

УДК 519.833

ББК 22.18

ЦЕНООБРАЗОВАНИЕ НА СЕТЕВЫХ ПЛАТФОРМАХ НА ДВУХСТОРОННИХ РЫНКАХ С ГЕТЕРОГЕННЫМИ АГЕНТАМИ И ОГРАНИЧЕНИЯМИ НА РАЗМЕР РЫНКА

ДЖЕНХУА ФЕНГ

ТАОСИН ЛИУ

Институт Экономики

Университет Чинхуа, Пекин, Китай

e-mail: fengzh.13@sem.tsinghua.edu.cn, liutx@tsinghua.edu.cn

ВЛАДИМИР В. МАЗАЛОВ

ИПМИ КарНЦ РАН

185910, Россия, Петрозаводск, ул. Пушкинская, 11

e-mail: vmazalov@krc.karelia.ru

ДЖИ ЗЕНГ

Школа Экономики и Менеджмента

Университет Чинхуа, Пекин, Китай

e-mail: jie.academic@gmail.com

Исследовано равновесие на двухстороннем ограниченном рынке, представленным сетевыми платформами и гетерогенными агентами. Предлагаемый подход основывается на модели монополии, предложенной Armstrong (2006), где предполагается континуум агентов ограниченного размера на каждой стороне рынка, и, кроме того, рассматривается гетерогенная полезность агентов с спецификацией Хотеллинга. Доказано,

что оптимальная стратегия ценообразования для монополии всегда приводит к граничному решению. Показано, что в задаче социального оптимума решение также лежит на границе области. Кроме того, получены точные значения для равновесия в случае дуополии для двухстороннего рынка на двух платформах.

Ключевые слова: платформа, сетевые экстерналии, социальный оптимум, гетерогенные агенты, двухсторонние рынки, спецификация Хотеллинга.

1. Введение

В связи с быстрым развитием сетевых технологий в обществе получили распространение онлайн платформы для решения социально-экономических проблем. Многие специалисты рассматривают сетевые платформы как новый элемент бизнеса, который выгоден как оператору платформы, так и обществу. Двухсторонний рынок с участием платформы – это сетевой тип рынка, на котором взаимодействуют пользователи двух различных групп. При этом потребление хотя бы одной из групп оказывает внешний эффект на вторую группу. Допуская существование сетевого эффекта между двумя сторонами рынка (сетевых экстерналий), можно поставить задачу оптимизации прибыли платформы. В работе [1] была предложена модель монопольной платформы на двухстороннем рынке с общим числом агентов на каждой из сторон, равным единице. Агенты имеют различные транспортные издержки, чтобы посетить платформу. В качестве иллюстрации в роли агентов в модели можно представлять продавцов и покупателей в Интернет-магазине, работников и работодателей на бирже труда, посетителей танцпола (мужчин и женщин) и т.д. Следуя спецификации Хотеллинга, агенты для принятия решения о посещении платформы сравнивают свои затраты. В данной работе предполагается гетерогенность агентов, эндогенный спрос, и в этих предположениях исследуется поведение платформы и ее доходы.

В данной работе найдена оптимальная стратегия платформы и найдена ее зависимость от структуры затрат двухстороннего рынка и сетевых экстерналий. Показано, что оптимальная стратегия монопольной платформы никогда не приводит к внутреннему решению

в допустимой области. Когда затраты двух сторон примерно одинаковы, то при небольших значениях экстерналий сервис не производится, и при больших значениях, наоборот, охватывает весь рынок. В случае различных затрат сторон возможные сценарии включают как отсутствие сервиса, частичное или полное предоставление услуг.

Также решена задача социального оптимума, и найдена зависимость оптимального значения от структуры затрат двухстороннего рынка и сетевых экстерналий. Получены условия, при которых монополия приводит к социальному оптимуму.

Кроме того, исследован случай двух платформ для двухстороннего рынка и получены точные значения для равновесия в случае дуополии.

Существует ряд работ по сетевым платформам с экстерналиями. Начиная с анализа монопольных рынков [1, 3, 11, 12, 15], исследования в этой области были сфокусированы на платформах ценообразования для рынков с различной структурой, включая проблему социального оптимума для частных платформ и ассоциаций. Были исследованы модели конкуренции частных платформ в различных сценариях для однородных и дифференцированных продуктов, узкие места, эксклюзивные контракты, а также влияние различных важных факторов, таких как тарифы, эластичность рыночных цен, размеры транзакций и прибыли продавцов-покупателей.

Rochet и Tirole [13] исследовали ценовую стратегию платформы типа платежной карты на двухстороннем рынке в случае монополии и дуополии, с различными целевыми функциями платформ: максимум прибыли или максимум социального благосостояния. В дальнейшем Rochet и Tirole [14] рассмотрели модель платформы этого типа в условиях экстерналий с членскими взносами.

