редко происходит формирование побегов. Необходимо отметить, что листья составляют 42-45% биомассы однолетнего сеянца (рис.1).

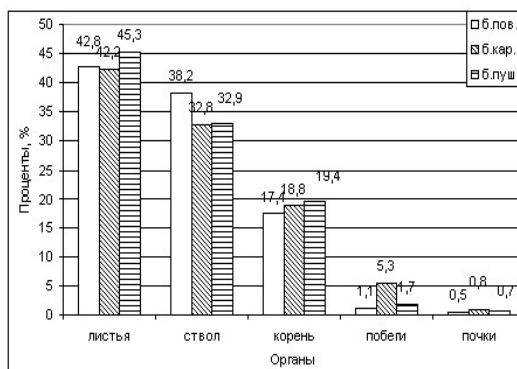


Рис. 1. Распределение биомассы по органам однолетнего растения.

Исследование значимости различия между средними значениями морфометрических характеристик посредством дисперсионного анализа выявило достоверное превышение средних значений площади, периметра, длины и ширины листовой пластинки растений б.пов. по сравнению с б.кар. и б.пуш. (б.пов. > б.кар. > б.пуш.). Вместе с тем, по среднему количеству листьев на растении и по суммарной площади ассимилирующей поверхности растения распределились в следующем порядке б.кар. > б.пов. > б.пуш. То есть, уже на начальном этапе развития, карельская береза формирует ассимилирующую поверхность по площади превосходящую две другие группы (б.пов. и б.пуш.) и, вместе с тем, проявляет тенденцию к активному формированию кроны.

Оценивая форму листа (по дереву) можно сказать следующее: у б.пуш., по сравнению с б.кар. и б.пов. более высокие значения "расстояние до самого широкого места листовой пластинки" и "отношения длины к ширине листа" указывают на предрасположенность б.пуш. к ромбовидным листьям. Параметр - "размер черешка" был менее всего скоррелирован с площадью листа. На побеге со множеством листьев, взаимозатенение листьев уменьшает эффективность перехвата света при расчете на площадь листа. Известно, что карельская береза очень требовательна к высокой освещенности и более длинный черешок б.кар. возможно способствует обеспечению оптимального положения листа в пространстве, так как уменьшает степень скопления площади листьев вокруг стебля и, тем самым, уменьшает взаимозатенение.

Дискриминантный анализ показал, что по морфометрическим характеристикам листовой поверхности однолетние сеянцы березы пушистой отличаются от сеянцев двух других рассматриваемых групп. Так, на диаграмме рассеяния канонических значений для пар значений двух дискриминантных функций этот вид выделяется в четкую область на фоне перекрывающихся

облаков б.пов. и б.кар. (рис.2).

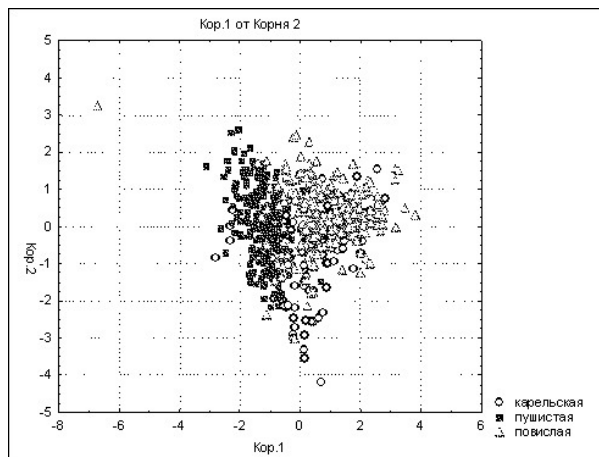


Рис. 2.

Таким образом, результаты проведенного статистического анализа показывают, что по большинству морфометрических характеристик листовой поверхности растения березы пушистой достоверно отличаются от березы повислой и карельской березы уже в первый год развития. Структурная организация и увеличенная, по сравнению с двумя другими группами, площадь ассимилирующей поверхности у сеянцев карельской березы, дает возможность предположить, что различия в морфометрических характеристиках по сравнению с березой повислой на уровне тенденций в самом начале развития, в дальнейшем способствуют возможности реализации программы аномального развития у карельской березы.

Литература

1. Николаева Н.Н. *Формирование ассимиляционного аппарата у форм березы с различной текстурой древесины*, Автореф. канд. дис. СПб., 2004.
2. Takenaka A. *Effects of leaf blade narrowness and petiole length on the light capture efficiency of a shoot*, Ecological Research **9** (1994), 109--114.

Компьютерное моделирование для изучения свойств липидных молекул природных мембран

Рабинович А. Л.

*Институт биологии КарНЦ РАН, ул. Пушкинская, 11, Петрозаводск,
185910, Россия*

e-mail: rabinov@krc.karelia.ru

Среди большого числа экологических проблем одной из фундаментальных является изучение свойств, функций биологических мембран и их взаимосвязей со структурной организацией последних. Биомембранам, в частности, принадлежит важнейшая роль в процессах адаптации. Они существенно гетерогенны, их основу образуют молекулы фосфолипидов. В состав фосфолипидов входят углеводородные цепи различного строения, в том числе неразветвленные, содержащие двойные связи *cis*.

