

УДК 519.8

ББК 22.18

ИГРОВЫЕ ЗАДАЧИ СБОРА УРОЖАЯ В БИОЛОГИЧЕСКОМ СООБЩЕСТВЕ

АЛЕКСАНДР И. АБАКУМОВ *

Учреждение Российской академии наук Институт
автоматики и процессов управления Дальневосточного
отделения Российской академии наук
690041, Владивосток, ул. Радио, 5
e-mail: abakumov@iacp.dvo.ru

ОЛЕГ И. ИЛЬИН

Камчатский научно-исследовательский институт рыбного
хозяйства и океанографии
683000, Петропавловск-Камчатский, ул. Набережная, 18
e-mail: ilin@kamniro-avacha.kamchatka.ru

НИНА С. ИВАНКО

ФГУ ВПО Дальневосточный государственный
технический рыбохозяйственный университет
690600, Владивосток, ул. Луговая, 52б

Рассматривается игровая задача управления биологическим сообществом. Сообщество подвергается управлению со стороны некоторого множества игроков, каждый из которых имеет свой критерий полезности. Все игроки независимы между собой и имеют информацию о состоянии сообщества. В частном

©2011 А.И. Абакумов, О.И. Ильин, Н.С. Иванко

* Работа частично поддержана грантом ДВО РАН по программе № 14 фундаментальных исследований Президиума РАН, проект № 09-И-П2-02.

случае это может быть ихтиоценоз, находящийся под воздействием нескольких видов промысла. В качестве иллюстраций к игровым конструкциям в статье приведены примеры численного моделирования для популяций и сообществ морских рыб.

Ключевые слова: оптимальное управление, равновесие, промысел, рыбная популяция, сообщество.

1. Введение

В настоящее время все более актуальными становятся проблемы многовидового рыболовства. Популяции морских рыб и их сообщества, как правило, облавливаются несколькими флотилиями, в том числе с использованием разных типов орудий лова. Каждая из флотилий стремится максимизировать доход от промысла, в этой связи между ними могут возникать конфликтные ситуации. Вопрос о принятии решений в подобных ситуациях приводит к игровым задачам управления. Такая задача рассматривается в настоящей статье. Используются равновесные в смысле Нэша и Штакельберга решения.

2. Общая постановка

Будем рассматривать биологическое сообщество m популяций, которое подвергается управлению со стороны n игроков. Динамика биомассы сообщества описывается системой дифференциальных уравнений

$$\dot{x} = f(t, x, u), \quad x(0) = x_0,$$

где через $x(t)$ обозначен вектор биомасс, а через $u(t)$ – вектор управляющих воздействий. В частном случае это может быть ихтиоценоз, находящийся под воздействием нескольких видов промысла или под воздействием разных рыболовецких компаний. Задачи оптимального управления в подобных моделях рассматривались в работах [7, 8, 9], игровая постановка таких задач исследовалась в [5].

Каждый игрок имеет свой критерий качества $\Phi_k(x, u_k)$ и выбирает свою управляющую функцию из условия максимизации этого критерия

$$\Phi_k(x, u_k) \rightarrow \sup_{u_k}.$$

Все игроки независимы между собой и имеют информацию о состоянии сообщества. В нашей задаче критерии оптимизации имеют интегральный вид

$$\Phi_k(x, u) = \int_0^T \varphi_k(t, x, u_k) dt.$$

Максимизация функционалов Φ_k достигается выбором вектора управлений $u(t)$ при заданных ограничениях. Допустимые управления принадлежат классу кусочно-непрерывных на $[0, \infty)$ неотрицательных функций с конечным числом точек разрыва. Множество таких функций обозначим U .

Задачу теории игр

$$\begin{cases} \Phi_k(x, u_k) = \int_0^T \varphi_k(t, x, u_k) dt \rightarrow \sup_{u_k \in U}, & k = 1, \dots, n, \\ \dot{x} = f(t, x, u), & x(0) = x_0. \end{cases} \quad (2.1)$$

будем называть *основной*.

3. Равновесные решения

Теорема 3.1. Пусть на функции задачи (2.1) наложены следующие ограничения:

1. функция $f(t, x, u)$ непрерывна по $t \in [0, \infty)$, непрерывно дифференцируема по $x \in [0, \infty)$ и аффинна по u ,
2. функции $\varphi_k(t, x, u_k)$ непрерывны по $t \in [0, \infty)$, непрерывно дифференцируемы по $u_k \in [0, \infty)$ и строго вогнуты по u_k .

