Математическая Теория Игр и её Приложения, т.11, в.1, с. 96–114

УДК 519.86
ББК 22.18

ДИНАМИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ СОГЛАСОВАНИЯ ЧАСТНЫХ И ОБЩЕСТВЕННЫХ ИНТЕРЕСОВ ПРИ ПРОДВИЖЕНИИ ИННОВАЦИЙ

Геннадий А. Угольницкий*
Анатолий Б. Усов
Южный Федеральный университет
344090 г. Ростов-на-Дону,ул.Мильчакова 8а
e-mail: ougoln@mail.ru, tol151968@yandex.ru

Статья посвящена моделированию системы согласования частных и общественных интересов при продвижении инноваций в организации. При моделировании учитываются субъекты управления двух уровней (супервайзер, агенты), отношения между которыми носят иерархический характер. Указаны алгоритмы построения равновесий в играх Гермейера Γ_{1t}, Γ_{2t}. При исследовании используется метод качественно репрезентативных стратегий. Приведены результаты ряда имитационных экспериментов, дан анализ полученных результатов

Ключевые слова: равновесие Нэша, равновесие Штакельберга, имитация, игры Гермейера, метод качественно репрезентативных стратегий.

Поступила в редакцию: 06.12.18 *После доработки*: 11.02.19 *Принята к публикации*: 20.03.19

1. Введение

Актуальность разных аспектов продвижения инновационных технологий сегодня не вызывает сомнений. Правительства разных стран

* Работа выполнена при финансовой поддержке РНФ, проект 17-19-01038

инвестируют огромные средства в научные исследования и инновационную деятельность, например, в 2016 году Южная Корея на научные исследования и разработки в сфере инновационного развития направила около 4,23 % ВВП, США – 2,79 %, Япония – около 3,29 %, Китай – 2,07 % [1]. В нашей стране инвестиции в инновационную деятельность в 2016 году составили 1,1 % ВВП. Поэтому важная задача – повышение эффективности вложений в инновационную деятельность. Для ее оценки в странах Европейского союза ежегодно публикуется «Европейское табло инноваций» (European Innovation Scoreboard). В нашей стране поддержкой инновационной деятельности занимается Российский фонд технологического развития, в Москве проводится ежегодный международный форум «Открытые инновации».

В последнее время наблюдается появление работ, посвященных математическому моделированию процессов внедрения инноваций в разного рода организациях. При этом под инновациями понимаются технологии, обеспечивающие качественный рост эффективности используемого оборудования или производственных процессов. Моделирование механизмов стимулирования сотрудников при внедрении инноваций в организациях проводилось в [2] на основе подхода теории управления организационными системами [3].

Данная статья является логическим продолжением [4]. Авторский подход к моделированию сложных систем управления подробно изложен в [5-7]. Предполагается, что в состав систем управления входят: один субъект управления верхнего уровня (принципал), один или несколько субъектов среднего уровня (супервайзеры) и субъекты нижнего уровня (агенты). Первым свое управление выбирает принципал и сообщает его остальным субъектам. Супервайзер выбирает свою стратегию поведения при известном выборе принципала и сообщает ее агентам. Агенты выбирают свои управления, когда выбор остальных субъектов уже известен. Отношения между принципалом, супервайзером и агентами строятся в соответствии с регламентами прямой или обратной игр Штакельберга [5]. При этом могут использоваться два метода иерархического управления: принуждение (административное управление) или побуждение (экономическое управление). При известных управлениях супервайзера и принципала между агентами возникает неантагонистическая игра, в которой ищется равновесие Нэша.

В отличие от [4], ниже при нахождении оптимальных стратегий агентов возникает известная задача оптимального управления [8], более точно описывающая интересы агентов в задаче продвижения инноваций. При численном исследовании задачи используется метод качественно репрезентативных сценариев имитационного моделирования [9], позволяющий с меньшими временными затратами по сравнению с методом прямого перебора областей допустимых управлений субъектов найти их оптимальные стратегии с заданной точностью.

2. Постановка задачи

Исследуем двухуровневую модель продвижения инноваций. Пусть имеется один субъект управления верхнего уровня (супервайзер) и N субъектов нижнего уровня (агентов). За внедрение инноваций отвечает супервайзер, хотя непосредственно внедрением занимаются агенты, которые стремятся к максимизации своих целевых функционалов, лишь частично связанных с инновациями. Предполагается, что внедрение инноваций обеспечивает устойчивое развитие организации, что является главной целью супервайзера. Добиться ее выполнения он может неединственным образом, поэтому супервайзер стремится также к максимизации своего целевого функционала.

Целевые функционалы агентов возьмем в виде

$$J_i(u_i(\cdot), s_i(\cdot), x(\cdot)) = \int_0^T e^{-\rho t}[f_i(u_i(t), s_i(t)) - \gamma_i x(t) - \frac{\alpha_i}{2} u_i^2(t)]dt \to \max . \tag{2.1}$$

Первое слагаемое в (2.1) выражает поощрение или наказание агента супервайзером при внедрении или отказе от внедрения инноваций, второе и третье слагаемые отражают потери агентов в зависимости от уровня стагнации в организации и затраты на внедрение инноваций соответственно.

