Математическая Теория Игр и её Приложения, т.12, в.2, с. 36–62

УДК 519.86
ББК 22.18

КОРРУПЦИОННЫЕ МЕХАНИЗМЫ В МОДЕЛЯХ СОЧЕТАНИЯ ОБЩИХ И ЧАСТНЫХ ИНТЕРЕСОВ В СЛУЧАЕ ОДНОГО АГЕНТА. ОПТИМИЗАЦИОННЫЙ ПОДХОД

Ольга И. Горбанева*
Институт математики, механики и компьютерных наук им. И.И. Воровича Южного федерального университета
344090, Ростов-на-Дону, ул. Мильчакова, 8а
e-mail: gorbaneva@mail.ru

Статья посвящена исследованию коррупции в задаче распределения ресурсов в модели сочетания общих и частных интересов (далее, СОЧИ-модели) в случае одного агента. Особое внимание в статье уделено именно применению для исследования оптимизационного подхода. В систему между верхним уровнем (принципалом) и нижним уровнем (агентом) вводится элемент «супервайзер», который действует в интересах принципала, но может пойти на уступки агенту в обмен на взятку. Вводятся и описываются возможные коррупционные механизмы, в частности, административные и экономические коррупционные механизмы, при исследовании каждого из которых применяется оптимизационный подход.

Ключевые слова: СОЧИ-модели, коррупционный механизм, системная согласованность, административная и экономическая коррупция, дескриптивный подход, оптимизационный подход.

Поступила в редакцию: 15.10.19 *После доработки*: 25.06.20 *Принята к публикации*: 25.06.20

---

* Работа поддержана грантом РФФИ № 18-010-00594

1. Введение

Статья посвящена исследованию коррупции в задаче распределения ресурсов в иерархической системе СОЧИ-моделей. Обзор математических моделей коррупции в иерархических системах дан в [17]. Среди динамических моделей коррупции можно выделить две, исследование которых большей частью шло имитационным и численным образом. Это социальная модель коррупции в иерархических структурах, описанная в [10], и модель коррупции в системе «власть – общество», описанная в [11].

В статьях [1]–[2] исследована статическая иерархическая модель организации налоговых проверок инспекторами с учетом возможного подкупа инспектора агентом. Также рассмотрены методы борьбы с коррупцией с помощью штрафов. В качестве рекомендаций авторы предлагают повысить частоту ревизий работы инспектора и аудиторских проверок налогоплательщиков.

В данной же статье коррупционный механизм рассматривается именно для статических моделей сочетания общих и частных интересов, в которых каждый агент распределяет между ними свои ресурсы. Прототипом для СОЧИ-моделей явились модели Гермейера-Вателя [3]. Имеется несколько агентов, которые наряду со своими частными интересами имеют общую на всех цель. Агенты имеют некоторое количество ресурсов, которое следует распределить между общим интересом и своими частными интересами. Каждый агент максимизирует некую свертку функций дохода от реализации частного интереса и дохода от реализации общей деятельности. У Гермейера и Вателя – это свертка по минимуму. У нас это линейная свертка. Некоторые последователи Гермейера и Вателя рассматривали свертку по максимуму. В дальнейшем развитие моделей Гермейера-Вателя, их обобщение, включая и исследования линейной свертки, проводилось Кукушкиным Н.С. в [12],[13].

В своих более ранних работах мы не ограничились рассмотрением равноправных агентов, имеющих общую цель. В [6] был введен верхний уровень (Принципал), интересами которого являлась утилитарная функция общественного благосостояния, представляющая сумму целевых функций всех членов рассматриваемого общества (в данном случае всех агентов). Так же в [6] введено определение системной согласованности СОЧИ-модели, при которой агент добровольно выбирает те значения своих управляющих параметров, которые выгодны для Принципала. В [7] доказано, что в СОЧИ-модели существуют единственные равновесие по Нэшу и Парето-оптимальное решение, которые должны совпадать при системной согласованности.

Также в [5] доказано необходимое условие системного согласования, а именно, показано, что системное согласование в СОЧИ-модели возможно, если для всех агентов выгодно направить все ресурсы либо только на частные цели (назовем таких агентов *индивидуалистами*) либо только на общие цели (назовем таких агентов *коллективистами*).

В данной же статье в ранее описанную систему СОЧИ-модели [4] между верхним уровнем (принципалом) и нижним уровнем (агентом) вводится элемент «супервайзер», который действует в интересах принципала, но может пойти на уступки агенту в обмен на взятку. Вводятся и описываются возможные коррупционные механизмы действий супервайзера, в частности, административные и экономические коррупционные механизмы, при исследовании каждого из которых можно применить дескриптивный или оптимизационный подходы. В статье описано применение оптимизационного подхода.

Дальнейшая структура работы следующая. Во втором параграфе построенная ранее в [5] иерархическая надстройка над СОЧИ-моделью дополняется и усложняется целевыми функциями и ограничениями супервайзера, вводится новая стратегия агента – взятка, описывается новая структура системы, вводятся понятия административной и экономической коррупции. В третьем, четвертом и пятом параграфах рассматриваются экономическая, административная коррупция и коррупция при распределении ресурсов соответственно. Для исследования каждой из них применяется оптимизационный подход. Выявлены условия выгодности и невыгодности механизма коррупции для участников системы. В шестом параграфе приведены выводы и общие результаты исследования.

