

---

## Моделирование продольных профилей древесного ствола и его прироста: уравнение с параметрами формы

Каплина Н. Ф.

*Институт лесоведения РАН, с. Успенское, Московская обл., 143030, Россия*  
e-mail: kaplina@inbox.ru

---

Информация о форме древесного ствола (ФС) и его прироста (ФПС) востребована в исследованиях продуцирования фитомассы и регистрации этого процесса в древесном приросте. Кривая «образующей» ствола близка к функциональной, т. е. достаточно гладкая. Наличие различающихся по форме участков (вследствие разнородности формообразующих факторов — механических и физиологических, определяемых свойствами кроны и ствола) осложняют её моделирование [2, 4, 5].

Традиционно, образующая ствола описывается зависимостью диаметра ствола  $d$  от его относительного положения по высоте  $p_h$ :  $d = f(p_h)$ , где  $p_h = h/H$ ,  $h$  — расстояние от основания ствола до места обмера,  $H$  — высота ствола. Большое количество параметров, к тому же обычно не интерпретируемых, не позволяет широко использовать такие зависимости для оценки экологических аспектов формообразования стволов. В лесохозяйственной практике и прикладных исследованиях с этой целью принято применять коэффициенты формы (соотношения  $d$  на разных  $p_h$ ), но они не определяют однозначно ФС.

Предложенный новый подход [3] совмещает эти возможности — позволяет аналитически описать ФС с помощью параметров формы. В основе подхода — использование S-образных функций, содержащих параметр формы, что становится возможным при перемене мест зависимой и независимой переменной:  $p_h = f(d)$ . Нами разработано уравнение образующей ствола на основе функции Вейбулла:

$$p_h = \frac{2}{a p_d^{c_1} + a p_d^{c_2}}, \quad (16)$$

где  $p_d = \frac{d}{d_{1/a}}$ ,  $d$  — диаметр ствола на высоте  $p_h$ ,  $d_{1/a}$  — параметр масштаба, равный диаметру на относительной высоте  $p_h = \frac{1}{a}$ ,  $c_1$  и  $c_2$  — параметры формы. Путем замены  $p_d$  на  $p_l$  ( $l$  — длина окружности ствола) либо на  $p_g$  ( $g$  — площадь сечения ствола, в этом случае параметры формы вдвое меньше), получаем уравнения для этих показателей, аналогичные (1). В прикладных целях возможно существенное упрощение модели за счет фиксации параметров: апробированы выравнивание экспериментальных профилей по диаметру и массе ствола ( $a = 2$ ) и расчет объема ствола ( $a = 2$ ,  $c_1 = 1$ ). Разработана компьютерная программа вычисления параметров (<http://kaplina-tree.narod.ru/>).

Зависимость (1) представляет собой гармоническое среднее двух функций, различающихся лишь по параметру формы ( $c_1 < c_2$ ):

$$p_h = \frac{1}{a p_d^{c_1}}, \quad (17)$$

$$p_h = \frac{1}{a p_d^{c_2}}. \quad (18)$$

Слагаемое (2) влияет в основном на конусообразную верхнюю часть профиля ствола, а слагаемое (3) — на близкую к цилиндрической нижнюю его часть. В средней части профиля ( $p_h = \frac{1}{a}$ ) их влияние одинаково. С учетом сказанного, можно предложить интерпретацию функций (2) и (3) как образующих ствола в предельных случаях протяженности кроны ( $L$ ), соответственно, при распространении кроны до основания дерева ( $L = H$ ) и при её полном отсутствии ( $L = 0$ ). Гипотетически, от  $L$  должен зависеть лишь параметр  $a$ . Параметры же формы  $c_1$  и  $c_2$  должны быть инвариантны относительно  $L$  и обусловлены свойствами, соответственно, кроновой и свободной от кроны частей ствола.

Моделирование ФПС — на порядок более сложная задача, чем ФС. Кривая профиля прироста, также как и профиля ствола, близка к функциональной, но более сложная, нередко с двумя максимумами — в кроновой части и в основании ствола [1, 4]. Т. е. описанная выше двухэлементная структура ствола на уровне прироста ещё более выражена.

Одна из возможностей предложенного подхода — моделирование и анализ ФПС. Величины приростов по  $d$  ствола ( $\Delta d$ ) рассчитываются как разность  $d$  в смежные годы. Входные параметры предложенной модели:  $d_{1/a}$ ,  $c_1$  и  $c_2$  в конце годичного прироста, а также показатели прироста —  $p_{\Delta H} = \frac{\Delta H}{H}$ ,  $p_{\Delta d_{1/a}} = \frac{\Delta d_{1/a}}{d_{1/a}}$ ,  $p_{\Delta c_1} = \frac{\Delta c_1}{c_1}$ ,  $p_{\Delta c_2} = \frac{\Delta c_2}{c_2}$ , позволяющие восстановить параметры ФС в начале прироста. Показано (в интервале экспериментальных величин параметров), что модель ФПС определяется в основном соотношением  $\frac{p_{\Delta H}}{p_{\Delta d_{1/a}}}$  и в существенно меньшей мере — величиной и динамикой параметров формы  $c_1$  и  $c_2$  и высотой точки их равнодействия  $\frac{1}{a}$ . Слабая зависимость от параметров ФС, а также низкая изменчивость последних, позволяет классифицировать ФПС в нижней части ствола только на основании соотношения линейных приростов ствола: возрастающая ФПС ( $\frac{p_{\Delta H}}{p_{\Delta d_{1/a}}} > 1$ ), падающая ( $\frac{p_{\Delta H}}{p_{\Delta d_{1/a}}} < 1$ ) и вогнутая ( $\frac{p_{\Delta H}}{p_{\Delta d_{1/a}}} = 1$ ). ФПС верхней части ствола зависит также от параметра  $c_1$ : так, в случае  $\frac{p_{\Delta H}}{p_{\Delta d_{1/a}}} = 1$ , при  $c_1 < 1$  ФПС верхней части выпуклая, а при  $c_1 > 1$  — возрастающая.

Предложенный подход позволяет выявить и объяснить закономерности ФС и ФПС как следствие закономерностей параметров модели. В докладе, на основе экспериментально определенных параметров, анализируется изменчивость профилей ствола и его прироста в связи с видовой принадлежностью

и возрастом дерева, развитием его кроны и колебаниями радиальных приростов у основания ствола.

*Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 06-04-49397)*

### **Литература**

1. Дворецкий М. Л. *Текущий прирост древесины ствола и древостоя*, М: Лесн. пром., 1964.
2. Кофман Г. Б. *Рост и форма деревьев*, Новосибирск: Наука, 1986.
3. Лебков В. Ф., Каплина Н. Ф. *Закономерности формы древесного ствола хвойных и лиственных пород*, Лесной вестник, **5(20)** (2001), 49–55.
4. Courbet F., Houllier F. *Modelling the profile and internal structure of tree stem. Application to Cedrus atlantica (Manetti)*, Ann. For. Sci. **59**, No. **1** (2002), 63–80.
5. Valentine H. T., Gregoire T. G. *A switching model of bole taper*, Can. J. Forest Res. **31**, No. **8** (2001), 1400–1409.