Здесь T – момент времени t, до которого ведется рассмотрение; ρ – коэффициент дисконтирования; функции $u_i(t)$ есть управления агентов, выражающие их трудовые усилия по внедрению инноваций ($i = 1, 2, \ldots, N$); N – количество агентов; α_i, γ_i – постоянные, специфицирующие расходы агентов по внедрению инноваций и потери от уровня стагнации в организации; $s_i(t)$ – управление супервайзера – размер поощрения (наказания) i-го агента за продвижение (не продвижение) инноваций; $f_i(u_i(t), s_i(t))$ – функция поощрения или наказания агента супервайзером при внедрении или отказе от внедрения инноваций (возрастающая функция обоих аргументов); $x = x(t)$ – уровень стагнации фирмы (переменная состояния системы).

Целевые функционалы агентов J_i отражают их дисконтированный доход $(1, 2, \ldots, N)$ с учетом внедрения инноваций на периоде времени $[0, T]$ и рассматриваются с ограничениями на управления:

$$0 \leq u_i(t) \leq 1; \quad i = 1, 2, \ldots, N. \tag{2.2}$$

Целевой функционал супервайзера имеет вид:

$$J_0(\{u_i(\cdot)\}_{i=1}^N, \{s_i(\cdot)\}_{i=1}^N, x(\cdot)) = \tag{2.3}$$

$$= \int_0^T e^{-\rho t}[\gamma_0 x(t) + \sum_{i=1}^N f_i(u_i(t), s_i(t))]dt \to \min .$$

Функционал J_0 выражает дисконтированные расходы супервайзера при внедрении инноваций на периоде $[0, T]$.

Супервайзер устанавливает величину поощрения/наказания за продвижение/непродвижение инноваций $(s_i(t);\ i = 1, 2, \ldots, N)$. Постоянная γ_0 выражает потери супервайзера в зависимости от уровня стагнации в организации.

Ограничения на управления супервайзера имеют вид

$$0 \leq s_i(t) \leq s_{\max};\ s_{\max} = \text{const};\ i = 1, 2, \ldots, N;\ 0 \leq t \leq T\,. \tag{2.4}$$

Динамика системы описывается уравнением:

$$\frac{dx}{dt} = \beta(x, t) - \omega\sqrt{x(t)}\sum_{i=1}^N u_i(t); \quad x(0) = x_0\,. \tag{2.5}$$

Здесь $\beta(x, t)$ – функция стагнирования, зависящая от уровня стагнации; постоянная ω характеризует зависимость уровня стагнации от усилий агента по внедрению инноваций; x_0 – уровень стагнации в начальный момент времени.

Условия устойчивого развития системы [5] имеют вид

$$x(t) \leq x_{\max}\,;\ x_{\max} = \text{const}\,. \tag{2.6}$$

Постоянная $x_{\max}$ выражает экспертно оцениваемый допустимый уровень стагнации фирмы.

Исследуемая модель (2.1)–(2.6) с математической точки зрения представляет собой дифференциальную неантагонистическую игру N агентов и супервайзера при наличии иерархии в отношениях между ними. Динамика в ней описывается уравнением (2.5). Игра ведется в соответствии с информационными регламентами игр Гермейера Γ_{1t} или Γ_{2t} (прямые или обратные игры Штакельберга).

3. Алгоритмы построения равновесий

Примем следующие предположения относительно информационного регламента игры (2.1)–(2.6):

– все игроки используют программные стратегии;

– супервайзер выбирает и сообщает агентам экономические управления. Игра ведется в соответствии с информационным регламентом игр Гермейера Γ_{1t} или Γ_{2t};

– при известных стратегиях супервайзера агенты одновременно и независимо друг от друга выбирают свои стратегии поведения, что приводит к равновесию Нэша. Будем считать, что множество равновесий Нэша в игре агентов не пусто для рассматриваемого класса входных данных.

Приведем алгоритмы построения равновесий в модели (2.1)–(2.6). Алгоритм построения равновесия в игре Гермейера Γ_{1t} состоит в следующем [7]:

1. Супервайзер выбирает свою программную стратегию из множества допустимых управлений как вектор-функцию

$$s(t) = (s_1(t), s_2(t), \ldots, s_N(t))\,;$$

$$s(t) \in S = \{0 \le s_i(t) \le s_{\max};\, i = 1, \ldots, N,\, t \in [0, T]\}$$

и сообщает ее агентам.

2. Зная выбранную супервайзером стратегию, агенты разыгрывают между собой динамическую игру (2.1), (2.2), (2.5), решением которой служит равновесие Нэша $NE(s(\cdot))$. Равновесий Нэша может быть несколько:

$$u_k^{NE}(t) = \left(u_1^{NE}(t), u_2^{NE}(t), \ldots, u_N^{NE}(t)\right)_k \in NE(s(t));\;\; k = 1, 2, \ldots, l(s);$$

$l(s)$ - число равновесий Нэша при фиксированном управлении супервайзера $s(t)$.

3. Супервайзер, перебирая свои допустимые управления $s(t) \in S$, выбирает свою программную стратегию таким образом, чтобы минимизировать расходы (2.3) с учетом (2.4)–(2.6) на множестве равновесий Нэша $NE(s(\cdot))$:

$$s^*(t) = \arg \min_{s(t)\in S} \max_{1\le k\le l(s)} J_0(s(t), u_k^{NE}(s(t)), x(t)).$$

4. Равновесие в игре Гермейера Γ_{1t} имеет вид:

$$(s^*(t), u_{k0}^{NE}(s^{:*}(t))),$$

где $u_{k0}^{NE}(s^*(t)) = \arg \max_{1\le k\le l(s^*)} J_0(s^*(t), u_k^{NE}(s^*(t)), x(t))$.