Ключевой характеристикой жидкокристаллической мембранной молекулярной системы является характер упорядочения связей в цепях образующих ее липидных молекул. Традиционно в таких системах изучаются параметры порядка связей относительно некоторой коллективной оси (нормали к поверхности бислоя или монослоя) и другие характеристики. Для изолированных олигомерных цепей нами предложено рассмотреть «внутримолекулярное» упорядочение связей, т. е. упорядочение относительно «внутренней оси» цепи, — направления наибольшего ее протяжения, характеризуемого главной осью инерции цепи. Важной задачей является оценка вклада цепей различной структуры в свойства мембраны; ее можно решить, если известны физические свойства каждой цепи. Поскольку экспериментальные данные по свойствам имеются далеко не для всех известных цепей, особенно ненасыщенных, то для решения задачи разумно использовать теоретические методы. Мощным современным средством извлечения данных о молекулярных системах является компьютерное моделирование. Наиболее эффективны метод статистических испытаний (Монте-Карло, МК) и метод молекулярной динамики (МД). Большие предсказательные возможности этих методов позволяют эффективно решать различные задачи, в том числе касающиеся мембранных молекулярных систем.

В настоящей работе обсуждены результаты, полученные именно методами МК и МД. Метод МК применяется для расчета средних характеристик различных молекул или молекулярных систем, а основная его идея состоит в замене точных статистических интегралов в известных формулах усреднения математическим ожиданием подынтегральной функции, причем для приближенной оценки последнего используется усреднение по достаточно большой выборке значений этой функции. Методом МК [1, 2] нами генерированы ансамбли конформаций различных ненасыщенных углеводородных цепных

олигомеров в невозмущенном состоянии. Метод МД применяется для расчета равновесных и динамических характеристик молекулярных систем. Основная его идея для системы многих взаимодействующих частиц состоит в решении системы уравнений движения Ньютона для этих частиц. Методом МД [3] моделировали бислойные структуры, состоящие из молекул диацилглицеролипидов и фосфатидилхолинов, углеводородные цепи которых также содержали двойные связи.

В результате проведенных серий «компьютерных экспериментов» установлено, что

1. Упорядочение связей олигомерной цепи липидной молекулы в области липидного слоя, удаленной от его поверхности, в жидкокристаллическом состоянии определяется главным образом энергией ближних взаимодействий данной цепи. Дальние взаимодействия в указанной области, а также взаимодействия атомов цепи с головными группами и молекулами воды у поверхности можно рассматривать как возмущение, формирующее коллективное направление нормали к поверхности слоев по совокупности собственных продольных осей отдельных липидных молекул;
2. Толщина углеводородной области бислоя, образованного молекулами липидов, содержащих в своем составе одну насыщенную и одну ненасыщенную цепь, в жидкокристаллическом состоянии определяется главным образом насыщенными цепями. При этом количество двойных связей в ненасыщенных цепях, помимо других функций, может являться средством регулирования области взаимопроникновения насыщенных цепей противоположных монослоев;
3. Свойства полиеновых олигомеров в жидкокристаллических мембранных системах, такие как гибкость, форма ориентационных функций распределения связей и пространственные флуктуации атомов определяются особенностями внутренних вращений вокруг простых связей, примыкающих к двойным в полиеновых цепях, — более свободных, чем в цепях насыщенных. Эти особенности являются молекулярным механизмом реализации свойств олигомеров как в изолированном состоянии, так и в липидных слоях.

С помощью компьютерного моделирования был выявлен ряд экстремальных свойств полиненасыщенных цепей, что позволяет обсуждать вопросы о возможных функциях таких цепей в мембранных системах. Судить о функциях той или иной углеводородной цепи представляется разумным по степени соответствия ее физических свойств некоторой гипотезе; это либо способствует обоснованию конкретных гипотез, либо сужает их круг.

Работа поддержана РФФИ (проект 06-03-32211) и грантом НШ-306.2008.4 Президента РФ для ведущих научных школ.

Литература

1. Рабинович А. Л., Рипатти П.О. *Изучение свойств углеводородных олигомеров методом Монте-Карло*, Журн. физ. химии **76**, N. **11** (2002), 1997–2001.
2. Рабинович А. Л. *Температурная зависимость конформационных свойств олигомерных цепей природных липидов: компьютерное моделирование*, Биофизика **53**, N. **3** (2008).
3. Рабинович А. Л., Рипатти П. О., Балабаев Н. К. *Молекулярные параметры гидратированных бислоев ненасыщенных фосфатидилхолинов*, Журн. физ. химии **78**, N. **7** (2004), 1160–1165.

**Параллельные вычисления в компьютерном моделировании
методом Монте-Карло: исследование конформационных свойств
макромолекул на кластере**

Столяров Д. С.

*Петрозаводский государственный университет, ул. Ленина, 33,
Петрозаводск, 185910, Россия*
e-mail: stoden@petrsu.ru

Рабинович А. Л.

*Институт биологии КарНЦ РАН, ул. Пушкинская, 11, Петрозаводск,
185910, Россия*
e-mail: rabinov@krc.karelia.ru

Достижение новых результатов во многих научных областях в настоящее время сопряжено с проведением вычислительных работ больших объемов. Вследствие этого актуальной является задача повышения производительности подобных расчетов. Одним из методов, реализация которого требует, как правило, существенных вычислительных ресурсов и/или затрат процессорного времени, является имитационное компьютерное моделирование. Последнее все более широко применяется в научных исследованиях, в частности, при изучении равновесных и динамических свойств молекулярных систем различной природы.