Пусть для любого допустимого $u(t)$ существует единственное решение $x(t)$ задачи (2.1), непрерывно зависящее от t и u .

Тогда, если $(\hat{x}, \hat{u}) > 0$ – равновесие Нэша в задаче (2.1), то $\hat{u}(t)$ определяется из условий

$$\hat{u}_k(t) = u_k^+(t), \quad u_k(t): \frac{\partial \varphi_k(t, \hat{x}, u_k)}{\partial u_k} + \lambda_k \frac{\partial f(t, \hat{x}, u)}{\partial u_k} = 0, \quad k = 1, \dots, n, \quad (3.1)$$

где $a^+ = \max\{a, 0\}$, а вектор-функции $\lambda_k(t)$ для $k = 1, \dots, n$ являются решением сопряженной системы дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \dot{\lambda}_k = -\frac{\partial \varphi_k(t, \hat{x}, \hat{u}_k)}{\partial x} - \lambda_k \frac{\partial f(t, \hat{x}, \hat{u})}{\partial x}, & k = 1, \dots, n, \\ \lambda_k(T) = 0. \end{cases} \quad (3.2)$$

Доказательство. Применим принцип максимума Понтрягина [4] в гамильтоновой форме. Гамильтониан для k -го критерия Φ_k имеет вид

$$H_k(t, x, u_k, \lambda_k) = \varphi(t, x, u_k) + \lambda_k(t) \cdot f(t, x, u), \quad (3.3)$$

где непрерывно дифференцируемые вектор-функции λ_k удовлетворяют сопряженной системе уравнений

$$\begin{cases} \dot{\lambda}_k = -\frac{\partial \varphi_k(t, x, u_k)}{\partial x} - \lambda_k \frac{\partial f(t, x, u)}{\partial x}, \\ \lambda_k(T) = 0, \quad k = 1, \dots, n. \end{cases}$$

Максимизация функции (3.3) по u_k приводит к условию

$$\frac{\partial H_k}{\partial u_k} = \frac{\partial \varphi_k(t, x, u_k)}{\partial u_k} + \lambda_k \frac{\partial f(t, x, u)}{\partial u_k} = 0, \quad k = 1, \dots, n. \quad (3.4)$$

Действительно,

$$\frac{\partial^2 H_k}{\partial u_k^2} = \frac{\partial^2 \varphi_k(t, x, u_k)}{\partial u_k^2} + \lambda_k \frac{\partial^2 f(t, x, u)}{\partial u_k^2} = \frac{\partial^2 \varphi_k(t, x, u)}{\partial u_k^2} < 0$$

в силу условий теоремы. Это означает, что неотрицательное решение уравнения (3.4) является точкой максимума гамильтониана H_k . Следовательно, оптимальное управление для k -го игрока определяется по формуле

$$\hat{u}_k(t) = u_k^+(t),$$

где u_k – решение уравнения (3.4). □

Для нахождения равновесия по Штакельбергу к системе (2.1) последовательно n раз применяется принцип максимума Понтрягина. Сначала с помощью принципа максимума находим оптимальное по критерию n -го игрока управление u_n как функцию остальных управлений, фазовых и сопряженных переменных. Подставив это управление в уравнения начальной задачи (2.1) и добавив уравнения для сопряженных функций, получаем задачу с $(n - 1)$ -им игроком. Аналогичным образом находим оптимальное u_{n-1} управление, и так далее, до u_1 . Затем обратным ходом восстанавливаем все управления и фазовые переменные.

4. Применение к биологическим сообществам

Пусть динамика биомасс сообщества m видов представлена системой дифференциальных уравнений (2.1) с функциями f_i в виде разности двух функций: функции воспроизводства $g_i(t, x)$ и функции интенсивности промысла $h_i(x, u)$, т.е. $f_i(t, x, u) = g_i(t, x) - h_i(x, u)$.

Полагаем, что рост популяции описывается функцией [2]

$$g_i(x) = r_i(t) \frac{K_i(t) - \sum_{j=1}^m \gamma_{ij} x_j}{K_i(t)} x_i,$$

а функции интенсивности промысла представлены в виде

$$h_i(x, u) = \sum_{k=1}^n q_{ik} x_i u_k,$$

где q_{ik} – коэффициенты улавливаемости, u_k – интенсивность промыслового усилия, т.е. количество промысловых операций, осуществляемых k -м игроком в единицу времени. Функция эффективности промысла $\varphi_k(x, u)$ описывает доход от сбора урожая в виде

$$\varphi_k(x, u) = \sum_{i=1}^m p_{ik} q_{ik} x_i u_k - c_k u_k^2,$$

где p_{ik} – доход от реализации единицы биомассы добытого урожая i -го вида k -м игроком, коэффициенты c_k характеризуют строгую вогнутость в затратах k -го игрока, что в целом соответствует экономическим закономерностям [9].