Алгоритм построения равновесия в игре Гермейера Γ_{2t} для модели (2.1)–(2.6):

1. Супервайзер определяет стратегии наказания агентов, если они отказываются с ним сотрудничать:

$$s^P(t) = \left(s_1^P(t), s_2^P(t), \ldots, s_N^P(t)\right):$$

$$s_i^P(t) = \arg \min_{s(t)\in S} \max_{1\le k\le l(s)} J_i(u_k^{NE}(t), s(t), x(t)).$$

Здесь $u_k^{NE}(t) \in NE(s(t))$; $k = 1, 2, \ldots, l(s)$ – равновесия Нэша при фиксированном управлении супервайзера $s(t) \in S$; $l(s)$ – число равновесий Нэша.

Гарантированный выигрыш i-го агента при отказе от сотрудничества с супервайзером обозначим через

$$L_i = \min_{s(t)\in S} \max_{1\le k\le l(s)} J_i(u_k^{NE}(t), s(t), x(t));\ i = 1, 2, \ldots, N.$$

2. Решается задача оптимального управления (2.2)–(2.6) с N условиями $L_i < J_i(u_i(t), s_i(t), x(t))$; $i = 1, 2, \ldots, N$. Минимум ищется по вектор-функциям

$$s(t) = (s_1(t), s_2(t), \ldots, s_N(t))\,;\ u(t) = (u_1(t), u_2(t), \ldots, u_N(t))\,.$$

Решение указанной задачи оптимального управления обозначим

$$s^R(t) = \left(s_1^R(t), s_2^R(t), \ldots, s_N^R(t)\right);\ u^R(t) = \left(u_1^R(t), u_2^R(t), \ldots, u_N^R(t)\right),$$

где $s_i^R(t)$ есть стратегия поощрения i-го агента супервайзером.

3. Супервайзер предъявляет агентам стратегии с обратной связью по их управлениям:

$$s_i(t) = \begin{cases} s_i^R(t), & \text{если } u_i(t) = u_i^R(t) \text{ для } \forall\ t \in [0, T], \\ s_i^P(t), & \text{иначе.} \end{cases}$$

4. Решение игры Γ_{2t} имеет вид $(s^R(t),\ u^R(t))$.

В случае входных функций общего вида аналитически найти равновесия в играх Гермейера Γ_{1t} и Γ_{2t} для модели (2.1)–(2.6) не удается.

4. Переход к дискретному аналогу модели внедрения инноваций

Для входных функций общего вида исследование динамических иерархических систем управления проводится путем имитационного моделирования на основе метода сценариев. Полный перебор областей допустимых управлений супервайзера и агентов невозможен. Возникает задача отбора просматриваемых сценариев игры. Необходимо выбрать обозримое множество стратегий агентов и супервайзера для проведения имитационных экспериментов. Для решения этой задачи ниже используется метод качественно репрезентативных сценариев (КРС) [9]. При формировании множества КРС перейдем от дифференциальной модели (2.1)–(2.6) к ее эквивалентному многошагово-дифференциальному аналогу [7].

Субъекты управления не могут менять свои стратегии в любой момент времени. Управления субъектов остаются постоянными в течение некоторого промежутка времени. Не нарушая общности рассмотрения считаем, что стратегии всех субъектов управления постоянны на одинаковых интервалах времени, т.е.

$$h(t) = \begin{cases} h_1, & \text{если } 0 \le t < t_1, \\ h_2, & \text{если } t_1 \le t < t_2, \\ & \dots \\ h_K, & \text{если } t_{K-1} \le t < T. \end{cases} \tag{4.1}$$

$h_i = \text{const};\ t_i = i\Delta t;\ \Delta t\ =\ T/K;\ K$ – число интервалов постоянства управлений; $h(t)$ – управление супервайзера или агентов. С учетом (4.1) задача (2.1)–(2.6) примет вид:

– функционал супервайзера (2.3):

$$J_0(\{s_{ij}\}_{i,j=1}^{N(K)}, \{u_{ij}\}_{i,j=1}^{N(K)}, x(\cdot)) = \sum_{j=1}^{K}(\gamma_0 \int_{t_{j-1}}^{t_j} e^{-\rho t} x(t)dt+ \tag{4.2}$$

$$+\frac{1}{\rho}\sum_{i=1}^{N} f(s_{ij}, u_{ij})(e^{-\rho t_{j-1}} - e^{-\rho t_j})) \ \to \min;$$

– функционалы агентов (2.1): $i = 1, 2, \ldots, N$;

$$J_i(\{u_{ij}\}_{j=1}^{K}, \{s_{ij}\}_{j=1}^{K}, x(\cdot)) = \sum_{j=1}^{K}(-\gamma_i \int_{t_{j-1}}^{t_j} e^{-\rho t} x(t)dt+ \tag{4.3}$$

$$+(f(s_{ij}, u_{ij}) - \frac{\alpha_i}{2}u_{ij}^2)(e^{-\rho t_{j-1}} - e^{-\rho t_j})/\rho) \ \to \max;$$

– ограничения на управления (2.2), (2.4)

$$0 \le u_{ij}(t) \le 1; \ i = 1, 2, \ldots, N; \ j = 1, 2, \ldots, K, \tag{4.4}$$

$$0 \le s_{ij} \le s_{\max}; \ \ i = 1, 2, \ldots, N; \ j = 1, 2, \ldots, K. \tag{4.5}$$

Уравнение динамики (2.5) и условие (2.6) остаются без изменений.