В наиболее близкой к данной работе, Armstrong [1] исследовал стратегию ценообразования на двухстороннем рынке для платформы типа *shopping mall*, рассмотрев монопольный сценарий и дуополию. В случае монополии размер рынка не был ограничен и функция спроса определялась экзогенно, что отличается от данного исследования.

В последующем Armstrong и Wright [2] исследовали случай дуополии, где конкурируют две платформы и рассмотрели три случая: (1) дифференцированные продукты на обеих сторонах; (2) дифференци-

рованные продукты только на одной стороне; (3) на обеих сторонах нет дифференцированных продуктов. В моделях (1) и (2), полезности агентов были достаточно большими, чтобы использовать сервис хотя бы одной из платформ. В модели (3) агенты предполагались однородными и учитывался лишь сетевой эффект.

В ряде работ по двухсторонним платформам исследовалась проблема ценообразования на рынке в зависимости от поведения продавца для специальных платформ [5–10]. В работах Li, Lien и Zheng [5] рассматривалась последовательная конкуренция между продавцами на двухстороннем рынке программных продуктов, а в работе Mazalov, Chirkova, Zheng и Lien [9] исследовалась конкуренция виртуальных операторов (продавцы) на двухстороннем рынке телекоммуникаций.

Исследования по данной проблематике относятся к новому направлению по платформенной экономике. В данной работе делается анализ эффективности платформ при новых предположениях: ограниченный размер рынка, гетерогенные агенты и эндогенный спрос.¹ Наш анализ показывает, что оптимальное решение всегда лежит на границе, независимо от того, является ли целью максимум прибыли платформы или социального благосостояния. В работе найдены условия, при которых монополия является социально оптимальной.

Структура статьи организована следующим образом: в разделе 2 дано описание модели и ее отличие от существующих моделей; в разделе 3 получено решение для монополии; в разделах 4 и 5 найдено решение для социального оптимума; в разделе 6 найдены точные выражения для оптимальных решений в случае двух платформ; в конце содержится заключение и перспективы дальнейших исследований в этой области.

2. Описание модели

Рассмотрим экономическую платформу в условиях монополии, где есть две группы агентов: группа 1 (назовем ее группа покупателей) и группа 2 (продавцы). Множество каждой группы представляет единичный отрезок. Предположим, что покупатели и продавцы

¹Для эндогенного спроса вместо допущения, что каждый агент должен выбрать одну платформу [1, 4], разрешается агенту не присоединяться к любой платформе, если это ему или ей не выгодно

равномерно распределены на единичном отрезке, их положение на линейном рынке обозначим соответственно, x_1 ($0 \leq x_1 \leq 1$) и x_2 ($0 \leq x_2 \leq 1$). Полезности агентов групп 1 и 2 при использовании платформы, расположенной в x_0 ($0 \leq x_0 \leq 1$), представлены выражениями:

$$u_{x_1} = \alpha_1 n_2 - p_1 - |x_1 - x_0| t_1, \quad (2.1)$$

$$u_{x_2} = \alpha_2 n_1 - p_2 - |x_2 - x_0| t_2, \quad (2.2)$$

Здесь используется спецификация Хотеллинга: первая часть выражения дает значение полезности одной группы рынка от контакта с другой (так называемая сетевая экстерналия), вторая часть представляет цену за сервис и третья часть - затраты на посещение платформы. Более точно, n_i , $i = 1, 2$ размер группы i , p_i , $i = 1, 2$ цена, которую платит агент i при посещении платформы, α_i , $i = 1, 2$ степень влияния на выигрыш одной из сторон рынка размера другой стороны, и t_i , $i = 1, 2$ степень влияния транспортных издержек при посещении платформы для агента i 'ой группы.

Заметим, что различие с моделью монополии Armstrong [1] в том, что в его модели полезности агентов в каждой группе не включали транспортные издержки, что соответствует первым двум слагаемым в (2.1)–(2.2), и для простоты размер рынка предполагался неограниченным.

Здесь предполагается континуум агентов с различными транспортными затратами для посещения платформы, тогда функция спроса может быть получена из условий рациональности агентов, что позволит получить точные выражения для решения.

Следуя традиционной схеме, рассмотрим две оптимизационные задачи, где целевыми функциями являются прибыль платформы и социальное благосостояние.

Прибыль платформы при монополии имеет вид:

$$\pi = n_1(p_1 - f_1) + n_2(p_2 - f_2), \quad (2.3)$$

где f_1 и f_2 , данные заранее (экзогенно), есть затраты на обслуживание одного агента из групп 1 и 2, соответственно.