Тогда основная задача (2.1) записывается следующим образом:

$$\begin{cases} \Phi_k = \int_0^T \left(\sum_{i=1}^m p_{ik} q_{ik} x_i u_k - c_k u_k^2 \right) dt \rightarrow \sup, k = \overline{1, n}, \\ \dot{x}_i = r_i \frac{K_i - \sum_{j=1}^m \gamma_{ij} x_j}{K_i} x_i - \sum_{k=1}^n q_{ik} x_i u_k, i = \overline{1, m}, \\ x(0) = x_0. \end{cases} \quad (4.1)$$

В примерах задача (4.1) рассматривается применительно к рыбному промыслу. Во всех примерах присутствуют два способа промысла, называемые, как принято в теории игр, игроками. Первый

пример основан на реальных данных для одной из популяций трески в Беринговом море. Остальные примеры построены по аналогии с конкурентными сообществами рыб в дальневосточных морях. В наших примерах это трехвидовые сообщества. Мы ограничились только конкурентными отношениями между видами, хотя другие взаимодействия в реальности также присутствуют. Первый и второй примеры ориентированы на постоянные условия внешней среды, а последние два имитируют изменения окружающей среды. Эти изменения представлены периодическими функциями, причем весь рассматриваемый промежуток времени содержит два периода изменений внешней среды.

Решается четыре варианта задачи:

- А) равновесие по Нэшу;
- В) кооперативное равновесие, при котором максимизируется сумма критериев обоих игроков (цена одна, затраты разные);
- С) равновесие по Штакельбергу;
- Д) стратегия второго игрока фиксирована, ищется оптимальный ответ первого игрока.

Пример 1. Промысел карагинской трески подразделяется на тралово-снюрреводный u_1 и ярусный u_2 . Для карагинской трески коэффициент роста равен $r = 0.366 \text{ год}^{-1}$, емкость ниши $K = 212$ тыс. тонн, $\gamma = 1$. Коэффициенты улавливаемости $q_1 = 0.291$ тыс.судосудок $^{-1}$, $q_2 = 0.108$ тыс.судосудок $^{-1}$, коэффициенты дохода от вылова 1 тыс.тонн снюрреводом $p_1 = 0.5$ и ярусом $p_2 = 1.2$, $c_1 = c_2 = 5$. Начало отсчета $t = 0$ соответствует началу 1985 года, $x_0 = 83.2$ тыс.тонн, $T = 24$ года. В варианте Д интенсивность промыслового усилия ярусного флота является фиксированной $u_2 = 0.6$ тыс.судосудок $\cdot \text{год}^{-1}$. Результаты расчетов представлены на рис. 1. Значения критериев оптимизации для всех примеров приведены в табл. 1.

В варианте А сначала популяция выводится на уровень биомассы, при котором обеспечивается максимальный устойчивый доход от изъятия для обоих игроков. При больших T этот магистральный уравновешенный режим преобладает во времени. В этом режиме популяция эксплуатируется продолжительное время. Неотрицательные значения управлений игроков и биомассы популяции в равновесном режиме определяются из соотношений $f = 0$, $\frac{\partial \varphi_1}{\partial u_1} = 0$, $\frac{\partial \varphi_2}{\partial u_2} = 0$ и рав-

ны $\hat{u}_1 = 0.414, \hat{u}_2 = 0.703$ при биомассе $\hat{x} = 98.173$.

На заключительном отрезке времени эксплуатации интенсивность промыслового усилия игроков усиливается – наступает этап избыточного промысла, при котором игроки стремятся получить как можно больший доход, не щадя популяцию.

Таблица 1. Итоговые значения функционалов для игроков во всех примерах

		Пример 1	Пример 2	Пример 3	Пример 4
вариант А	Φ_1	119.458	0.505	8.080	6.479
	Φ_2	145.190	6.641	5.505	1.856
вариант В	Φ_1	27.726	0.292	8.313	6.556
	Φ_2	296.690	7.057	5.542	1.835
вариант С	Φ_1	121.391	0.506	8.083	6.480
	Φ_2	127.043	6.627	5.470	1.853
вариант D	Φ_1	129.872	0.643	8.806	4.739
	Φ_2	137.284	6.148	6.368	1.546

В вариантах В, С, D задачи прослеживается аналогичная картина «выхода на магистраль», которая представляет собой равновесное решение. В варианте В неотрицательные значения управляющих воздействий и биомассы на магистральном режиме равны $\hat{u}_1 = 0, \hat{u}_2 = 1.047$ при равновесной биомассе $\hat{x} = 146.3$. Это значит, что наибольший устойчивый суммарный доход обоих игроков достигается, когда промысел осуществляет только второй игрок (ярусный лов).