Итак, далее решается задача (2.5), (2.6), (4.2)–(4.5). Минимум (4.2) ищется по $N \times K$ переменным s_{ij} ($i = 1, 2, \ldots, N$; $j = 1, 2, \ldots, K$); максимум (4.3) – по u_{ij} ($i = 1, 2, \ldots, N$; $j = 1, 2, \ldots, K$). В отличие от (2.1), (2.3) управлениями в (4.2), (4.3) являются кусочно-постоянные функции вида (4.1), то есть задача (4.2), (4.3) сводится к нахождению функции $x(t)$ и $2N \times K$ переменных u_{ij}, s_{ij} ($i = 1, 2, \ldots, N$; $j = 1, 2, \ldots, K$). Конкретизируем алгоритмы построения равновесий в играх Гермейера Γ_{1t} и Γ_{2t} для модели (2.5), (2.6), (4.2)–(4.5).

Алгоритм построения равновесия в игре Гермейера Γ_{1t}:

1. Супервайзер выбирает свою программную стратегию $s^{(0)} = \{s_{ij}\}_{i,j=1}^{N(K)}$ – $N \times K$ переменных s_{ij} ($i = 1, 2, \ldots, N$; $j = 1, 2, \ldots, K$) из множества допустимых управлений (4.5) и сообщает ее агентам.

2. Зная выбранную супервайзером стратегию, агенты разыгрывают между собой динамическую неантагонистическую игру (4.3), (4.4), (2.5), решением которой служат равновесия Нэша:

$$u_k^{NE}(s^{(0)}) = (\{u_{ij}^{NE}\}_{i,j=1}^{N(K)})_k \ k = 1, 2, \ldots, l(s^{(0)}),$$

зависящие от $s^{(0)}$, как от параметра; $l(s^{(0)})$ – число равновесий Нэша при фиксированном $s^{(0)}$.

3. Супервайзер, перебирая свои допустимые управления $s^{(0)} = \{s_{ij}\}_{i,j=1}^{N(K)}$ из (4.5), выбирает программную стратегию таким образом, чтобы минимизировать (4.2) с учетом (2.5), (2.6) на множестве равновесий Нэша $u_k^{NE}(s^{(0)})$ $(k = 1, 2, \ldots, l(s^{(0)}))$, т.е.

$$s^* = \left\{s_{ij}^*\right\}_{i,j=1}^{N(K)} = \arg\min_{s^{(0)}} \max_{1\le k\le l(s^{(0)})} J_0(s^{(0)}, u_k^{NE}(s^{(0)}), x(t)).$$

4. Равновесие в игре Гермейера Γ_{1t} имеет вид:

$$(s^*, u_{k0}^{NE}(s^*)), \text{ где } u_{k0}^{NE}(s^*) = \arg \max_{1\le k\le l(s^*)} J_0(s^*, u_k^{NE}(s^*), x(t)).$$

Алгоритм построения равновесия в игре Гермейера Γ_{2t}:

1. Супервайзер определяет стратегии наказания агентов $(i = 1, 2, \ldots, N)$:

$$s_i^P = \left\{s_{ij}^P\right\}_{j=1}^{K} = \arg\min_{s^{(0)}} \max_{1\le m\le l(s^{(0)})} J_i(u_m^{NE}(s^{(0)}), s^{(0)}, x(t)).$$

Здесь сохранены принятые ранее обозначения. Гарантированный выигрыш i-го агента при этом есть

$$L_i = \min_{s^{(0)}} \max_{1\le m\le l(s^{(0)})} J_i(u_m^{NE}(s^{(0)}), s^{(0)}, x(t));\ i = 1, 2, \ldots, N.$$

2. Решается задача (4.2), (4.4), (4.5), (2.5), (2.6) с N условиями

$$L_i < J_i(\left\{u_{ij}\right\}_{j=1}^{K}, \left\{s_{ij}\right\}_{j=1}^{K}, x(t));\ i = 1, 2, \ldots, N.$$

Максимум ищется по $(2\ KN)$ неизвестным $\left\{u_{ij}, s_{ij}\right\}_{i,j=1}^{N(K)}$. Решение данной задачи обозначим $\left\{u_{ij}^R\right\}_{i,j=1}^{N(K)}; \left\{s_{ij}^R\right\}_{i,j=1}^{N(K)}$.

3. Супервайзер предъявляет агентам стратегии с обратной связью по управлениям:

$$s_i = \left\{s_{ij}\right\}_{j=1}^{K} = \begin{cases} \left\{s_{ij}^R\right\}_{j=1}^{K}, & \text{если } u_i = \left\{u_{ij}^R\right\}_{j=1}^{K}, \\ \left\{s_{ij}^P\right\}_{j=1}^{K}, & \text{иначе.} \end{cases};\ i = 1, 2, ..., N$$

4. При экономически разумных агентах равновесие в игре Γ_{2t} имеет вид $\left\{s_{ij}^R,\ u_{ij}^R\right\}_{i(j)=1}^{N(K)}$.

Равновесие в играх Гермейера для моделей (2.5), (2.6), (4.2)–(4.5) ищется методом качественно репрезентативных сценариев (КРС) [9].

5. Построение множества качественно репрезентативных сценариев для модели внедрения инноваций

Идея метода качественно репрезентативных сценариев состоит в том, что при исследовании систем управления из множества потенциально возможных управлений можно выбрать очень небольшое число сценариев, позволяющих представить качественно различные пути развития системы.

Пусть $\Omega = S \times U$; $S = S_1 \times \ldots \times S_N$; $U = U_1 \times \ldots \times U_N$ – множество игровых ситуаций, причем $S_i = S_{i1} \times ... \times S_{iK}$; $U_i = U_{i1} \times \ldots \times U_{iK}$; S_{ij}; U_{ij} – множества допустимых управлений (стратегий) супервайзера и i-го агента в момент времени $t = t_j$; $j = 1, 2, \ldots, K$.

