Дискретная математическая модель роста биологических объектов на плоскости

Арзамасцев А.А., Слетков Д.В., Яблокова Е.С.

Тамбовский государственный университет им. Г.Р. Державина, ул. Интернациональная 33, Тамбов, 392000, Россия

e-mail: arz_sci@mail.ru, sletcov@mai.ru, yalenusena@rambler.ru

Разработана дискретная модель роста биологической популяции на плоскости. Модель адекватно описывает кинетические и морфологические особенности роста колонии. Обнаружены корреляции морфологических и физиологических показателей популяции, имеющие значительный практический интерес.

Особенностью данной математической модели является представление каждого биообъекта в популяции как отдельной структуры моделирования, со свойственным ему набором параметров (время жизни, время удвоения, скорость потребления питательного вещества). При этом моделируется его поведение в зависимости от собственных характеристик, распределения питательного вещества и расположения ближайших к нему объектов.

Выбор в качестве модели дискретного представления объекта обусловлен следующими причинами:

- вид реальной популяции, растущей на плоскости, представляет собой дискретную картину, состоящую из отдельных объектов, поэтому дис-кретное представление в большей степени адекватно реальному объекту, чем непрерывное;

- при таком представлении возможно рассмотрение процессов для каждого объекта, в то время как в непрерывной модели можно говорить лишь об осредненных характеристиках колонии или ее части;

- дискретное представление объекта существенно упрощает процедуру расчета фрактальной размерности изображения; поскольку одной из задач данной работы является получение связи между морфологическими характеристиками колонии и фрактальной размерностью изображения, дискретное представление упрощает решение данной проблемы;

- такой подход позволяет глубже понять статистические закономерности роста колонии микроорганизмов.

Система уравнений модели является замкнутой и позволяет, задавшись начальными условиями: расположением объектов, распределением питательного вещества по области распространения, а также параметрами системы: скоростью потребления и восполнения питательного вещества, распределениями максимальной продолжительности жизни и времени между делениями объектов, коэффициентом диффузии, вычислить кинетические и морфологические характеристики роста колонии.

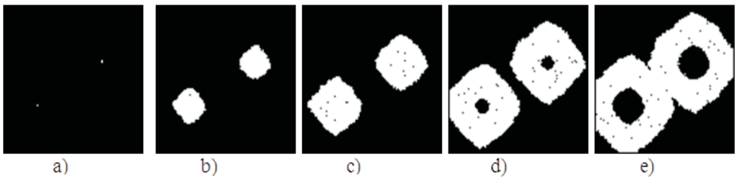

Рис. 1. Внешний вид модельной популяции при $Q_0 = 200; \Delta Q^{\smile} - = 1$; $\Delta Q+ = 0$; $\eta = 0,05; \tau_l = 100; \tau_d = 10$ в различные моменты времени: a) – 2, b) – 135, c) – 211, d) – 296, e) – 355 итераций. Одна итерация равняется 852 с.

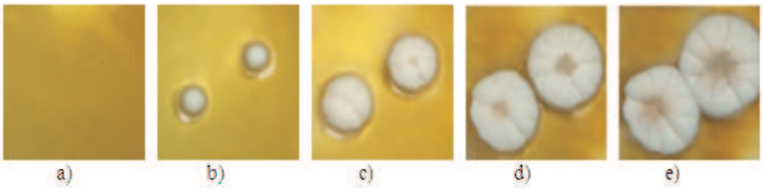

Рис. 2. Форма колонии, полученной в эксперименте в различные моменты времени: a) – 0, b) – 32, c) – 50, d) – 70, e) – 84 часа после засева. Размер области 3×3 см.

Программный комплекс для имитационного моделирования роста популяции и определения фрактальной размерности изображений реализован в визуальной среде *Borland Delphi*. Он может работать в операционных системах *Windows 98/Me/2000/XP/2003*.

В ходе вычислительных экспериментов была обнаружена следующая особенность. Оказалось, что при фиксированном начальном расположении объектов (в вершинах квадрата) наблюдалось разделение кинетических кривых на четко выраженные семейства, что позволило говорить о наличии бифуркации в системе.

Из сравнения рис. 1 и 2 хорошо видно, что форма популяции, которая получилась в модельном эксперименте, соответствует форме реальной популяции, растущей на плоскости. Соответствия наблюдаются как в размерах, так и в форме популяции, небольшие отклонения от округлых форм в модельной популяции объясняются дискретностью сетки и учетом взаимодействия только с четырьмя ближайшими ячейками. Столкновения областей распространения рис. 1 и 2 имеют много общего для экспериментальной и модельной популяции, и имеют одинаковую динамику. Внутри областей распространения в эксперименте имеются темные пятна, связанные с малоактивными областями, также эти области хорошо заметны и в модели и развиваются похожим образом. Из сравнения заметно, что динамика экспериментальной и модельной популяции имеет много общего и происходит с одинаковой скоростью.

Таким образом, можно утверждать, что данная математическая модель позволяет описывать различные процессы роста реальных колоний на плоскости и исследовать их динамику.