Социальное благосостояние имеет вид:

$$W = (\alpha_1 + \alpha_2)n_1n_2 - n_1f_1 - n_2f_2 - \int_{u_{x_1} \geq 0, x_1 \in [0,1]} |x_1 - x_0| t_1 dx_1 - \int_{u_{x_2} \geq 0, x_2 \in [0,1]} |x_2 - x_0| t_2 dx_2. \quad (2.4)$$

3. Монополия

Найдем максимальную прибыль платформы при монополии. Стратегия монополии – выбрать положение x_0 и цены p_1, p_2 , чтобы максимизировать (2.3). Очевидно, что положение $x_0 = \frac{1}{2}$ наиболее выгодно для платформы.

Найдем функцию спроса для обеих сторон рынка. Так как $x_0 = \frac{1}{2}$, из симметрии следует, что достаточно рассмотреть агентов на левой стороне платформы ($x_i \leq \frac{1}{2}, i = 1, 2$). Из $u_{x_1} = \alpha_1 n_2 - p_1 - (\frac{1}{2} - x_1)t_1 \geq 0$, следует $x_1 \geq \frac{1}{2} - \frac{1}{t_1}(\alpha_1 n_2 - p_1)$. Таким образом, функция спроса для группы 1 (слева) имеет вид $n_{1left} = \frac{1}{t_1}(\alpha_1 n_2 - p_1)$ и для группы 2 (слева) – $n_{2left} = \frac{1}{t_2}(\alpha_2 n_1 - p_2)$. Следовательно, функция спроса для обеих групп имеет вид:

$$n_1 = \begin{cases} 0, & \text{если } \frac{2}{t_1}(\alpha_1 n_2 - p_1) < 0 \\ \frac{2}{t_1}(\alpha_1 n_2 - p_1), & \text{если } \frac{2}{t_1}(\alpha_1 n_2 - p_1) \in [0, 1] \\ 1, & \text{если } \frac{2}{t_1}(\alpha_1 n_2 - p_1) > 1 \end{cases} \quad (3.1)$$

$$n_2 = \begin{cases} 0, & \text{если } \frac{2}{t_2}(\alpha_2 n_1 - p_2) < 0 \\ \frac{2}{t_2}(\alpha_2 n_1 - p_2), & \text{если } \frac{2}{t_2}(\alpha_2 n_1 - p_2) \in [0, 1] \\ 1, & \text{если } \frac{2}{t_2}(\alpha_2 n_1 - p_2) > 1. \end{cases} \quad (3.2)$$

Ниже показано, что для таких функций спроса задача нахождения максимального спроса приводит к решению, которое не может быть внутренней точкой множества $0 < n_1^* < 1, 0 < n_2^* < 1$.

Предположим противное. Поскольку n_1 и n_2 связаны условиями $n_1 = \frac{2}{t_1}(\alpha_1 n_2 - p_1)$ и $n_2 = \frac{2}{t_2}(\alpha_2 n_1 - p_2)$, приходим к выражениям:

$$n_1 = \frac{2(2\alpha_1 p_2 + t_2 p_1)}{4\alpha_1 \alpha_2 - t_1 t_2}, \quad (3.3)$$

$$n_2 = \frac{2(2\alpha_2 p_1 + t_1 p_2)}{4\alpha_1 \alpha_2 - t_1 t_2}. \quad (3.4)$$

В силу предположения $n_1, n_2 > 0$, следовательно $4\alpha_1 \alpha_2 - t_1 t_2 > 0$. Теперь можем записать прибыль платформы как функцию p_1 и p_2 :

$$\pi^M = \left(\frac{2(2\alpha_1 p_2 + t_2 p_1)}{4\alpha_1 \alpha_2 - t_1 t_2}\right)(p_1 - f_1) + \left(\frac{2(2\alpha_2 p_1 + t_1 p_2)}{4\alpha_1 \alpha_2 - t_1 t_2}\right)(p_2 - f_2). \quad (3.5)$$

Из условий оптимальности первого порядка

$$p_1 = \frac{1}{2}\left(f_1 - \frac{2(\alpha_1 + \alpha_2)p_2 - 2\alpha_2 f_2}{t_2}\right), \quad (3.6)$$

$$p_2 = \frac{1}{2}\left(f_2 - \frac{2(\alpha_1 + \alpha_2)p_1 - 2\alpha_1 f_1}{t_1}\right), \quad (3.7)$$

находим оптимальные цены платформы:

$$p_1^* = \frac{1}{2} \frac{2\alpha_1 f_1(\alpha_1 + \alpha_2) + \alpha_1 f_2 t_1 - \alpha_2 f_2 t_1 - f_1 t_1 t_2}{(\alpha_1 + \alpha_2)^2 - t_1 t_2}, \quad (3.8)$$

$$p_2^* = \frac{1}{2} \frac{2\alpha_2 f_2(\alpha_1 + \alpha_2) + \alpha_2 f_1 t_2 - \alpha_1 f_1 t_2 - f_2 t_1 t_2}{(\alpha_1 + \alpha_2)^2 - t_1 t_2}. \quad (3.9)$$