Идея метода состоит в предположении:

$$\forall i = 1, 2, \ldots, N \ \rightarrow \ S_i = S_i^{QRS};\ U_i = U_i^{QRS},$$

где множества U_i^{QRS} и S_i^{QRS} содержат качественно репрезентативные стратегии (КРС) i-го агента и супервайзера по отношению к i-у агенту ($i = 1, 2, \ldots, N$). Тогда $S_1^{QRS} \times ... \times S_N^{QRS} \times U_1^{QRS} \times \ldots \times U_N^{QRS} = S^{QRS} \times U^{QRS} = QRS$ есть множество КРС игры. Обоснование выбора этого множества дает следующее определение.

Определение 5.1. *Множество*

$$QRS = S^{QRS} \times U^{QRS} = \left\{(s,u)^{(1)}, (s,u)^{(2)}, \ldots, (s,u)^{(m)}\right\}$$

назовем множеством КРС игры, если выполнены два условия [9]:

а) для $\forall (s,\, u)^{(i)}, (s,u)^{(j)} \in QRS\, (i \neq j) \ \rightarrow \ |J_0^{(i)} - J_0^{(j)}| > \Delta$;

б) для $\forall (s,u)^{(l)} \notin QRS\ \exists (s,u)^{(j)} \in QRS : |J_0^{(l)} - J_0^{(j)}| \leq \Delta$.

Здесь $J_0^{(k)} = J_0((s,u)^{(k)}, x(\cdot))$; $k = i, j, l$ *– выигрыши супервайзера;* $s = (s_1, s_2, \ldots, s_N) = (s_{11}, s_{12}, \ldots, s_{1K}, s_{21}, \ldots, s_{2K}, s_{N1}, s_{N2}, \ldots, s_{NK})$ *– стратегия супервайзера;* $\Delta > 0$ *– некоторая постоянная;* $u = (u_1, u_2, \ldots, u_N) = (u_{11}, u_{12}, \ldots, u_{1K}, u_{21}, \ldots, u_{2K}, u_{N1}, u_{N2}, \ldots, u_{NK})$ *– стратегия агентов;* m *– мощность множества* QRS.

Алгоритм нахождения равновесия в игре Гермейера Γ_{1t} на множестве QRS:

1. Задаются вид и значения всех входных функций и параметров модели (4.2)–(4.5), (2.5), (2.6). Полагается $l = 1$.

2. Фиксируется очередная (l-я) стратегия супервайзера из S^{QRS}: $s^{(l)} = (s_1^{(l)}, s_2^{(l)}, \ldots, s_N^{(l)})$; $s_i^{(l)} \in S_i^{QRS}; i = 1, 2, \ldots, N$.

3. При фиксированной стратегии супервайзера путем полного перебора всех стратегий агентов из QRS находятся равновесия Нэша в игре (4.3), (4.4), (2.5). Пусть при фиксированной КРС супервайзера $s^{(l)} \in S^{QRS}$ есть $r(s^{(l)})$ равновесий Нэша:
$u_m^{NE}(s^{(l)}) \in U^{QRS} : u_m^{NE}(s^{(l)}) = (u_1^{NE}, u_2^{NE}, \ldots, u_N^{NE})_m$; $m = 1, 2, \ldots, r(s^{(l)})$.

4. Находится

$$\min_{s \in S^{QRS}} \max_{1 \le k \le r(s)} J_0(s, u_k^{NE}(s), x)$$

и сравнивается с наименьшим на данный момент значением (4.2). Минимальное значение (4.2), а также набор управлений, его доставляющих, сохраняются.

5. Если просмотрены не все стратегии супервайзера $s^{(l)} \in S^{QRS}$, то необходимо перейти к следующей стратегии ($l = l+1$) и вернуться на пункт 2 алгоритма.

6. Стратегии супервайзера и агентов, доставляющие наименьшее значение (4.2) в пункте 4 алгоритма и составляют равновесие в игре Гермейера Γ_{1t} на множестве КРС.

Дифференциальное уравнение (2.5) в пунктах 3, 4 алгоритма при каждой фиксированной стратегии агентов решается численно, например, методом Рунге-Кутта или конечных разностей.

Алгоритм нахождения равновесия в игре Гермейера Γ_{2t} на множестве QRS:

1. Задаются вид и значения всех входных функций и параметров модели (4.2)–(4.5), (2.5), (2.6).

2. Супервайзер определяет стратегии наказания агентов на множестве КРС:

$$s_i^P = \arg \min_{s \in S^{QRS}} \max_{1 \le m \le r(s)} J_i(u_m^{NE}(s), s, x(t));\ i = 1, 2, \ldots, N.$$

Гарантированный выигрыш i-го агента на множестве КРС есть

$$L_i = \min_{s \in S^{QRS}} \max_{1 \le m \le r(s)} J_i(u_m^{NE}(s), s, x(t));\ i = 1, 2, \ldots, N.$$

3. Путем полного перебора множества КРС игры, а именно стратегий супервайзера $s \in S^{QRS}$ и агентов $u \in U^{QRS}$, находится минимум (4.2) с учетом (2.5), (2.6) при N дополнительных условиях $L_i < J_i(u, s, x(t))$; $i = 1, 2, \ldots, N$. Решение данной задачи образует стратегии поощрения агентов супервайзером на множестве КРС:

$$(s^R, u^R);\ s^R = (s_1^R, s_2^R, \ldots, s_N^R);\ u^R = (u_1^R, u_2^R, \ldots, u_N^R);$$

$$s_i^R = \left\{s_{ij}^R\right\}_{j=1}^K \in S_i^{QRS};\ .u_i^R = \left\{u_{ij}^R\right\}_{j=1}^K \in U_i^{QRS}.$$

4. Супервайзер предъявляет агентам стратегии с обратной связью по их управлениям:

$$s_i = \begin{cases} s_i^R, & \text{если } u_i = u_i^R, \\ s_i^P, & \text{иначе,} \end{cases} \quad i = 1, 2, \ldots, N.$$

5. Равновесие в игре Γ_{2t} на множестве КРС имеет вид $\left\{s_i^R,\ u_i^R\right\}_{i=1}^N$.

