
**Применение модели Лефковича к описанию демографической
динамики (на примере Еврейской автономной области)**

Неверова Г.П., Ревуцкая О.Л.

*Институт комплексного анализа региональных проблем (ИКАРП) ДВО
РАН, ул. Шолом-Алейхема, 4, Биробиджан, 679016, Россия
e-mail: galina.nev@gmail.com, oksana-rev@mail.ru*

В данном сообщении описан случай, когда в краткосрочной перспективе характеристики процесса воспроизводства остаются неизменными. Выбор этого случая связан с тем, что процесс преобразования типа воспроизводства населения зависит от долговременных тенденций изменения социально-экономических факторов и не зависит от их сравнительно краткосрочных изменений.

В качестве отдельных базовых переменных модели рассматриваются три возрастные группы: 0-15 (младше репродуктивного возраста), 16-44 (репродуктивный возраст) и 45+ (пострепродуктивный возраст). Последняя группа включает всех людей старше 45 лет. Динамика численности выделенных возрастных классов описывается следующей системой линейных разностных уравнений с матрицей Лефковича:

$$\begin{cases} x_1(n+1) = s_2x_2(n) + b_1x_1(n) \\ x_2(n+1) = a_1x_1(n) + b_2x_2(n) \\ x_3(n+1) = a_2x_2(n) + b_3x_3(n) \end{cases}, \quad (11)$$

где $x_i(n+1)$ - численность i -той группы в $n+1$ году, i - порядковый номер группы. s_2 - коэффициент рождаемости. Коэффициент a_i - это доля численности группы, перешедшая в следующую группу за 1 шаг по времени. При переходе из одной группы в другую отсутствует строгая привязка ко времени: за 1 шаг часть группы взрослеет, но остается в той же группе. Коэффициент задержки b_i описывает ту часть i группы, которая, повзрослев, остается в ней же. По смыслу коэффициентов модели $a_i + b_i \leq 1$, $a_i > 0, b_i > 0$ [1].

Оценка параметров матрицы проводилась на основе статистических данных о распределении численности населения ЕАО по возрастным группам за 1995-2007 гг. Каждое уравнение матрицы фактически является множественной регрессией величины $x_{i+1}(n+1)$ как функции от $x_i(n)$ и $x_{i+1}(n)$. Таким образом, оценка параметров уравнений сводится к вычислению коэффициентов соответствующих регрессионных уравнений и может быть осуществлена с помощью любого доступного статистического пакета.

В соответствии с уравнениями (1) численность населения ЕАО стабилизируется, если для параметров модели выполняется равенство:

$$\frac{(1-b_1)(1-b_2)}{a_1s_2} = 1. \quad (12)$$

На основе (2) были определены такие значения параметров s_2, b_1, b_2 , которые приводят численность населения ЕАО к равновесному состоянию. Значения параметров оценены численно методом Левенберг-Марквард и составляют $s_2 = 0.034, b_1 = 0.9099, b_2 = 0.966$. Данные значения представляют собой минимальные изменения оценок модели (1) $s_2^0 = 0.0216, b_1^0 = 0.9099, b_2^0 = 0.957$. Таким образом, равновесное состояние достигается одновременным увеличением показателя рождаемости s_2 и коэффициента b_2 . Увеличение параметра b_2 характеризует снижение интенсивности процессов смертности и миграции в возрастной группе 16-44.

Полученные результаты оценки параметров модели (1) параллельно с анализом закономерностей демографической динамики ЕАО приводят к следующим выводам.

В случае, когда репродуктивная группа состоит из равного количества женщин и мужчин, (согласно найденным оценкам параметра рождаемости) рождает всего 4% женщин. Численность возрастной группы 0-15 ежегодно убывает на 0,1%, в группе 16-44 убыль населения составляет 1,2%, в группе 45+ около 4%. Чем старше группа, тем выше процент убыли численности населения из нее. На наш взгляд это объясняется увеличением интенсивности процесса смертности. Сумма $a_i + b_i$ для всех оценок модели (1) меньше единицы, что позволяет говорить о слабой иммиграционной активности в области.

В соответствии с прогнозом, полученным по модели (1), при сохранении существующих тенденций процесса воспроизводства, общая численность населения ЕАО к 2020 году уменьшится на 16%.

Однако, при сохранении существующих тенденций процессов смертности и миграции для выхода численности населения ЕАО на равновесный уровень, рождаемость должна увеличиться в два раза.

С другой стороны, для достижения равновесного состояния достаточно повысить рождаемость на 57% (такой уровень рождаемости наблюдался в 1990 году), и уменьшить убыль численности группы 16-44 на 0,9%. Если ежегодно увеличивать на 0,001 коэффициент рождаемости (с 0,0216 до 0,034) и показатель, характеризующий убыль численности населения (с 0,957 до 0,966), то численность населения ЕАО к 2020 году достигнет своего равновесного уровня. При этом убыль населения составит 8%, после чего общая численность населения стабилизируется и будет составлять около 167 тыс. человек.

Исследования проведены при частичной финансовой поддержке РФФИ проект 08-01-98505-р_восток_а. Работа поддержана Фондом содействия отечественной науке.

Литература

1. Логофет Д.О., Клочкова И.Н. *Математика модели Лефковича: репродуктивный потенциал и асимптотические циклы*, Математическое моделирование 14 (10) (2002), 116--126.