Выражая n_1, n_2 через p_1^*, p_2^* , находим:

$$n_1^* = \frac{f_2(\alpha_1 + \alpha_2) + f_1 t_2}{(\alpha_1 + \alpha_2)^2 - t_1 t_2}, \quad (3.10)$$

$$n_2^* = \frac{f_1(\alpha_1 + \alpha_2) + f_2 t_1}{(\alpha_1 + \alpha_2)^2 - t_1 t_2}. \quad (3.11)$$

Подставляя найденные выражения $n_1^*, n_2^*, p_1^*, p_2^*$ в π^M , находим оптимальное значение прибыли платформы:

$$\pi^{M*} = -\frac{1}{2} \frac{2\alpha_1 f_1 f_2 + 2\alpha_2 f_1 f_2 + f_1^2 t_2 + f_2^2 t_1}{(\alpha_1 + \alpha_2)^2 - t_1 t_2}. \quad (3.12)$$

Так как $4\alpha_1 \alpha_2 - t_1 t_2 > 0$, следовательно $(\alpha_1 + \alpha_2)^2 - t_1 t_2 > 0$. Отсюда $\pi^{M*} < 0$. Таким образом, платформе вообще невыгодно участвовать в данном сервисе.

Лемма 3.1. *Оптимальное решение, максимизирующее прибыль платформы, не может быть внутренней точкой области $0 < n_1^* < 1$, $0 < n_2^* < 1$.*

Из леммы 3.1 следует, что оптимальное разделение рынка в случае его ограниченного размера может быть одним из 4 видов: (1) $n_1^* = 0$, $n_2^* = 0$; (2) $n_1^* = 1$, $n_2^* = 1$; (3) $n_1^* = 1$, $n_2^* \in (0, 1)$; (4) $n_1^* \in (0, 1)$, $n_2^* = 1$.

Предположим, что $t_2 \geq t_1$, иначе просто перенумеруем группы.

Утверждение 3.1. *Оптимальная стратегия монопольной платформы имеет следующий вид. Если затраты сторон различаются не сильно, или*

$$t_2 - t_1 \leq 2f_1,$$

то при условии $\alpha_1 + \alpha_2 < f_1 + f_2 + (t_1 + t_2)/2$ сервис не производится, т.е. $n_1^* = 0$, $n_2^* = 0$. Иначе в сервисе участвуют полностью обе группы, т.е. $n_1^* = 1$, $n_2^* = 1$, при этом $p_1^* = \alpha_1 - \frac{t_1}{2}$, $p_2^* = \alpha_2 - \frac{t_2}{2}$, $\pi^M = \alpha_1 - \frac{t_1}{2} - f_1 + \alpha_2 - \frac{t_2}{2} - f_2$.

Если

$$t_2 - t_1 > 2f_1,$$

то при условии $\alpha_1 + \alpha_2 < f_2 + \sqrt{(2f_1 + t_1)t_2}$ сервис не производится, т.е. $n_1^* = 0$, $n_2^* = 0$. В противном случае возможны два случая: если $\alpha_1 + \alpha_2 \geq t_2 + f_2$, то в сервисе участвуют полностью обе группы, т.е. $n_1^* = 1$, $n_2^* = 1$, при этом $p_1^* = \alpha_1 - \frac{t_1}{2}$, $p_2^* = \alpha_2 - \frac{t_2}{2}$, $\pi^M = \alpha_1 - \frac{t_1}{2} - f_1 + \alpha_2 - \frac{t_2}{2} - f_2$. Если же $\alpha_1 + \alpha_2 < t_2 + f_2$, то первая группа полностью участвует в сервисе, а вторая группа лишь частично: $n_1^* = 1$, $n_2^* = \frac{1}{t_2}(\alpha_1 + \alpha_2 - f_2) \in (0, 1)$. При этом, $p_1^* = \frac{1}{t_2}(\alpha_1^2 + \alpha_1\alpha_2 - \alpha_1 f_2 - \frac{1}{2}t_1 t_2)$, $p_2^* = \frac{1}{2}(\alpha_2 - \alpha_1 + f_2)$, $\pi^M = \frac{1}{2t_2}[(\alpha_1 + \alpha_2 - f_2)^2 - (2f_1 + t_1)t_2]$.

Таким образом, если затраты сторон различаются не сильно, сервис либо вообще не производится, либо обе стороны полностью участвуют в сервисе. Если же затраты сторон различаются существенно, то в зависимости от сетевых экстерналий появляется еще одна возможность: группа с меньшими затратами полностью участвует в сервисе, а вторая лишь частично.

Интерес представляет специальный случай симметричных сторон.