Уравнение (2.5) в пунктах 2, 3 алгоритма, как и ранее, решается численно.

6. Результаты расчетов

Пусть для супервайзера и агентов в каждый момент времени $t_j = jT/K$ множества КРС ($S_{ij}^{QRS},\ U_{ij}^{QRS}\ i = 1, 2, ..., N;\ j = 1, 2, \ldots, K$) содержат не более $(M + 1)$ сценария:

$$S_{ij}^{QRS} = \left\{0;\ \frac{S_{\max}}{M};\ \frac{2S_{\max}}{M}; \ldots, \frac{M-1}{M}\,S_{\max}; S_{\max}\right\};$$

$$U_{ij}^{QRS} = \left\{0;\ \frac{1}{M};\ \frac{2}{M}; \ldots, \frac{M-1}{M}; 1\right\}.$$

Мощность множества КРС игры не превышает $|QRS| = (M+1)^{2KN}$, потому что после определения вида всех входных функций модели и значений входных параметров для каждого сценария из QRS проверяется выполнение первого условия в определении множества КРС. В ходе проверки этого условия возможно сужение множества КРС.

Построим множество КРС для модели (4.2)–(4.5), (2.5), (2.6) в случае $N = K = M = 2$. Первоначально оно содержит $|QRS| = 3^8 = 6561$ сценариев игры. После проверки первого условия в определении КРС для указанных ниже входных данных мощность множества КРС при $\Delta = 513$ уменьшилась до 123 сценариев, т.е. $|QRS| = 123$.

Имитационные эксперименты проводились на компьютере с микропроцессором A10 серии Intel Pentium G4620 с оперативной памятью 4 Гб на объектно-ориентированном языке программирования $C\#$ согласно приведенным алгоритмам. Среднее время одного имитационного эксперимента после построения множества КРС игры составило менее 8 минут. Основную часть этого времени заняло численное решение уравнения динамики (2.5) по неявной схеме метода конечных разностей для каждой КРС игры.

Численные расчеты по проверке первого условия в определении множества КРС игры проводились в случае: $N = M = K = 2$; $\omega = 0.1$ сут$^{-1}$; $f_i(u_i s_i) = B_i s_i u_i^2$; $B_i = 10$; $\gamma_i = 5$ у.е./сут; $\alpha_i = 300$ у.е./сут; $i = 1, 2$; $\gamma_0 = 10$ у.е./сут; $S_{\max} = 100$ у.е./сут; $\beta(x, t) = Ax$; $A = 0.08$ у.е./сут; $T = 365$ сут; $x_0 = 0.5$; $x_{\max} = 10$.
Здесь у.е. – условные единицы для обозначения затрат или дохода: сут – сутки. Результаты части проведенных численных расчетов приведены в табл. 1. Прочерк означает, что при таком сценарии игры выполнить условие (2.6) не удается. Часть результатов проверки второго условия в определении КРС для указанных входных данных приведена в табл. 2. Здесь

$$\Omega = \min_{(s,u)\in QRS} |J_0(s, u, x) - J_0^{(j)}|$$

Из анализа табл. 1, 2 следует, что значение входящей в определение КРС величины Δ можно положить равным $\Delta = 513$.

В табл. 3 приведены результаты влияния числа M (количества КРС для каждого игрока в фиксированный момент времени) на расходы супервайзера в равновесии игр Гермейера. Изменение числа M вызывает изменение числа КРС. Здесь $J_0^{\Gamma_{1t}}$ и $J_0^{\Gamma_{2t}}$ – расходы супервайзера в равновесии игр Гермейера Γ_{1t} и Γ_{2t}.

Анализ проведенных экспериментов показывает, что увеличение числа КРС несущественно изменяет величину Δ и не вызывает качественных изменений в поведении игроков. Разница между тремя ($K{=}2$) и тридцатью тремя ($K{=}32$) репрезентативными сценариями игры для супервайзера (в смысле (4.2)) в равновесии Гермейера для достаточно широкого класса входных функций и параметров несущественна (менее 10%).

Таблица 1. Результаты проверки условия 1 в определении КРС.