В настоящей работе описано использование вычислительного кластера, организованного на базе сети рабочих станций, по одной из стандартных схем [1] с использованием ОС Scientific Linux и наиболее распространенной технологии программирования для параллельных компьютеров с распределенной памятью — MPI, которая предоставляет программисту единый механизм взаимодействия процессов внутри параллельно исполняемой задачи независимо от машинной архитектуры (однопроцессорные, многопроцессорные с общей или раздельной памятью), взаимного расположения процессов (на одном физическом процессоре или на разных) [1]. Для реализации MPI применен программный пакет MPICH. Все вычислительные узлы кластера однородны, каждый узел имеет свою оперативную память.

Кластер использован для проведения компьютерных экспериментов с ненасыщенными углеводородными макромолекулами цепного строения методом Монте-Карло (МК) [2]. Цепные молекулы данного класса широко распространены в природе, например, как компоненты молекул фосфолипидов, образующих основу биомембран, и имеют важнейшее значение. Генерирование конформаций углеводородных молекул на компьютере в рамках МК-модели [2] осуществлялось в предположении о непрерывном изменении всех углов внутреннего вращения основной цепи рассматриваемой молекулы в полном диапазоне, от 0 до 360°.

При помощи стандартных функций передачи сообщений MPI [3] произведено распараллеливание ранее разработанной последовательной МК-программы. Использование в дальнейшем параллельного ее аналога позволило достигнуть существенного увеличения скорости расчетов, сократить время на генерирование представительных выборок конформаций молекул и увеличить реально достижимые в компьютерном эксперименте длины цепей изучаемых макромолекул. Проведено исследование степени эффективности процедуры распараллеливания и ее зависимости от количества узлов, используемых для вычислений. Изучены геометрические характеристики группы углеводородных олигомеров.

Работа поддержана РФФИ (проект 06-03-32211) и грантом НШ-306.2008.4 Президента РФ для ведущих научных школ.

Литература

1. Сбитнев Ю. *Параллельные вычисления*, <http://linux-cluster.org.ru/>.
2. Rabinovich A. L. *Computerized theoretical study of local structural properties of polyene and polymethylene chains in solutions. The continuum model*, *Makromolekulare Chemie* **192**, No. **2** (1991), 359–375.
3. Антонов А. С. *Параллельное программирование с использованием технологии MPI*, Учебное пособие, М.: МГУ, 2004.

**Применение конфлюэнтного анализа для изучения
сезонной динамики планктона Онежского озера**

Сярки М. Т.

ИВПС КарНЦ РАН, пр. Невского 50, Петрозаводск, 185030, Россия

e-mail: syarki@nwp.i.krc.karelia.ru

Чистяков С. П.

ИПМИ КарНЦ РАН, Пушкинская 11, Петрозаводск, 185910, Россия

e-mail: chistiakov@krc.karelia.ru

Сезонная динамика планктона является одним из самых важных процессов в лимнических экосистемах (к которым, в частности, относятся крупные озера) и объясняет 70–80% вариабельности гидробиологических данных. Целью работы являлось выявление основных особенностей сезонной динамики показателей планктона пелагиали Онежского озера. В основу работы положены данные комплексных гидробиологических съемок в глубоководном районе Онежского озера за период с 1988 по 2006 г. [1]. Анализировалась динамика основных систематических групп фито- и зоопланктона (общие численности и биомассы фито- и зоопланктона, численность и биомасса основных таксономических групп и некоторых массовых видов), а также скорости первичного продуцирования и динамика температуры воды за вегетационный период (с мая по октябрь).

Нами построены математические модели среднемноголетней сезонной динамики количественных характеристик планктона Онежского озера. В связи с тем, что гидробиологические процессы, наблюдаемые в разные годы, отличаются не только интенсивностью, но и значительными временными сдвигами, использование регрессионного анализа не совсем корректно. Наиболее подходящим статистическим аппаратом в данной ситуации является конфлюэнтный анализ [2], основанный на предположении, что предикторные переменные содержат случайную ошибку. В нашем случае модель конфлюэнтного анализа имеет вид

$$\begin{aligned} P_{0i} &= F(t_{0i}, \Theta) , \\ P_i &= P_{0i} + \varepsilon_i , \\ t_i &= t_{0i} + \delta_i , \end{aligned} \tag{1}$$

где $F(t, \Theta)$ — известная функция, Θ — вектор параметров, P_{0i} и t_{0i} — среднемноголетние (ненаблюдаемые), а P_i и t_i , $i = 1, 2, \dots, n$ — наблюдаемые величины характеристик планктона и время наблюдения (в сутках с начала года) соответственно. Предполагается, что случайные ошибки наблюдения зависимой и независимой переменных ε_i и δ_i удовлетворяют обычным предположениям конфлюэнтного анализа [2]. Поскольку сезонная динамика

планктона в значительной степени определяется температурными условиями, в качестве $F(t, \Theta)$ использовалась функция, применявшаяся для описания сезонной динамики температуры воды в различных озерах Карелии и Белом море [3].

Получение статистических оценок $\hat{\Theta}$ параметров модели (1) основано на использовании метода минимальных расстояний, состоящего в минимизации суммы расстояний от наблюдаемых точек до кривой, определяемой уравнением $P_0(t) = F(t, \Theta)$. Поскольку зависимая и независимая переменные представлены в различных единицах измерения, применение метода минимальных расстояний потребовало оценки соотношения дисперсий σ_ε^2 и σ_δ^2 , что было осуществлено экспериментальным путем.