В варианте С задачи наличие у первого игрока информации о стратегии второго игрока позволяет ему увеличить свои доходы от промысла по сравнению с вариантом А. Это означает, что равновесие по Штакельбергу выгоднее для первого игрока, но хуже для второго. Такой же вывод можно сделать и для всех остальных примеров.

При этом, в данном примере, в варианте С суммарный доход игроков наименьший (табл. 1).

В варианте D при $u_2 = 0.6$ оптимальные значения управления \hat{u}_1 и биомассы \hat{x} на уравновешенном магистральном режиме равны $\hat{u}_1 = 0.429$ при биомассе $\hat{x} = 101.945$.

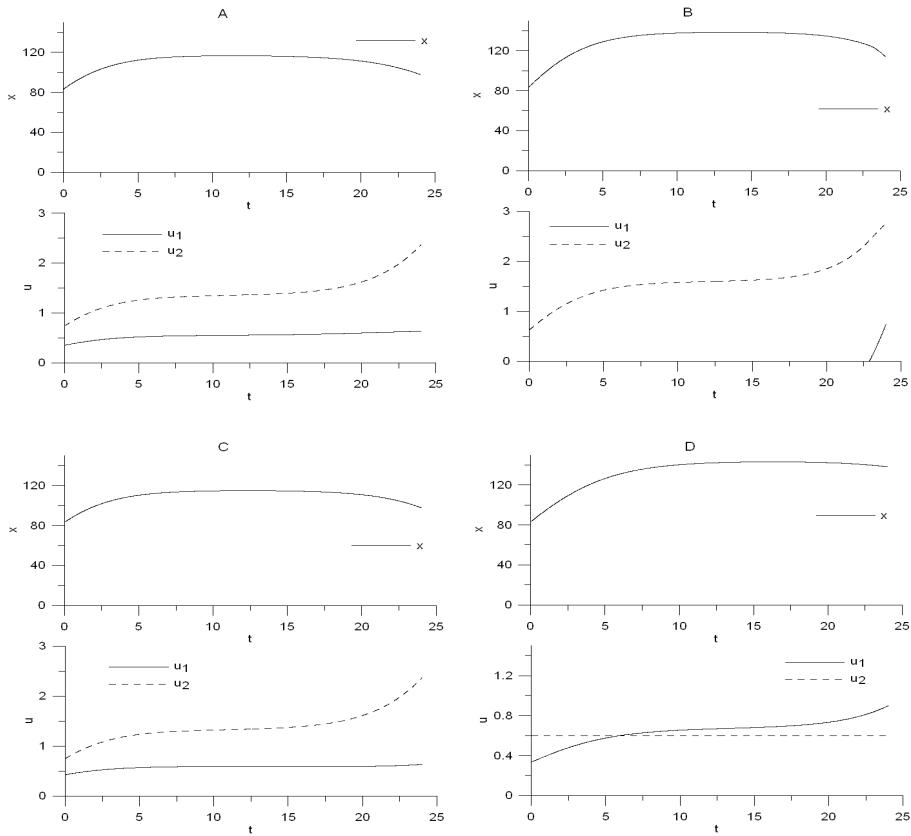


Рисунок 1. Динамика биомассы трески и оптимальная интенсивность промыслового усилия

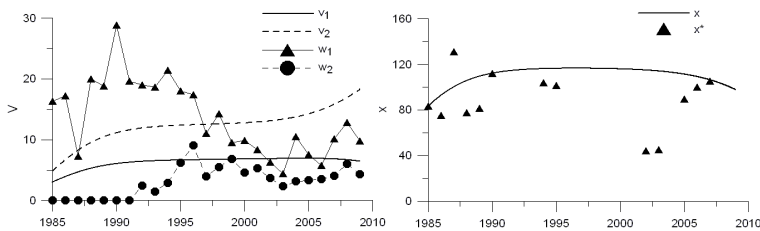


Рисунок 2. Реальные вылов (слева) и динамика биомассы (справа) трески с 1985 по 2009 в сравнении с оптимальными по Нэшу

На рис. 2 представлены реальный вылов w и биомасса трески x^* в 1985-2009гг. в сравнении с оптимальным выловом $v = \widehat{q} \widehat{u} \widehat{x}$ и

биомассой x по Нэшу. Суммарный вылов снюрреводом за период с 1985 по 2009 по данным промысловой статистики составляет 333.357 тыс. тонн, ярусом – 74.49 тыс. тонн (рис. 2), что соответствует доходу в 256.067 единиц.