Следствие 3.1. *Предположим $t_1 = t_2 = t, f_1 = f_2 = f, \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$. Тогда если $\alpha \leq \frac{t}{2} + f$, то сервис не производится, иначе обе стороны полностью участвуют в сервисе, при этом $p_1^* = p_2^* = \alpha - \frac{t}{2}$, $\pi^M = 2(\alpha - f) - t$.*

4. Социальный оптимум

Теперь найдем решение для социального оптимального рынка. Аналогично, $x_0 = \frac{1}{2}$ оптимальное расположение для платформы. Тогда целевая функция общественного благосостояния имеет вид:

$$\begin{aligned} W^S &= (\alpha_1 + \alpha_2)n_1^*n_2^* - n_1^*f_1 - n_2^*f_2 - \left(\frac{n_1^*}{2}\right)^2t_1 - \left(\frac{n_2^*}{2}\right)^2t_2 = \\ &= \underbrace{(\alpha_1 + \alpha_2)n_1^*n_2^*}_{\text{platform's network externality}} - \underbrace{(n_1^*f_1 + n_2^*f_2)}_{\text{platform's cost}} - \underbrace{\frac{1}{4}(n_1^{*2}t_1 + n_2^{*2}t_2)}_{\text{transport cost}}. \end{aligned} \quad (4.1)$$

В социальном оптимуме раздел рынка (n_1^*, n_2^*) максимизирует общественное благосостояние. Аналогично предыдущему разделу можно показать, что внутреннего решения здесь также нет.

Лемма 4.1. *Оптимальное решение, дающее максимум общественного благосостояния, не может быть внутренней точкой области $0 < n_1^* < 1, 0 < n_2^* < 1$.*

Также, как выше, предположим, что $t_2 \geq t_1$, иначе просто перенумеруем группы.

Утверждение 4.1. *Оптимально социальная стратегия имеет следующий вид. Если затраты сторон различаются не сильно, или*

$$t_2 - t_1 \leq 4f_1,$$

то при условии $\alpha_1 + \alpha_2 < f_1 + f_2 + (t_1 + t_2)/4$ сервис не производится, т.е. $n_1^ = 0, n_2^* = 0$. Иначе в сервисе участвуют полностью обе группы, т.е. $n_1^* = 1, n_2^* = 1$, при этом $W^{S_2^*} = \alpha_1 + \alpha_2 - (f_1 + f_2) - \frac{1}{4}(t_1 + t_2)$. Если же*

$$t_2 - t_1 > 4f_1,$$

то при условии $\alpha_1 + \alpha_2 < f_2 + \frac{1}{2}\sqrt{(4f_1 + t_1)t_2}$ сервис не производится, т.е. $n_1^ = 0, n_2^* = 0$. В противном случае возможны два случая: если $\alpha_1 + \alpha_2 \geq \frac{1}{2}t_2 + f_2$, то в сервисе участвуют полностью обе группы,*

т.е. $n_1^* = 1, n_2^* = 1$, при этом $W^{S_2^*} = \alpha_1 + \alpha_2 - (f_1 + f_2) - \frac{1}{4}(t_1 + t_2)$. Если же $\alpha_1 + \alpha_2 < \frac{1}{2}t_2 + f_2$, то первая группа полностью участвует в сервисе, а вторая группа лишь частично: $n_1^* = 1, n_2^* = \frac{2(\alpha_1 + \alpha_2 - f_2)}{t_2} \in (0, 1)$. При этом, $W^{S_3^*} = \frac{1}{4t_2}[4(\alpha_1 + \alpha_2 - f_2)^2 - (4f_1 + t_1)t_2]$.

Аналогично случаю монополии, если затраты двух сторон различаются незначительно, сервис либо не производится, либо охватывает обе стороны полностью. Если же различия значительны, то в зависимости от сетевых экстерналий добавляется еще одна возможность, когда одна из сторон с меньшими затратами участвует в сервисе полностью, а другая сторона лишь частично.

Для симметричного случая имеет место утверждение.

Следствие 4.1. *Предположим $t_1 = t_2 = t, f_1 = f_2 = f, \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$. Тогда если $\alpha \leq \frac{t}{4} + f$, то социально оптимальный сервис не производится, иначе обе стороны полностью участвуют в сервисе, при этом $W^{S_2^*} = 2(\alpha - f) - \frac{1}{2}t$.*

5. Социальный оптимум для монополярной платформы

Найдем условия, при которых возможен социальный оптимум на монополярной платформе. Вначале заметим, что социальное благосостояние (2.4) явно зависит от n_1^* and n_2^* , куда не входят p_1^* и p_2^* . Кроме того, в случае $(n_1^* = 1, n_2^* \in (0, 1))$, оптимальные значения для второй группы на рынке различаются для социального оптимума и оптимальной монополярной платформы. Социальный оптимум достигается при $n_1^* = 1, n_2^* = \frac{2}{t_2}(\alpha_1 + \alpha_2 - f_2)$, в то время, как оптимальная прибыль монополярной платформы достигается при $n_1^* = 1, n_2^* = \frac{1}{t_2}(\alpha_1 + \alpha_2 - f_2)$. То есть на монополярном рынке размер второй группы равен половине ее значения в социальном оптимуме. Таким образом, монополярная платформа будет социально оптимальной, только в случае, когда все стороны участвуют в рынке. Из утверждений 3.1 и 4.1 следует, что монополярная платформа привлечет обе стороны для участия в рынке при выполнении следующих условий.