Построенные нами модели указанного вида дали основу для изучения и формализации процесса сезонной динамики планктона и его межгодовой вариабельности. На графиках функций $P_0(t) = F(t, \hat{\Theta})$ выделяются особые точки, имеющие биологический смысл. Их можно соотнести с важными для планктона явлениями, а именно, датами и величинами среднесезонных максимумов, периодами максимальных и нулевых скоростей изменений величин и т.д. Вычисленные динамические характеристики процессов являются важнейшими экологическими параметрами сообществ, основных групп планктона и отдельных видов. Они несут ценную информацию о жизнедеятельности и функционировании планктона в сезонном цикле и могут быть использованы для построения и верификации имитационных моделей. Оценка вариабельности сезонного цикла величин будет использована в мониторинге состояния экосистемы Онежского озера по гидробиологическим показателям.

Литература

1. Шаров А. Н., Вислянская И. Г., Куликова Т. П., Сярки М. Т. *Онежское озеро и его притоки. Характеристика биоценозов*, Состояние водных объектов республики Карелия, Петрозаводск: Карельский научный центр РАН, 2007, 49–62.
2. Айвазян С. А., Бухштабер В. М., Енюков И. С., Мешалкин Л. Д. *Прикладная статистика. Классификация и снижение размерностей*, М.: Финансы и статистика, 1985.
3. Пальшин Н. И., Ефремова Т. В. *Стохастическая модель годового хода температуры поверхности воды в озёрах*, Метеорология и гидрология **3** (2005), 85–94.

Секция 7. Теоретико-игровые модели в экологии

Математическое и компьютерное моделирование процессов вторичного массопереноса загрязнений: метод функции Грина и метод клеточных автоматов

С. В. Губарев, К. А. Беклемишев, Д. Б. Берг
Институт промышленной экологии УрО РАН
Уральский Государственный Технический Университет — УПИ
Международный Институт Александра Богданова
г. Екатеринбург, Россия
e-mail: senya_86@inbox.ru

Введение

Вторичный массоперенос загрязняющих веществ оказывает существенное влияние на формирование полей поверхностных загрязнений: размывает границу и изменяет форму последних, концентрирует загрязнения на одних участках загрязненной территории, одновременно снижая концентрацию вредных веществ на других. Действие вторичного массопереноса может длиться годами и быть локальным (например, диффузия загрязнений в поверхностном слое почвы), но может быть достаточно кратковременным и сравнимым по масштабу с территорией первичного загрязнений (ветровой перенос).

Традиционно математические модели ветрового переноса записываются на языке дифференциальных уравнений [1]. При всем удобстве использования развитого аппарата для их решения, на этапе постановки задачи (составления уравнения или их системы) часто встречаются существенные трудности, связанные с необходимостью учета нетривиальных граничных условий (например, сложного неоднородного рельефа подстилающей поверхности), действия сопутствующих массопереносу процессов (например, конденсация водяных паров на частицах пыли) и других факторов.

В то же время, существует альтернативный дифференциальным уравнениям путь моделирования сложных физических процессов — имитационные модели в вычислительной среде клеточных автоматов (КА) [4]. Модели КА хорошо зарекомендовали себя в различных физических приложениях [2] и позволяют относительно легко учесть все многообразие условий, в которых осуществляется вторичный ветровой массоперенос.

Целью данной работы является краткое описание обеих моделей и качественное сравнение результатов расчетов по ним.

Ветровой вторичный массоперенос

Как известно, твердая частица под действием ветра может скользить, катиться и отрываться от поверхности. Катящиеся и скользящие частицы, взаимодействующие с шероховатостью поверхности, в итоге могут оказаться в приповерхностном возмущенном ветровом поле, откуда, под действием случайных ветровых флуктуаций могут подняться еще выше и попасть в область, где основной вклад в перенос частиц вносит ветровой перенос. Частицы «большой» массы не могут высоко подняться над поверхностью, тогда они испытывают сальтационные движения. Доказано, что сальтационные процессы являются доминирующими при песчаных бурях, под действием этого процесса переносится до 75% всех частиц.

Аналитическая модель

В большинстве моделей распространения примесей лежит нестационарное уравнение турбулентной диффузии, так называемая К-теория. По повторяемому индексу подразумевается суммирование [5]:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = K_i \frac{\partial^2 C}{\partial x_i^2} - v_i \frac{\partial C}{\partial x_i}, \quad (28)$$

где предполагается, что коэффициенты турбулентной диффузии K_i не зависят от координат, v_i скорость ветра. Вторичный массоперенос можно описать как работу мгновенного точечного источника загрязнений. Используя функцию Грина [1], можно получить решение в виде:

$$C(x_1, x_2, x_3, t) = Q \cdot G(x_1, x_2, x_3, t), \quad (29)$$

где Q — общая масса примесей, выброшенная источником, ед. массы.

Для одномерного случая функция Грина выглядит следующим образом:

$$G(x_1, t) = \frac{\exp(-(x_1 - x_1^0) - v_1 t)^2}{4K_1 t} / (2\sqrt{\pi K_1 t}). \quad (30)$$

По данным формулам можно рассчитать значения концентрации загрязняющего вещества в каждой точке пространства в любой момент времени t в рассматриваемом простейшем случае.

Имитационная КА-модель

Модель реализована на квадратной решетке, клетки $X_{i,j}$ которой находятся в определённом состоянии [3, 4] (F — частица, витающая в воздухе, F' — частица, находящаяся на поверхности, E — воздушная среда), которое меняется на каждом временном шаге $X_{i,j}(t) \rightarrow X_{i,j}(t+1)$, в соответствии правилом клеточного автомата. $M_{i,j} = \{X_{i-1,j+1}; X_{i-1,j}; X_{i-1,j-1}; X_{i,j+1}; X_{i,j-1}; X_{i+1,j+1}; X_{i+1,j}; X_{i+1,j-1}\}$ (окрестность Мура).