Следующие три примера имитируют промысел двумя способами в трехвидовом сообществе. Подобные ситуации в морях встречаются достаточно часто. Второй пример рассматривает сообщество в стационарной среде, а последние два примера имитируют изменчивость среды обитания при несколько разных взаимоотношениях между видами.

Пример 2. Параметры сообщества заданы следующими: $r = (0.38, 0.53, 0.87)$, $K = (1.236, 2.956, 0.257)$, $x_0 = (0.611, 0.530, 0.126)$, $c = (2, 1.5)$,

$$\gamma = \begin{pmatrix} 1.000 & 0.243 & 0.460 \\ 0.253 & 1.000 & 0.093 \\ 0.149 & 0.045 & 1.000 \end{pmatrix}, q = \begin{pmatrix} 0.4 & 1.0 \\ 0.2 & 1.0 \\ 0.2 & 1.0 \end{pmatrix}, p = \begin{pmatrix} 1.0 & 1.0 \\ 1.1 & 1.1 \\ 1.2 & 1.2 \end{pmatrix}.$$

В варианте D управление второго игрока задано слабо возрастающей функцией: $u_2 = \ln(\frac{t}{50} + 1)$.

В этом примере первый способ лова гораздо менее эффективен, чем второй, так как $\forall i q_{i,1} \leq q_{i,2}$, $c_2 < c_1$. Наиболее ценными для промысла являются 2-й и 3-й вид, при этом 1-й вид в большей степени подвержен промыслу $q_{1,k} \geq q_{i,k}$, $i = 2, 3$. Поэтому во всех вариантах задачи биомасса первого вида быстро уменьшается, так как он наименее конкурентноспособен и имеет низкий коэффициент воспроизводства. Сначала интенсивность промыслового усилия игроков невысока, за счет чего обеспечивается вывод биомассы второго вида на высокий уровень воспроизводства. Затем продолжительное время сообщество эксплуатируется игроками в режиме, близком к равновесному магистральному. При этом в варианте В интенсивность промыслового усилия второго игрока заметно выше, а первого – ниже, чем в вариантах А, С. На заключительном отрезке времени интенсивность промыслового усилия второго игрока увеличивается во всех вариантах, т.е. начинается переэксплуатация сообщества вторым игроком. При этом в варианте В интенсивность промыслового усилия первого игрока увеличивается, а в вариантах А, С – уменьшается, так как его доходы падают при снижении биомассы второго вида.