Утверждение 5.1. *Монополярная платформа является социально оптимальной при выполнении следующих условий: (1) $t_2 > 2f_1 + t_1$ и $\alpha_1 + \alpha_2 > t_2 + f_2$; (2) $t_2 < 2f_1 + t_1$ и $\alpha_1 + \alpha_2 > \frac{1}{2}(t_1 + t_2) + f_1 + f_2$.*

Для симметричного случая:

Следствие 5.1. Пусть $t_1 = t_2 = t, f_1 = f_2 = f, \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$. Монопольная платформа является социально оптимальной, когда $\alpha > \frac{t}{2} + f$.

6. Дуополия

Рассмотрим теперь двухсторонний рынок в условиях дуополии. Предположим, что есть две экономические платформы, находящиеся на линейном сегменте $[0, 1]$ в точках a и b , соответственно. Для удобства будем считать $0 \leq a < b \leq 1$. По-прежнему рассматриваем рынок, где есть две группы агентов: группа 1 (назовем ее группа покупателей) и группа 2 (продавцы). Предположим, что покупатели и продавцы равномерно распределены на единичном отрезке, их положение на линейном рынке обозначим соответственно, x_1 ($0 \leq x_1 \leq 1$) и x_2 ($0 \leq x_2 \leq 1$). В отличие от предыдущих рассмотрений теперь у агентов есть выбор: посетить платформу I или II. Предполагается, что агенты в своем выборе руководствуются значениями своих полезностей от посещения платформ.

Полезности агентов групп 1 и 2 при использовании платформы, расположенной в a , представлены выражениями:

$$u_{x_1}^{(1)} = \alpha_1 n_2^{(1)} - p_1^{(1)} - |x_1 - a| t_1, \quad (6.1)$$

$$u_{x_2}^{(1)} = \alpha_2 n_1^{(1)} - p_2^{(1)} - |x_2 - a| t_2, \quad (6.2)$$

а при посещении платформы в b полезности имеют вид:

$$u_{x_1}^{(2)} = \alpha_1 n_2^{(2)} - p_1^{(2)} - |x_1 - b| t_1, \quad (6.3)$$

$$u_{x_2}^{(2)} = \alpha_2 n_1^{(2)} - p_2^{(2)} - |x_2 - b| t_2, \quad (6.4)$$

где $n_i^{(j)}$, $i = 1, 2; j = 1, 2$ размер группы i на платформе j ; $p_i^{(j)}$, $i = 1, 2; j = 1, 2$ цена, которую платит агент i при посещении платформы j ; α_i , $i = 1, 2$ степень влияния на выигрыш одной из сторон рынка размера другой стороны, и t_i , $i = 1, 2$ степень влияния транспортных издержек при посещении платформы для агента i 'ой группы.

Для простоты рассмотрим здесь случай, когда сервис обеих платформа охватывает все группы рынка, т.е. $n_i^{(1)} + n_i^{(2)} = 1, i = 1, 2$.

Агент i -ой группы, для которого полезности от посещения платформ I и II будут одинаковы, определяет границу соответствующих областей раздела рынка. Из уравнений (6.1)-(6.4) находим его положение на сегменте $[0, 1]$:

$$x_i = \frac{a+b}{2} + \frac{1}{2t_i} \left(2\alpha_i n_j^{(1)} + p_i^{(2)} - p_i^{(1)} - \alpha_i \right), i \neq j, i = 1, 2.$$

Таким образом, после объявления цен на сервис $p_i^{(j)}, i = 1, 2; j = 1, 2$ рынок разделится следующим образом: первую платформу выберут

$$n_i^{(1)} = \frac{a+b}{2} + \frac{1}{2t_i} \left(2\alpha_i n_j^{(1)} + p_i^{(2)} - p_i^{(1)} - \alpha_i \right), i \neq j; i = 1, 2, \quad (6.5)$$

агентов, а вторую платформу

$$n_i^{(2)} = 1 - n_i^{(1)}, i = 1, 2 \quad (6.6)$$

агентов. Из уравнений (6.5) находим выражения для $n_i^{(1)}, i = 1, 2$ через $p_i^{(j)}$:

$$n_i^{(1)} = \frac{(p_i^{(2)} - p_i^{(1)})t_j + (p_j^{(2)} - p_j^{(1)})\alpha_i + (a+b)t_j(\alpha_i + t_i) - \alpha_1\alpha_2 - \alpha_i t_j}{2(t_1 t_2 - \alpha_1 \alpha_2)},$$

где $i = 1, 2; i \neq j$.