Правила функционирования модели

Правило 1. Захват частиц потоком воздуха с подстилающей поверхности: $X_{i,j}(t) \in F' \rightarrow |X_{i,j}(t+1) \in F$, с вероятностью p_{st} , где $p_{st}(R_{i,j}, V_{i,j}, m)$ — вероятность зависящая от шероховатости R в данной точке пространства (i, j) , скорости ветра V и массы частицы m .

Правило 2. Ветровой массоперенос:

$X_{i,j}(t) \in E \rightarrow |X_{i,j}(t+1) \in F$ с вероятностью $p_F^V(\vec{V})$, если $\{M_{i,j} \cap F \neq \emptyset\}$; значения упомянутых выше вероятностей зависят от направления и скорости ветра.

Правило 3. Выпадение:

$X_{i,j}(t) \in F \rightarrow |X_{i,j}(t+1) \in F'$ с вероятностью p'_F (зависящей от массы частицы)

Для компьютерных расчетов данные правила кодируются в универсальной лаборатории PyCALab, написанной на языке python [3].

Правило 4. Турбулентная диффузия:

$X_{i,j}(t) \in E \rightarrow |X_{i,j}(t+1) \in F$ с вероятностью p , если $\{M_{i,j} \cap F \neq \emptyset\}$;

Заключение

В данной работе дано краткое описание двух моделей одного и того же процесса, влияющего на перераспределение загрязняющих веществ после их выпадения на подстилающую поверхность — вторичного массопереноса. Особенностью аналитической модели является гладкая (усредненная) зависимость концентрации частиц от времени и возможные трудности при учете комплексного влияния различных условий на процесс вторичного массопереноса. Особенностью второй — имитационной модели в вычислительной среде клеточных автоматов — является относительная простота введения в модель практически любых граничных, начальных условий и сопутствующих ветровому массопереносу факторов, а также зашумленный вид искомой зависимости значения концентрации частиц в определенной точке поверхности от времени вследствие случайного характера массопереноса в каждой конкретной реализации (расчетном компьютерном эксперименте). Качественное согласие результатов расчетов по обеим моделям позволяет комбинировать их использование при исследовании вторичного ветрового массопереноса загрязняющих веществ в зависимости от особенностей возникающих задач.

Литература

1. Филишов И. Г., Потапов Д. В., Горский В. Г., Чужин В. А. *Моделирование распространения примеси от стационарного источника сложной формы*, Рос. хим. журн. т. **39**, № **2** (1995).
2. Тоффоли Т., Марголюс Н. *Машины клеточных автоматов*, М.: Мир, 1991.
3. Беклемишев К.А. *Универсальная лаборатория клеточных автоматов PyCALab*, Вестник УГТУ-УПИ **6** (2006), 117–122.
4. *Симулятор процессов поверхностного распространения загрязнений*, Свидетельство Роспатента на Программу для ЭВМ №2005612986, 21.11.2005, Авторы: Беклемишев К. А., Сергеев А. П., Медведева М. А., Берг Д. Б.
5. *Атмосферная турбулентность и моделирование распространения примесей*, Под ред. Ф. Т. М. Ньистадта, Х. Ван Допа. пер. с англ. Л.: Гидрометеоздат, 1985.

Неманипулируемые механизмы активной экспертизы в задачах оценки эколого-экономических рисков

Коргин Н. А.

Институт проблем управления РАН, 117997 Россия, Москва, ГСП-4,

Профсоюзная 65, Россия

e-mail: nkorgin@ipu.ru

Рассматривается задача оценки эколого-экономических рисков группой экспертов для случая, когда часть экспертов или все заинтересованы в результате экспертизы. Подобная ситуация может быть описана как задач управления в двухуровневой организационной системе [5], на верхнем уровне которой находится организатор экспертизы (центр), на нижнем — эксперты. Центр определяет уровень риска на основании оценок, сообщаемых ему экспертами, применяя процедуру агрегирования, заранее известную всем экспертам. Подобные механизмы в теории управления организационными системами и теории активных систем называются механизмами активной экспертизы [1, 3, 5]. Применение этих механизмов сопряжено с опасностью проявления оппортунистического поведения одним или более агентами, что выражается в манипулировании сообщаемой ими центру информацией (искажении информации в собственных интересах, вопреки интересам всей системы в целом или интересам центра). Механизмы, в которых сообщение достоверной информации является доминантной стратегией каждого агента (т. е. наилучшей с его точки зрения не зависимо от стратегий других агентов), являются неманипулируемым. Актуальность задачи построения неманипулируемых механизмов обосновывается тем фактом, что для многих задач управления в организационных система, в частности для задач активной экспертизы, доказано, что эффективные механизмы управления с сообщением информации следует искать именно в классе неманипулируемых. Представленный доклад посвящен иллюстрации результатов в области построения неманипулируемых механизмов активной экспертизы в рамках научной школы Буркова В. Н. по теории активных систем (ТАС) [1, 3, 5] с использованием теоретико-игрового подхода применительно к задаче оценки эколого-экономических рисков. Рассматриваются задачи экспертизы для оценки одного или нескольких неизвестных параметров одновременно [1, 2, 5]. Получаемые в результате применения неманипулируемых механизмов активной экспертизы оценки эколого-экономических рисков могут быть использованы для решения задач планирования и управления в эколого-экономических системах [4]

Литература

1. Бурков В.Н. *Основы математической теории активных систем*, М.: Наука, 1977.