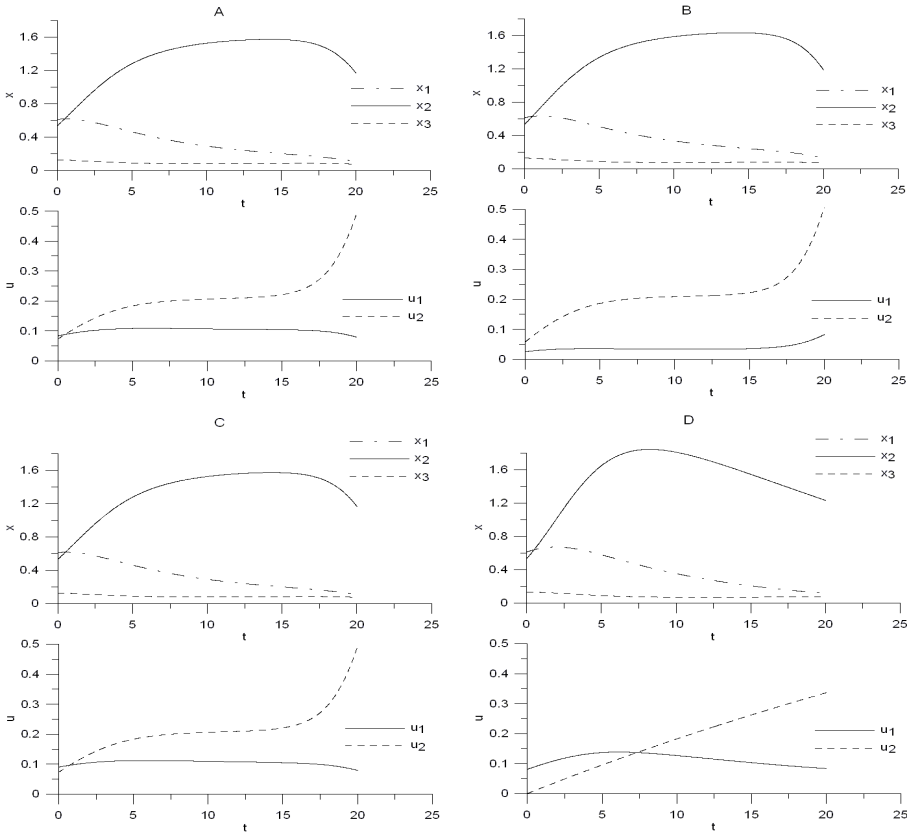


Рисунок 3. Динамика биомассы в сообществе и оптимальная интенсивность промыслового усилия во втором примере

Максимальный суммарный доход достигается в варианте В, но при этом выигрыш второго игрока существенно меньше, чем в остальных вариантах. В варианте Д заранее выбранная стратегия промысла второго игрока приводит к тому, что его выигрыш минимальный, а выигрыш первого максимальный из всех вариантов.

В третьем и четвертом примерах вариабельность среды имитируется периодическими изменениями коэффициентов роста r и емкости экологической ниши K . Четвертый пример отличается от третьего параметрами взаимодействия видов и воздействия на них промысла.

Пример 3. Вариабельность среды описывается функциями: $r = r_0(1 + \frac{1}{2} \sin \frac{4\pi}{T})$, $r_0 = (0.03, 0.04, 0.07)$, $K = K_0(1 + \frac{1}{5} \sin \frac{4\pi}{T})$, $K_0 = (7, 8, 7)$. Начальные данные $x_0 = (3.412, 2.208, 2.956)$ и коэффициен-

ты затрат $c = (0.02, 0.03)$ заданы по аналогии с некоторыми сообществами рыб в дальневосточных морях, остальные параметры также имеют правдоподобные значения:

$$\gamma = \begin{pmatrix} 0.6 & 0.2 & 0.3 \\ 0.4 & 0.7 & 0.5 \\ 0.5 & 0.3 & 0.5 \end{pmatrix}, q = 0.005 \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, p = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}.$$

В варианте D положили $u_2 = \ln(\frac{t}{10} + 1)$.

В целом, динамика биомассы сообщества при различных стратегиях имеет одну и ту же картину (рис. 4). В этом примере 3-й вид самый ценный, поэтому игроки ориентированы на его промысел. При этом интенсивность промыслового усилия второго игрока ниже, потому что его расходы выше ($c_2 > c_1$). Все виды в одинаковой степени подвержены вылову $\forall i, j \ q_{i,j} = 0.005$. Третий ($i = 3$) вид имеет самый высокий коэффициент воспроизводства, благодаря этому его биомасса продолжает расти. Первый ($i = 1$) и второй ($i = 2$) виды под действием промысла теряют в биомассе, тем самым освобождая нишу для третьего, т.е. в данном примере промысел способствует процветанию самого ценного третьего вида.

Как и ранее наибольший суммарный доход достигается в варианте B, где игроки имеют общую цель, при этом и доход каждого из них в частности оказывается большим, чем в вариантах A и C. Интересно заметить, что суммарный доход обоих игроков при оптимальном по Штакельбергу (рис. 4, C) управлении может быть ниже, чем суммарный доход в случае, когда оптимизирует свою стратегию только первый игрок, а стратегия второго заранее известна (рис. 4, D).

Пример 4 представляет собой вариацию примера 3. Здесь $r = r_0(1 + \frac{1}{2} \sin \frac{4\pi}{T})$, $r_0 = (0.03, 0.06, 0.04)$, $K = K_0(1 + \frac{1}{5} \sin \frac{4\pi}{T})$, $K_0 = (10, 12, 8)$, $x_0 = (5, 1, 3)$, $c = (0.01, 0.02)$,

$$\gamma = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.7 & 0.3 \\ 0.3 & 0.5 & 0.2 \\ 0.7 & 0.8 & 0.5 \end{pmatrix}, q = 0.001 \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}, p = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 3 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}.$$

В варианте D управление второго игрока выбрано в виде $u_2 = \ln(\frac{t}{10} + 1)$.