Выигрыши платформ запишутся следующим образом

$$\pi^{(i)}(p_1^{(1)}, p_2^{(1)}; p_1^{(2)}, p_2^{(2)}) = n_1^{(i)}(p_1^{(i)} - f_1^{(i)}) + n_2^{(i)}(p_2^{(i)} - f_2^{(i)}), \quad i = 1, 2,$$

где $f_1^{(i)}$ и $f_2^{(i)}$, есть затраты на платформе i на обслуживание одного агента из групп 1 и 2, соответственно. Из условий первого порядка для оптимальных цен $\frac{\partial \pi^i}{\partial p_1^{(i)}} = 0; \frac{\partial \pi^i}{\partial p_2^{(i)}} = 0, i = 1, 2$, можно найти выражения для равновесия в задаче ценообразования на двухстороннем рынке.

Например, в случае одинаковых затрат на обслуживание каждой группы на обеих платформах ($f_i^{(j)} = f_i, \forall j$) и одинаковых транспортных издержках для всех сторон рынка ($t_1 = t_2 = t$), получим аналитические выражения для оптимальных цен на первой платформе:

$$p_i^{(1)} = f_i - \alpha_j + \frac{t}{9t^2 - 2(\alpha_1 + \alpha_2)^2 - \alpha_1 \alpha_2} \left((a+b)(3t^2 + (\alpha_i - \alpha_j)t - \alpha_j^2 - 2\alpha_1 \alpha_2) - (\alpha_1 + \alpha_2)(2\alpha_i + \alpha_j) + t(6t - \alpha_i + \alpha_j) \right), \\ i, j = 1, 2; i \neq j,$$

и на второй:

$$p_i^{(2)} = f_i - \alpha_j + \frac{t}{9t^2 - 2(\alpha_1 + \alpha_2)^2 - \alpha_1\alpha_2} \left((2 - a - b)(3t^2 + (\alpha_i - \alpha_j)t - \alpha_j^2 - 2\alpha_1\alpha_2) - (\alpha_1 + \alpha_2)(2\alpha_i + \alpha_j) + t(6t - \alpha_i + \alpha_j) \right),$$

$i, j = 1, 2; i \neq j.$

Замечание 6.1. В симметричном случае $a + b = 1$, когда платформы находятся на одинаковом расстоянии от середины отрезка $[0, 1]$, например, на краях рынка ($a = 0, b = 1$), отсюда следует, что равновесные цены на обеих платформах ($l = 1, 2$) имеют одинаковый вид:

$$p_1^{(l)} = f_1 + t - \alpha_2,$$

$$p_2^{(l)} = f_2 + t - \alpha_1.$$

Это совпадает с выражениями, полученными в Утверждении 1 работы [2].

Замечание 6.2. В случае однородных групп на рынке $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$, равновесные цены принимают простой вид:

$$p_i^{(1)} = f_i - \alpha + \frac{t}{3}(2 + a + b), \quad i = 1, 2,$$

$$p_i^{(2)} = f_i - \alpha + \frac{t}{3}(4 - a - b), \quad i = 1, 2.$$

Для **примера** предположим, что первая платформа расположена в точке $1/6$, а вторая в точке $2/3$ на линейном сегменте $[0, 1]$. Рассмотрим двухсторонний рынок, где $\alpha_1 = 4/5, \alpha_2 = 9/10$, и транспортные цены равны $t = 1$. Предположим также, что затраты на обслуживание отсутствуют, т.е. $f_i, i = 1, 2$ равны нулю.

В равновесии получаем цены на первой платформе:

$$p_1^{(1)} = \frac{17}{300}, \quad p_2^{(1)} = \frac{33}{250},$$

и на второй платформе:

$$p_1^{(2)} = \frac{43}{300}, \quad p_2^{(2)} = \frac{67}{250}.$$

Видно, что цены на обслуживание на второй платформе выше. Это происходит из-за ее выгодного положения на рынке.

7. Заключение

Исследована структура цен в равновесии на двухстороннем рынке ограниченного размера. Сервис производится на одной или двух платформах для гетерогенных агентов и эндогенного спроса. Целевыми функциями являются максимальная прибыль платформы и общественное благосостояние. Найдены точные выражения для цен, которые зависят от структуры затрат и сетевых экстерналий. В случае одной платформы показано, что когда затраты сторон различаются не сильно, сервис не происходит. В противном случае в сервисе участвуют обе стороны полностью. Если затраты сторон сильно различаются, то когда сетевые экстерналии среднего размера возможно частичное покрытие рынка для стороны с большими затратами. Для случая двух платформ получены аналитические выражения для равновесных цен.