2. Бурков В. Н., Исаков М. Б., Коргин Н. А. *Применение обобщенных медианных схем для построения неманипулируемых механизмов многокритериальной активной экспертизы*, Проблемы управления 4 (2008).
3. Бурков В. Н., Кондратьев В. В. *Механизмы функционирования организационных систем*, М.: Наука, 1981.
4. Бурков В. Н., Новиков Д. А., Щепкин А. В. *Механизмы управления эколого-экономическими системами*, под редакцией академика С. Н. Васильева, М.: Издательство физико-математической литературы, 2008.
5. Новиков Д. А. *Теория управления организационными системами*, М.: Физматлит, 2007.

Моделирование экономических механизмов управления уровнем риска

Новиков Д. А., Щепкин А. В.

*Институт проблем управления РАН, 117997 Россия, Москва, ГСП-4,
Профсоюзная 65, Россия*

Система управления безопасностью от природных и техногенных катастроф должна быть ориентирована, в первую очередь, на предотвращение и уменьшение вероятности возникновения *чрезвычайных ситуаций* (ЧС), а также на сокращение масштабов последствий ЧС.

Для управления уровнем безопасности при техногенных и природных катастрофах необходимо иметь соответствующую шкалу оценок, определяющую уровень безопасности. Определение уровня безопасности начинается с формирования системы показателей, которые характеризуют состояние региона с точки зрения возможности возникновения ЧС. При этом следует осуществлять оценку локальных рисков возникновения ЧС и переходить от набора локальных оценок рисков к интегральной (комплексной) оценке риска.

Задачи комплексного оценивания, заключающиеся в переходе от детального к агрегированному описанию сложных систем, встречаются во многих областях хозяйственной деятельности. Например: оценка деятельности трудовых коллективов (выбор лучшего) [1], оценка приоритетных направлений развития науки и техники (иерархия приоритетов) [2], оценка привлекательности инвестиционных проектов (выбор наиболее эффективного) [3], оценка предложений по проектам законодательных и иных нормативных правовых актов [4].

Все эти задачи относятся к классу задач *комплексного оценивания* сложных социально-экономических объектов (проектов, программ, сценариев развития и др.). В последнее время для решения такого рода задач широко используется подход, основанный на формировании дерева оценок и вычислении на нем *интегральной оценки риска* (ИОР) или *комплексной оценки* (КО) [5].

В докладе рассматривается модель региона, в котором функционируют n хозяйственных объектов (например, *предприятий*), деятельность которых может привести к возникновению ЧС.

Ответственность за безопасность региона возложена на органы власти (). Полномочия, которыми располагает центр — это применение различных экономических механизмов, направленных на снижение риска [5, 6]. Например, распределение между предприятиями централизованного фонда, средства которого направляются предприятиями на повышение безопасности; стимулирование деятельности предприятий по снижению техногенного и природного риска; наложение штрафа на предприятия за превышение допустимого уровня риска; взимание платы с предприятий за риск и т. д.

В рыночной экономике эффективность функционирования предприятия определяется получаемой им *прибылью*. Если считать, что вся выпущенная предприятием продукция реализуется, то прибыль i -го предприятия можно записать в виде

$$f_i = c_i u_i - z_i(u_i) - v_i,$$

где $u_i \geq 0$ — *объем продукции*, выпускаемой на i -м предприятии;
 $c_i \geq 0$ — *цена продукции*, выпускаемой на i -м предприятии;
 $v_i \geq 0$ — *затраты предприятия на предупредительные и/или природоохранные мероприятия*;

$z_i(u_i)$ — *затраты предприятия на выпуск продукции в объеме u_i* .

В действительности предприятие заинтересовано не в увеличении прибыли как таковой, а лишь в той части прибыли, которая остается в его распоряжении, так как именно из прибыли предприятие осуществляет различные обязательные выплаты, такие как: налоги, всевозможные платежи, и, возможно, штрафы.

Размер обязательных выплат и показатели, от которых эти выплаты зависят, определяются действующим экономическим механизмом.

Обозначим через y_i *уровень безопасности* i -го предприятия. Параметры *экономического механизма* настраиваются в соответствии с наблюдаемым или измеряемым уровнем безопасности. Например, если χ_i — размер штрафов за недостижение требуемого уровня безопасности x_i , то прибыль, остающаяся в распоряжении предприятия, может быть записана в виде $f_i = c_i u_i - z_i(u_i) - \chi_i(x_i, y_i)$, где

$$\chi_i(x_i, y_i) = \begin{cases} \chi_i(y_i), & \text{если } y_i < x_i \\ 0, & \text{если } y_i \geq x_i. \end{cases}$$

В случае, когда применяется экономический механизм платы за риск, то $\chi_i(x_i, y_i) = \lambda_i(x_i - y_i)$, $y_i \leq x_i$, где λ_i — *цена риска* для i -го предприятия.

Если для управления уровнем риска используется механизм централизованного финансирования мероприятий по снижению уровня риска, то при этом в первую очередь должны быть решены вопросы, связанные с формированием централизованных фондов и, соответственно, определены процедуры распределения средств из этих фондов. Кроме того, должны быть известны мероприятия по снижению уровня риска, финансирование которых осуществляется из выделяемых средств.

И, наконец, при использовании механизма налогообложения как средства побуждения к снижению уровня риска

$$\chi_i = [\rho_0 - \rho(y_i)] [c_i u_i - z_i(u_i)],$$

где ρ_0 — *базовая ставка налогообложения*, $\rho(y_i)$ — *величина снижения базовой ставки в зависимости от уровня безопасности*.