В этом примере в отсутствие промысла при больших T доминирует второй вид, а первый и третий гибнут. Наиболее ценными для

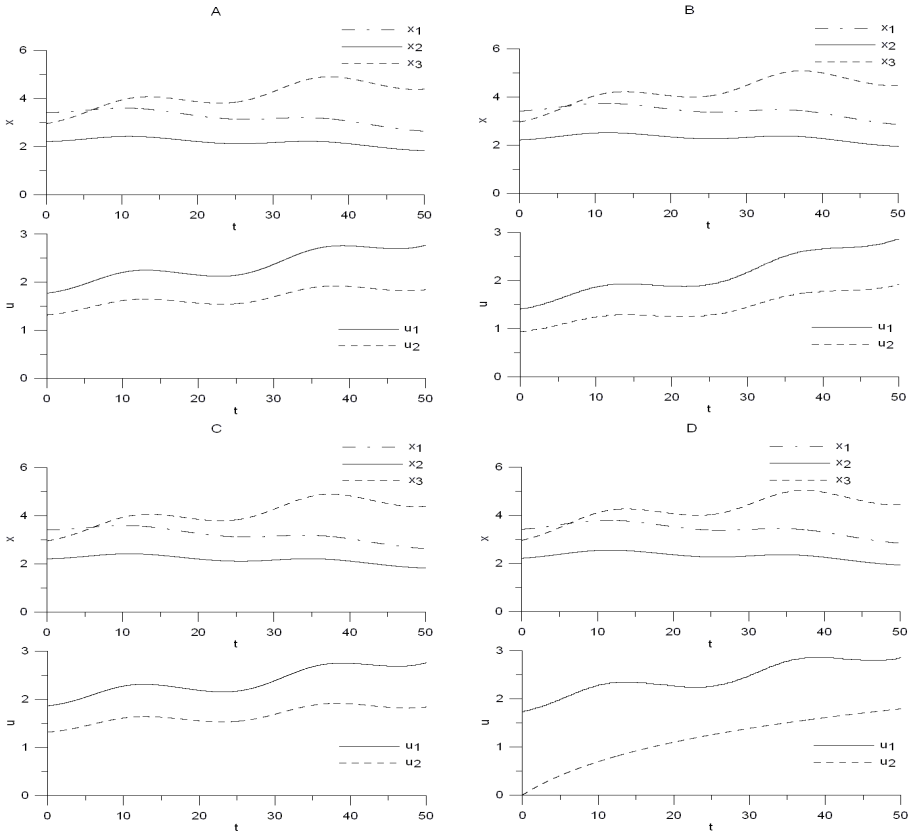


Рисунок 4. Динамика биомассы в сообществе и оптимальная интенсивность промыслового усилия в третьем примере

промысла являются 2-й и 3-й вид, они же и в большей степени, чем первый вид, подвержены промыслу $q_{1,k} \leq q_{i,k}, i = 2, 3$. Во всех вариантах А, В, С, D биомасса второго вида быстро растет, так как он наиболее конкурентноспособен и имеет высокий коэффициент роста. За счет того, что облавливаются, в основном, более ценные виды, обеспечивается рост биомассы менее ценного первого вида. Таким образом, промысел наиболее неблагоприятен для третьего вида, его биомасса уменьшается. Интенсивность промыслового усилия второго игрока ниже, потому что его расходы на промысел более высоки ($c_2 > c_1$). Результаты показывают (табл. 1), что при наличии (рис. 5, С) у первого игрока информации о стратегии второго игрока, его выигрыш больше, чем в ее отсутствие (рис. 5, А), а выигрыш второго

игрока при этом меньше. Наибольший суммарный доход достигается в варианте В, где игроки действуют сообща, при этом второй игрок немного теряет в выигрыше. Вариант D показывает, что заранее заданная стратегия промысла второго игрока может привести к снижению выигрыша не только у него самого, но также и у первого игрока.