Авторы благодарят Jaimie W. Lien, Xinhong Hu и Xinhuan Zhang за полезные комментарии. Работа была поддержана грантами Tsinghua University (проект: 20151080397), the National Natural Science Foundation of China (проект: 61661136002) и РФФИ (проект: 16-51-55006).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Armstrong M. *Competition in two-sided markets* // RAND Journal of Economics. 2006. V. 37. P. 668–691.
2. Armstrong M., Wright J. *Two-Sided Markets, Competitive Bottlenecks and Exclusive Contracts*. Economic Theory. 2007. V. 32. P. 353–380.
3. Baye M., Morgan J. *Information Gatekeepers on the Internet and the Competitiveness of Homogenous Product Markets*. American Economic Review. 2001. V. 91. P. 454–474.
4. Caillaud B., Jullien B. *Chicken and Egg: Competition Among Intermediation Service Providers* // RAND Journal of Economics. 2003. V. 34. P. 309–328.

5. Li M., Lien J.W. and Zheng J. *First Mover Advantage versus Price Advantage - The Role of Network Effect in the Competition between Proprietary Software (PS) and Opensource Software (OSS)*. Working Paper. 2017.
6. Li M., Lien J. W. and Zheng J. *Timing in Bricks versus Clicks: Real and Virtual Competition with Sequential Entrants*. Working Paper. 2018.
7. Li M., Zheng J. *Open Source Software Movement: A Challenging Opportunity for the Development of China's Software Industry* // Journal of Electronic Science and Technology of China. 2004. V. 2(3). P. 47–52.
8. Lien J.W., Mazalov V.V., Melnik A.V. and Zheng J. *Wardrop Equilibrium for Networks with the BPR Latency Function* // Lecture Notes in Computer Science. 2016. V. 9869: Discrete Optimization and Operations Research (Proceedings of the 9th International Conference, DOOR 2016). P. 37–49.
9. Mazalov V.V., Chirkova Yu.V., Zheng J. and Lien J.W. *A Game-Theoretic Model of Virtual Operators Competition in a Two-Sided Telecommunication Market* // Automation and Remote Control. 2018. V. 79(4). P. 737–756.
10. Mazalov V.V., Melnik A.V. *Equilibrium Prices and Flows in the Passenger Traffic Problem* // International Game Theory Review. 2016. V. 18(1). P. 1-19.
11. Parker G., Van Alstyne M. *Information Complements, Substitutes, and Strategic Product Design*. New Orleans, Louisiana: Mimeo, Tulane University and University of Michigan, 2000.
12. Rochet J.C., Tirole J. *Cooperation among Competitors: The Economics of Payment Card Associations* // Rand Journal of Economics. 2002. V. 33. P. 1–22.
13. Rochet J.C., Tirole J. *Platform Competition in Two-Sided Markets* // Journal of the European Economic Association. 2003. V. 1. P. 990–1029.

14. Rochet J.C., Tirole J. *Two-Sided Markets: A Progress Report* // RAND Journal of Economics. 2006. V. 37. P. 645–667.
15. Schmalensee R. *Payment Systems and Interchange Fees* // Journal of Industrial Economics. 2002. V. 50. P. 103–122.

PRICING OF PLATFORMS IN TWO-SIDED MARKETS WITH HETEROGENEOUS AGENTS AND LIMITED MARKET SIZE

Zhenhua Feng, Institute of Economics, Tsinghua University, Beijing, P.R. China, student (fengzh.13@sem.tsinghua.edu.cn),

Taoxiong Liu, Institute of Economics, Tsinghua University, Beijing, P.R. China, professor (liutx@tsinghua.edu.cn),

Vladimir V. Mazalov, Institute of Applied Mathematical Research Karelian Research Center of RAS, Dr.Sc., professor (vmazalov@krc.karelia.ru),

Jie Zheng, School of Economics and Management, Tsinghua University, Beijing, P.R. China, professor (jie.academic@gmail.com).

Abstract: We study a two-sided market represented by network platforms and heterogeneous agents. Our setup departs from Armstrong (2006)'s monopoly model by assuming both (1) a continuum of agents of limited size on each side of the market and (2) heterogeneous utility of agents with Hotelling specification. We show that the monopoly's optimal pricing strategy always results in a corner solution in terms of the equilibrium market share. We also solve for the social planner's optimization problem and obtain a similar corner solution result. In addition, the exact values for the equilibrium in the case of duopoly for a two-sided market on two platforms are obtained.

Keywords: network externalities, monopoly and duopoly platforms, social optimum, heterogeneous agents, two-sided markets, Hotelling model.