

---

## Режимы динамики численности двухвозрастной популяции

Ревуцкая О.Л., Неверова Г.П., Фрисман Е.Я.

*Институт комплексного анализа региональных проблем ДВО РАН, ул.*

*Шолом-Алейхема, 4, Биробиджан, 679016, Россия*

e-mail: oksana-rev@mail.ru, galina.nev@gmail.com, frisman@mail.ru

---

В данной работе продолжено исследование двухкомпонентной дискретной во времени модели [1-3], описывающей динамику численности возрастного состава популяции. Аналогично предыдущим исследованиям, акцент сделан на случай, когда к началу очередного сезона размножения популяция может быть представлена совокупностью двух возрастных классов: младшего, включающего неполовозрелых особей, и старшего, состоящего из особей, участвующих в размножении. Изменение численности определяется процессами воспроизводства и смертности.

В данном сообщении рассмотрены случаи, когда рождаемость и выживаемости являются функциями численности обеих возрастных групп. Обозначим  $x_n$  - численность младшего возрастного класса в  $n$ -ый сезон размножения,  $y_n$  - численность старшего возрастного класса, составляющего репродуктивную часть популяции в  $n$ -й сезон размножения. Тогда модель динамики численности двухвозрастной лимитированной популяции имеет вид:

$$\begin{cases} x_{n+1} = a(x_n, y_n) \cdot y_n \\ y_{n+1} = s(x_n, y_n) \cdot x_n + v(x_n, y_n) \cdot y_n \end{cases}, \quad (15)$$

где  $s(x, y)$ ,  $v(x, y)$  - соответственно функции выживаемости неполовозрелых и половозрелых особей,  $a(x, y)$  - функция, характеризующая зависимость произведения коэффициентов рождаемости и выживаемости приплода от численности. В силу того, что плотностно-зависимые факторы лимитируют развитие популяции, то все приведенные функции выживаемости монотонно убывают и стремятся к нулю при бесконечном возрастании соответствующего аргумента.

В работе рассмотрены частные случаи модели (1), когда два параметра фиксируются, а третий является функцией.

В первом случае полагается, что плотностные факторы влияют на рождаемость, а выживаемость молодежи и взрослых постоянны. Пусть рождаемость в соответствии с моделью Рикера считается экспоненциально зависящей от плотности популяции  $a(x, y) = e^{-\alpha x - \beta y}$ , где  $r$  - репродуктивный потенциал,  $\gamma$  - коэффициент лимитирования.

Потеря устойчивости ненулевой неподвижной точки в этом случае происходит при прохождении корня характеристического уравнения линеаризованной системы через -1. Следовательно, переход к хаосу происходит через каскад удвоения периода и соответствует сценарию Фейгенбаума.

Для данного случая найдено критическое значение репродуктивного потенциала ( $r_{cr}$ ), соответствующее пороговому значению потери устойчивости. При  $r < r_{cr}$  система имеет устойчивую неподвижную точку. При  $r > r_{cr}$  происходит бифуркация устойчивой точки в устойчивый цикл с периодом два.

Во втором случае предполагается, что плотностные факторы влияют только на выживаемость молоди, а выживаемость и рождаемость взрослых особей постоянны.

Если выживаемость неполовозрелых особей полагается линейно зависящей от численности  $s(x, y) = 1 - \alpha x - \beta y$ , то потеря устойчивости может происходить двумя способами. Во-первых, потеря устойчивости происходит в момент прохождения пары комплексно-сопряженных корней характеристического уравнения линеаризованной системы через единичную окружность. В результате возникает квазипериодическое движение, которое при эволюции параметров системы приобретает хаотический характер. Во-вторых, потеря устойчивости происходит при прохождении корня характеристического уравнения линеаризованной системы через -1. Переход к хаосу происходит через каскад удвоения периода. Возникновение 2 циклов возможно в случае, когда конкуренция между двумя возрастными классами сильнее самолимитирования молодых особей ( $\alpha << \beta$ ).

Если выживаемость неполовозрелых особей в соответствии с моделью Рикера считается экспоненциально зависящей от численности  $s(x, y) = e^{-\alpha x - \beta y}$ , то реализуется переход динамической системы к хаосу через квазипериодические режимы.

В третьем случае рассматривается ситуация, когда плотностные факторы влияют на выживаемость взрослых, а выживаемость молоди и рождаемость постоянны.

Если выживаемость половозрелых особей экспоненциально зависит от плотности популяции  $v(x, y) = e^{-\alpha_1 x - \beta_1 y}$ , то потеря устойчивости происходит при прохождении корня характеристического уравнения линеаризованной системы через -1. Переход к хаосу происходит через каскад удвоения периода, причем возникновение 2 циклов возможно только в случае, когда конкуренция между двумя возрастными классами намного сильнее, чем самолимитирование молодых особей ( $\alpha_1 << \beta_1$ ).

Для всех частных случаев модели (1) были проведены численные эксперименты при допустимых биологически содержательных значениях параметров, а именно построены карты динамических режимов, фазовые портреты, бифуркационные диаграммы, графики зависимостей ляпуновских показателей от параметра системы, по которым можно более наглядно судить о характерных режимах динамики численности.

Таким образом, показано, что в двухвозрастной модели лимитированной популяции плотностно-зависимые факторы регуляции численности могут привести к возникновению колебаний численности и к хаотическому динамическому поведению популяции.

*Исследования проведены при финансовой поддержке ДВО РАН в рамках Программы Отделения Биологических Наук РАН "Биологические ресурсы России" проект № 06-1-ОБН-102, РФФИ проект № 08-01-98505-р\_восток\_а, а также при поддержке Фонда содействия отечественной науке.*

### **Литература**

1. Фрисман Е.Я., Лупшов С.П., Скокова И.Н., Тузинкевич А.В. *Сложные режимы динамики численности популяции, представленной двумя возрастными классами*, Математические исследования в популяционной экологии, Владивосток: ДВО АН СССР, **4-18** (1988).
2. Фрисман Е.Я., Скалецкая Е.И. *Странные аттракторы*, Обзорные прикладной и промышленной математики **1(6)** (1994), 988–1004.
3. Шапиро А.П. *Роль плотностной регуляции в возникновении колебаний численности многовозрастной популяции*, Исследования по математической популяционной экологии, Владивосток: ДВНЦ АН СССР, **3-17** (1983).