Стратегии $(s,u)^{(j)}$								$J_0^{(j)}$у.е.
s_{11}	s_{12}	s_{21}	s_{22}	u_{11}	u_{12}	u_{21}	u_{22}	
50	50	50	50	0	0	0	0	-
0	0	0	0	0.5	0.5	0.5	0.5	42
50	50	50	50	0.5	0.5	0.5	0.5	7542
100	100	100	100	0.5	0.5	0.5	0.5	15042
100	100	50	50	0.5	0.5	0.5	0.5	11292
100	0	50	0	0.5	0.5	0.5	0.5	5667
0	0	0	50	0.5	0.5	0.5	0.5	1917
0	50	0	50	0.5	0.5	0.5	0.5	3792
100	100	50	100	0.5	0.5	0.5	0.5	13167
50	50	100	50	0.5	0.5	0.5	0.5	9417
0	0	0	0	1	1	1	1	15
50	50	50	50	1	1	1	1	30014
100	100	100	100	1	1	1	1	60014
100	100	50	50	1	1	1	1	45014
0	0	0	50	1	1	1	1	7514
0	50	0	50	1	1	1	1	15014
100	100	50	100	1	1	1	1	52514
50	50	100	50	1	1	1	1	37514
100	100	100	100	1	0.5	0.5	0	22522
100	100	100	100	0	0.5	1	0	18794
100	100	100	100	1	0	0	0	15060
100	100	100	100	0.5	0	0	0.5	7685
50	0	50	0	1	0.5	1	0	15014
50	50	100	0	0	0.5	1	0	16919
50	50	50	100	1	0	0	0	7560

Таблица 2. Результаты проверки условия 2 в определении КРС.

Стратегии $(s,u)^{(j)} \notin QRS$								Ω
$s_{11}^{(j)}$	$s_{12}^{(j)}$	$s_{21}^{(j)}$	$s_{22}^{(j)}$	$u_{11}^{(j)}$	$u_{12}^{(j)}$	$u_{21}^{(j)}$	$u_{22}^{(j)}$	
15	15	15	15	0.2	0.2	0.3	0.1	345
15	15	15	15	0.8	0.8	0.6	0.7	323
15	15	15	15	0.4	0.8	0.1	0.6	513
15	15	15	15	0.3	0.3	0.8	0.8	472
70	70	70	70	0.25	0.25	0.3	0.3	432
70	70	70	70	0.75	0.75	0.6	0.6	351
70	70	70	70	0.8	0.8	0.4	0.4	89
70	70	70	70	0.8	0.3	0.3	0.8	351
30	30	30	30	0.3	0.3	0.3	0.3	164
30	70	15	70	0.3	0.3	0.3	0.8	260
70	70	15	15	0.7	0.3	0.3	0.3	449
25	25	80	80	0.3	0.3	0.3	0.3	292
25	25	25	80	0.6	0.3	0.8	0.3	476
100	20	20	20	0.2	0.8	0.8	0.1	237
0	20	20	20	0.4	0.6	0.8	0.3	492
70	10	10	30	0.2	0.4	0.6	0.8	349
80	80	10	10	0.6	0.9	0.3	0.8	170

Таблица 3. Зависимость расходов супервайзера от количества КРС.

M	$J_0^{\Gamma_{1t}}$	$J_0^{\Gamma_{2t}}$
2	626	3810
4	596	3711
8	581	3656
16	576	3604
32	569	3572

Следовательно, в данной модели при формировании множества КРС можно ограничиться случаем, когда величина M равна двум или четырем.

После того, как множество QRS игры построено, проводятся имитационные эксперименты для разных наборов входных данных.

В табл. 4 приведены выигрыши супервайзера и первого агента, а также значение переменной состояния в последний момент времени и индекс системной согласованности в равновесии игр Гермейера Γ_{1t} и Γ_{2t}.

Таблица 4. Результаты экспериментов на множестве КРС

L	$J_0^{\Gamma_{1t}}$	$J_0^{\Gamma_{2t}}$	$J_1^{\Gamma_{1t}}$	$J_1^{\Gamma_{2t}}$	$x^{\Gamma_{1t}}$	$x^{\Gamma_{2t}}$	$I^{\Gamma_{1t}}$	$I^{\Gamma_{2t}}$
1	626	3810	-313	1282	5.5	0.22	41.7	254
2	60	3810	-86	1788	0.22	0.22	4	254
3	60	3810	-865	1009	0.22	0.22	4	254
4	3131	4052	-313	1282	5.5	0.22	41.7	54
5	626	3935	-313	657	5.5	0.80	14.9	93
6	23	3778	-30	1842	0.1	0.003	2.1	370
7	15016	3849	5241	1262	0	0.65	938	240
8	156	3778	-78	1298	0.55	0.003	14	343
9	15014	3810	5242	1262	0	0.22	1001	254

Значение L=1 соответствует указанным выше входным данным; $L = 2$ – указанным выше данным и $\alpha_i = 30$ у.е./сут; $(i = 1, 2)$; $L = 3 - \gamma_i = 50$ у.е./сут; $(i = 1, 2)$; $L = 4 - \gamma_0 = 50$ у.е./сут; $L = 5 - \omega = 0.05$ сут$^{-1}$; $L = 6 - A = 0.03$ сут$^{-1}$; $\alpha_i = 10$ сут$^{-1}$; $(i = 1, 2)$; $L = 7 - A = 0.1$ сут$^{-1}$; $L = 8 - A = 0.03$ сут$^{-1}$; $L = 9 - x_{\max} = 1$. Здесь $x^{(reg)}$ – значение переменной состоянии в момент времени $t = T$; $I^{(reg)} = J_0^{(reg)}/J_{00}$ – индекс системной согласованности [5] в играх Гермейера Γ_{1t} и Γ_{2t}; J_{00} – значение целевого функционала супервайзера при нахождении его минимума сразу по всем управлениям: по $\left\{s_{ij}\right\}_{i(j)=1}^{N(K)}$ и по $\left\{u_{ij}\right\}_{i(j)=1}^{N(K)}$. Заметим, что индекс системной согласованности показывает, насколько близки интересы субъектов разных уровней. Чем он ближе к единице, тем лучше согласована система.

На основе проведенных имитационных экспериментов можно сделать следующие выводы.