В дальнейшем будем считать, что уровень безопасности i -го предприятия, зависит от объема выпускаемой им продукции u_i и объема средств v_i ,

направляемых на совершенствование технологии, на предупреждение возникновения нештатных ситуаций, укрепление производственной и технологической дисциплины, на природоохранные мероприятия. Т. е. $y_i = y_i(u_i, v_i)$, причем, если y интерпретируется как уровень риска, то

$$y_i(0, v_i) = 0, \quad \frac{\partial y_i(u_i, v_i)}{\partial u_i} \geq 0, \quad \frac{\partial y_i(u_i, v_i)}{\partial v_i} \leq 0, \quad \frac{\partial^2 y_i(u_i, v_i)}{\partial v_i^2} \geq 0;$$

если же y интерпретируется как уровень безопасности, то

$$\frac{\partial y_i(u_i, v_i)}{\partial u_i} \leq 0, \quad \frac{\partial y_i(u_i, v_i)}{\partial v_i} \geq 0, \quad \frac{\partial^2 y_i(u_i, v_i)}{\partial v_i^2} \leq 0.$$

Содержательно эти условия означают, что: при отсутствии производства отсутствует и риск; с ростом объема выпуска при неизменных затратах на природоохранные мероприятия уровень риска не убывает; с ростом затрат на природоохранные мероприятия при неизменном объеме выпуска уровень риска не возрастает; при неизменном объеме выпуска каждое последующее вложение средств в природоохранные мероприятия приносит всё меньший эффект (приводит к всё меньшему снижению уровня риска).

Так как в регионе могут находиться различные предприятия, и от аварий на этих предприятиях могут быть различные потери, то важно учитывать не только вероятность возникновения ЧС, но и от этих ЧС. Обозначим через W_i возможный полный ущерб в регионе при возникновении ЧС на i -м предприятии. В дальнейшем одной из важнейших характеристик возможной ЧС на i -м предприятии будем считать ожидаемый ущерб, который можно определить как $E W_i$. Если события, заключающиеся в возникновении ЧС на различных предприятиях, независимы, то возможный полный ущерб в регионе $E W$, связанный с деятельностью всех предприятий, расположенных на его территории, можно записать как

$$E W = \sum_{i=1}^n E W_i.$$

Ожидаемый ущерб отражает эффект негативного воздействия на эколого-экономическую систему.

В докладе оценивается эффективность применения различных механизмов управления риском.

Литература

1. Бурков В. Н., Кондратьев В. В., Цыганов В. В., Черкашин А. М. *Теория активных систем и совершенствование хозяйственного механизма*, М. Наука, 1984.
2. Кузьмицкий А. А., Новиков Д. А. *Организационные механизмы управления развитием приоритетных направлений науки и техники*, М.: ИПУ РАН, 1993.

3. Андронникова Н. Г., Бурков В. Н., Леонтьев С. В. *Комплексное оценивание в задачах регионального управления*, М.: ИПУ РАН, 2002.
4. Кондратьев В. Д., Щепкин А. В. *Комплексное оценивание в области безопасности дорожного движения*, М.: ИПУ РАН, 2002.
5. Бурков В. Н., Новиков Д. А., Щепкин А. В. *Механизмы управления эколого-экономическими системами*, М. Физматлит, 2008.
6. Бурков В. Н., Грацианский Е. В., Дзюбко С. И., Щепкин А. В. *Модели и механизмы управления безопасностью*, М.: Синтез, 2001.

Коалиционное решение в одной теоретико-игровой модели экологического менеджмента

Петросян Л. А., Козловская Н. В.

Санкт-Петербургский государственный университет, Университетский пр. 35, Санкт-Петербург, 198504, Россия

e-mail: spbuoasis7@peterlink.ru, kkn@yandex.ru

В настоящем исследовании рассмотрена модель, которая была впервые предложена Петросяном и Заккуром [1]. Но с несколько измененными начальными функциями. В игре принимают участие n игроков, каждый из которых стремится минимизировать издержки. Издержки игроков складываются из двух компонент: издержки на возмещение ущерба от загрязнения и издержки, которые несет страна i , когда она удерживает выбросы на некотором допустимом уровне, меньшем, чем максимально возможный. Динамика игры линейна.

В данной работе рассматривается коалиционное решение. Коалиционные значения были изучены в ряде работ таких ученых, как Албизур и Зарзуэло, Блох, Оуэн. Оуэн определял коалиционное значение для одношаговых игр с трансферабельными выигрышами при помощи обобщения решения Шепли для коалиционного разбиения, а именно: на первом шаге вычисляется вектор Шепли для игры, в которой игроками являются элементы коалиционного разбиения, а на втором шаге разыгрывается кооперативная игра внутри этих коалиций. Это означает, что на первом шаге коалиции могут объединиться в гранд-коалицию, как отдельные игроки. Вектор Шепли, который вычисляется при помощи характеристической функции, определенной таким образом, носит название значения Шепли–Оуэна.

В статье [3] изложена следующая концепция построения решения в коалиционных играх: на первом шаге коалиции не могут объединиться в гранд-коалицию, а действуют согласно стратегиям в равновесии по Нэшу, на втором шаге вычисляется вектор Шепли внутри каждой коалиции. Вектор выигрышей, вычисленных таким образом, получил название PMS-вектора. В данном исследовании мы будем придерживаться этого подхода.