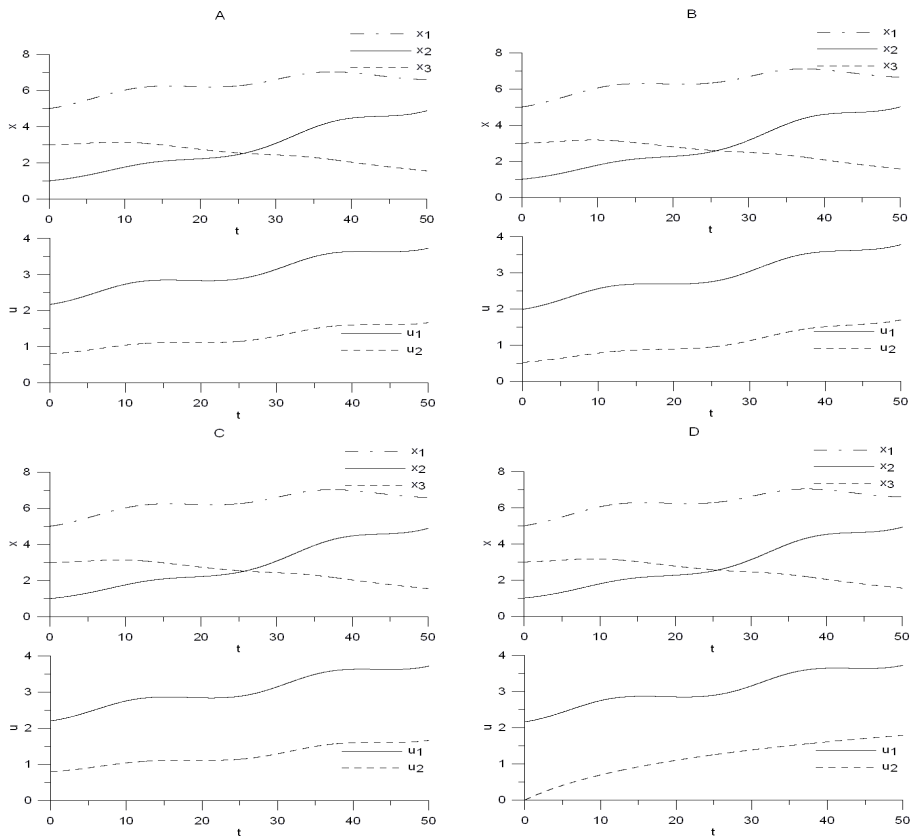


Рисунок 5. Динамика биомассы в сообществе и оптимальная интенсивность промыслового усилия в четвертом примере

5. Заключение

Игровая постановка задачи дает возможность для исследования задач оптимального сбора урожая в биологических системах с несколькими участниками. Разнообразие вариантов компромиссных реше-

ний позволяет выбрать рациональные варианты сбора урожая с учетом экологических ограничений и экономических приоритетов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Абакумов А.И., Гиричева Е.Е. *Сложность биологических систем и сбор урожая*. Информатика и системы управления. 2007. №2 (14). С. 11–19.
2. Вольтерра В. *Математическая теория борьбы за существование*. М.: Наука, 1976.
3. Ильин О.И. *К вопросу об оптимальной эксплуатации сообщества пелагических рыб западной части Берингова моря. Математическое моделирование и информационные технологии в исследованиях биоресурсов мирового океана // Материалы отраслевого семинара*. Владивосток. ТИНРО-центр. 2004.
4. Иоффе А.Д., Тихомиров В.М. *Теория экстремальных задач*. М.: Наука, 1974.
5. Мазалов В.В., Реттиева А.Н. *Об одной задаче управления биоресурсами // Обзорение прикладной и промышленной математики*. 2002. Т. 9. Вып. 2. С. 293–306.
6. Петросян Л.А., Зенкевич Н.А., Семина Е.А. *Теория игр*. М: Высшая школа, 1998.
7. Свирежев Ю.М., Абакумов А.И., Тимофеев Н.Н. *Некоторые задачи экодинамики эксплуатируемых популяций и сообществ // Проблемы экологического мониторинга и моделирования экосистем*. Л.: Гидрометеиздат. 1985. Т.8. С. 246–257.
8. Abakumov A.I. *Optimum harvesting in discrete population models // Papers on Mathematical Ecology*. - Budapest: University of Economics. 1988. V.2. P. 39–48.
9. Clark C.W. *Bioeconomic modelling and fisheries management*. N.Y.: Wiley Intersc. Pub., 1985.

GAME PROBLEMS OF THE HARVESTING FOR A
BIOLOGICAL COMMUNITY

Alexander I. Abakumov, Institute of Automation and Control Processes, Far Eastern Branch of the Russian Academy of Sciences, Dr.Sc., professor (abakumov@iacp.dvo.ru).

Oleg I. Iljin, Kamchatsky Institute of Fishery and Oceanography, Cand.Sc. (ilin@kamniro-avacha.kamchatka.ru).

Nina S. Ivanko, Far Eastern State Technical Fishery University.

Abstract: The game problem of management by biological community is considered. There is a set of players, each of them has the utility function. All players are independent among themselves and have information about a state of the community. This community may be a ichthyocenosis in ocean or sea. The examples for fisheries in ichthyocenosis are considered.

Keywords: optimal control, equilibrium, harvest, community, fishery.