1. В предложенной модели для широкого класса входных функций лучшая системная согласованность достигается при использовании информационного регламента игры Гермейера Γ_{1t} по сравнению с игрой Γ_{2t}. Тем не менее, и в том, и в другом случае система остается плохо согласованной.

2. Система управления внедрением инноваций, описываемая предложенной моделью, плохо согласована для любых наборов входных

данных. Имеется необходимость в иерархической организации системы внедрения инноваций и в использовании разных методов иерархического управления. Действительно, внедрение инноваций дает материальный эффект спустя некоторый промежуток времени, а само внедрение сопровождается значительными расходами. Поэтому интересы агентов и супервайзера, отвечающего за внедрение инноваций, противоположны – система плохо согласована.

3. Использование информационного регламента игры Гермейера Γ_{2t} приводит к более низкому уровню стагнации фирмы по сравнению с регламентом игры Γ_{1t}, но к большим расходам по внедрению инноваций со стороны супервайзера. Для агентов, наоборот, использование супервайзером информационного регламента игры Гермейера Γ_{2t} дает больший выигрыш.

4. При уменьшении расходов агентов по внедрению инноваций или их расходов в зависимости от уровня стагнации фирмы их выигрыш, ожидаемо, возрастает, расходы супервайзера при этом не возрастают. Увеличение расходов супервайзера в зависимости от уровня стагнации фирмы вызывает рост его общих расходов, доход агентов при этом не меняется.

5. С увеличением зависимости уровня стагнации фирмы от усилий агентов по внедрению инноваций расходы супервайзера возрастают, выигрыши агентов не уменьшаются. Наблюдается сильная зависимость выигрыша агентов и расходов супервайзера от параметров функции стагнирования фирмы. Изменение максимально допустимого уровня стагнации фирмы также приводит к резкому изменению расходов супервайзера и выигрыша агентов.

7. Заключение

В работе предложена теоретико-игровая модель внедрения инноваций в организациях. В ней возможно использование двух информационных регламентов, соответствующих играм Гермейера Γ_{1t} и Γ_{2t}(прямые и обратные игры Штакельберга). Указаны алгоритмы построения равновесий. Реализация предложенных алгоритмов проведена численно путем имитационных экспериментов методом КРС. Анализ полученных результатов позволил сделать вывод о том, что внедрение инноваций возможно только при иерархической организации систем управления. Агенты, преследуя свои эгоистические цели, слабо заинтересованы во внедрении инноваций, поэтому в системе нужен супервайзер, контролирующий эту функцию. Супервайзер, используя только экономические методы воздействия на агентов, способен добиться поддержания невысокого уровня стагнации фирмы и внедрения инноваций в ней.

В дальнейшем планируется усложнение предложенной модели внедрения инноваций путем учета в производственной функции уровня стагнации, а также рассмотрение «близоруких» агентов, стремящихся к максимизации своего выигрыша только за один временной промежуток.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кузнецова Г.В. *Современное положение России на мировом рынке НИОКР* // Российский внешнеэкономический вестник. 2017. №2. С. 15–23.

2. Новиков Д.А., Иващенко А.А. *Модели и методы организационного управления инновационным развитием фирмы.* М.: Комкнига. 2006.

3. Новиков Д.А. *Теория управления организационными системами.* М. Физматлит. 2007.

4. Угольницкий Г.А., Усов А.Б. *Теоретико-игровая модель согласования интересов при инновационном развитии корпорации* // Компьютерные исследования и моделирование. 2016. №8(4). С. 673–684.

5. Угольницкий Г.А. *Управление устойчивым развитием активных систем.* Ростов-на-Дону: издательство Южного федерального университета. 2016.

6. Угольницкий Г.А., Усов А.Б. *Динамические иерархические игры двух лиц в программных стратегиях и их приложения* // Математическая теория игр и ее приложения. 2013. № 5(2). С. 82–104.

7. Угольницкий Г.А., Усов А.Б. *Алгоритмы решения дифференциальных моделей иерархических систем управления* // Автоматика и телемеханика. 2016. №5. С.148–158.

8. Dockner E., Jorgensen S., Long N.V., Sorger G. *Differential Games in Economics and Management Science*. Cambridge University Press. 2000.

9. Ougolnitsky G.A., Usov A.B. *Computer Simulations as a Solution Method for Differential Games* // Computer Simulations: Advances in Research and Applications. Eds. M.D. Pfeffer and E. Bachmaier. N.Y.: Nova Science Publishers. 2018. P. 63–106.

DYNAMIC MODELS OF PRIVATE AND PUBLIC INTERESTS COMBINING IN PROMOTING INNOVATIONS

Gennady. A. Ougolnitsky, Institute of Mathematics, Mechanics and Computer Sciences, Southern Federal University, Dr.Sc., associate professor (ougoln@mail.ru)
Anatoly B. Usov, Institute of Mathematics, Mechanics and Computer Sciences, Southern Federal University, Dr.Sc., associate professor (tol151968@yandex.ru)

Abstract: The article is devoted to modeling the system of coordination of private and public interests in promoting innovations in the organization. Subjects of controls of two levels (supervisor, agents) are taken into account. The relations between subjects are hierarchical. The algorithms for constructing equilibria in the games of Germeyer Γ_{1t}, Γ_{2t} and are indicated. In the study uses the method of qualitatively representative strategies. The results of a number of simulation experiments are given. An analysis of the results is given.

Keywords: Nash equilibrium, Stakelberg equilibrium, simulation, Germeier games, method of qualitatively representative strategies.