Литература

1. Petrosjan L., Zaccour G. *Time-consistent Shapley Value Allocation of Pollution cost Reduction*, Journal of Economic Dynamics and Control **27** (2003), 381–398.
2. Petrosjan L., Kozlovskaya N. *Time-consistent Allocation in Coalitional Game of pollution cost reduction*, Computational Economics and Financial and Industrial Systems, 2007, A Preprints Volume of the 11th ifac symposium, IFAC publications Internet Homepage, <http://www.elsevier.com/locate/ifac>, 156–160.
3. Petrosjan L., Mamkina S. *Dynamic games with coalitional structures*, International Game Theory Review **8**, No.2 (2006), 295–307.

Задача управления биоресурсами с меняющейся долей заповедной территории и миграцией

Реттиева А.Н.

ИПМИ КарНЦ РАН, ул. Пушкинская, 11, г. Петрозаводск, 185910, Россия
e-mail: annaret@krc.karelia.ru

Исследованы модели управления биоресурсами, учитывающие существование миграции между частями водоема. Центр (государство) определяет долю заповедной части водоема, обозначенную s . Разделим акваторию водоема на две части S_1 и S_2 , где вылов запрещен и разрешен, соответственно. Тогда $s = S_1/(S_1 + S_2)$ - доля заповедной территории. Пусть x_1 и x_2 - рыбные запасы на единицу площади S_1 и S_2 , соответственно. Между частями водоема существует миграционный обмен с коэффициентом $g(s)$. На S_2 рыболовецкая артель ведет вылов биоресурсов на бесконечном отрезке времени.

Рассмотрим модель с бесконечным временем и логистическим законом роста. Тогда динамика развития популяции с учетом вылова описывается уравнениями:

$$\begin{cases} x_1'(t) = x_1(t)(\varepsilon - \beta(x_1(t) + x_2(t)) + g(s)(x_2(t) - x_1(t))), & x_i(0) = x_i^0 \\ x_2'(t) = x_2(t)(\varepsilon - \beta(x_1(t) + x_2(t)) + g(s)(x_1(t) - x_2(t)) - u(t)), \end{cases} \quad (1)$$

где $x_1(t) \geq 0$ - размер популяции в момент t на охраняемой территории; $x_2(t) \geq 0$ - размер популяции на территории, где вылов разрешен; $u(t) \geq 0$ - рыболовецкие усилия артели в момент t ; $s(t)$ - доля заповедной части водоема и $g(s)$ - коэффициент миграции.

Выигрыш игрока на бесконечном отрезке времени имеет вид

$$J = \int_0^{\infty} e^{-\rho t} [u(t)(p - cu(t)) - k(1 - s)] dt, \quad (2)$$

где c - затраты на вылов, p - цена продажи выловленной рыбы и k - затраты на использование водоема.

Мы исследуем следующий функционал, определяющий выигрыш центра:

$$I = \int_0^{\infty} e^{-\rho t} [m(x_1(t) + x_2(t) - \bar{x})^2] dt, \quad (3)$$

где \bar{x} - размер популяции, оптимальный для воспроизводства и соответственно для использования, m - штраф за отклонение от этого состояния.

Для представленной модели найдено равновесие по Нэшу. Проведено моделирование для двух вариантов вида функции миграции:

1. $g(s) = \alpha s(t)(1 - s(t))$,

где α – скорость обмена между открытой и закрытой областями.

2. $g(s) = (1 - s(t))(1 - e^{-\gamma s(t)(x_1(t)+x_2(t))})$,

где γ – скорость обмена между открытой и закрытой областями.

Исследована также задача с конечным промежутком планирования, при этом миграционный обмен происходит с коэффициентом $q/s(t)$, где q – скорость обмена между открытой и закрытой областями.

Динамика развития популяции с учетом вылова описывается уравнениями:

$$\begin{cases} x_1'(t) = \varepsilon x_1(t) + q/s(t)(x_2(t) - x_1(t)), & x_1(0) = x_1^0, \\ x_2'(t) = \varepsilon x_2(t) + q/s(t)(x_1(t) - x_2(t)) - u(t), & x_2(0) = x_2^0, \end{cases} \quad (2)$$

где все параметры определены в предыдущей модели

Выигрыш игрока на конечном промежутке времени $[0, T]$ имеет вид:

$$J = g(x(T) + y(T)) + \int_0^T e^{-\rho t} [u(t)(p - cu(t))] dt,$$

где c – затраты игрока на вылов и p – цена единицы выловленной рыбы.

Используем следующие функционалы выигрышей центра:

1. $I_1 = \int_0^T (x(t) - \bar{x})^2 dt$,

где \bar{x} – размер популяции, оптимальный для воспроизводства,

2. $I_2 = \int_0^T (x(t)(1 - s(t)) - y(t)s(t))^2 dt$.

Для представленной модели найдено асимптотическое решение и равновесие по Нэшу. Проведено численное моделирование.

Исследования проведены при финансовой поддержке РФФИ проект № 06-01-00128а и проект № 08-01-98801-р-север-а.

Литература

1. Basar T., Olsder G.J. *Dynamic noncooperative game theory*, Academic Press, NY, 1982.
2. Mazalov V.V., Rettieva A.N. *A fishery game model with migration: reserved territory approach*, *Game Theory and Applications* **10** (2004), 97–108.
3. Мазалов В.В., Реттеева А.Н. *Методы динамических игр в задаче определения оптимальной заповедной зоны*, *Обзорные прикладной и промышленной математики* **12(3)** (2005), 610–625.
4. Мазалов В.В., Реттеева А.Н. *Равновесие по Нэшу в задачах охраны окружающей среды*, *Математическое моделирование* **18(5)** (2006), 73–90.