2. Модель

В описанной ранее в [4] модели сочетания общественных и частных интересов (СОЧИ-модели) целевая функция агента в случае иерархической игры 2-х лиц (Принципала и одного агента) имеет следующий вид:

$$g(u) = p(r-u) + sc(u) \to \max, \quad (2.1)$$
$$0 \le u \le r.$$

Здесь g – целевая функция агента, r – ресурс, которым располагает агент; u – часть ресурса, ассигнуемая им на создание общего дохода, управление агента; $c(u)$ – функция общественного дохода; s – доля агента в общем доходе; $p(r-u)$ – функция частного интереса агента. Функции p, c предполагаются непрерывно дифференцируемыми и вогнутыми по всем имеющимся аргументам.

Фактически, СОЧИ-модель модель описывает двухуровневую древовидную систему управления, в которой управляющий орган верхнего уровня, выражая интересы общества, стремится максимизировать общественное благосостояние посредством учета интересов создающих его агентов (2.1), т.е. построить механизм системного согласования модели.

Принципал осуществляет административный и/или экономический контроль деятельности агентов, воздействуя соответственно на множества их допустимых управлений или целевые функции [5]–[6].

В случае применения административного механизма управления в качестве стратегий Принципала принимается нижняя граница ресурсов q, выделяемых агентом на общие цели. В случае применения экономического механизма управления в качестве стратегий Принципала принимается доля участия агента в общем доходе s. В случае же применения механизма распределения ресурсов в качестве стратегий Принципала принимаются доли распределения имеющегося у него ресурса r между агентами.

Рассмотрим иерархическую систему управления «принципал — супервайзер — агенты», структура которой показана на рис. 1.

В работах [4]-[8] Принципал предполагается некоррумпированным. Однако реальные функции управления от его имени выполняет супервайзер, который в обмен на взятку от агентов может ослаблять административные либо экономические требования, что и рассматривается в настоящей статье. Соответственно, возникает административная и/или экономическая коррупция, т.е. обратная связь

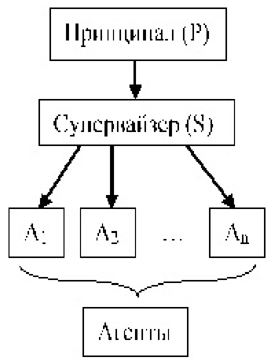

Рисунок 1. Иерархическая система управления «принципал – супервайзер – агенты»

этих видов управления по величине взятки. Например, в роли агентов могут выступать хозяйствующие субъекты, в роли принципала – законодательный орган, в роли супервайзера – чиновник органа исполнительной власти.

Функцией взяточничества назовем функцию на множестве $[0, 1]$, отражающую зависимость послаблений принципала агенту от доли взятки.

Можно выделить дескриптивный и оптимизационный подходы как при экономической коррупции, так и при административной. В первом случае функция взяточничества считается известной, и решение задачи сводится к определению оптимальной стратегии агента и, возможно, если функция взяточничества содержала параметры, определение супервайзером оптимальных параметров. Во втором случае находится оптимальная с точки зрения супервайзера функция взяточничества, что позволяет сформулировать условия по борьбе с коррупцией.

Эта статья посвящена применению оптимизационного подхода к исследованию коррупции в СОЧИ-моделях в случае одного агента.

3. Экономическая коррупция

Предположим, что в отсутствие коррупции общественный доход $c(u)$ в СОЧИ-модели распределяется между принципалом, супервайзером и агентом в соотношении t^0, a^0, s^0, где $t^0 + a^0 + s^0 = 1$. Трактовка экономической коррупции состоит в том, что в обмен на взятку супервайзер (распорядитель ресурсов) увеличивает долю агента в общественном доходе за счет принципала (например, государства или некоторой организации). Эту схему можно описать соотношениями

$$t = t^0 - \delta, a = a^0 + b\delta, s = s^0 + (1-b)\delta, \tag{3.1}$$

где для новых долей распределения общественного дохода (3.1) вновь выполняется условие $t + a + s = 1$, а также должно выполняться условие $t^0 - \delta > 0$. Здесь δ – прибавка доли общественного дохода агента в обмен на «откат», b – доля «отката» от δ супервайзеру от агента.

В случае одного агента СОЧИ-модель с учетом экономической коррупции принимает вид

$$g_S(b,\delta,u) = \left[a^0 + b\delta\right] c(u) \to \max, \tag{3.2}$$
$$0 \le \delta \le 1;$$
$$g(b,\delta,u) = p(r-u) + \left[s^0 + (1-b)\delta\right] c(u) \to \max, \tag{3.3}$$
$$0 \le b \le 1, 0 \le u \le r,$$

где g_S, g – целевые функции супервайзера и агента соответственно.

Управлениями агента являются величины u (количество ресурсов, направляемых агентом на реализацию частных интересов) и b (доля «отката» от прироста участия агента в общем доходе). При этом в функции (3.2) слагаемое $a^0c(u)$ характеризует официальное вознаграждение супервайзера, а $c(u)b\delta$ – его коррупционный доход.

Для исследования модели (3.2)—(3.3) можно применить два подхода: дескриптивный и оптимизационный. В случае дескриптивного подхода вид функции взяточничества $\delta(u,b)$ считается известным (из общих соображений либо на основе анализа доступных эмпирических данных). Тогда для агента возникает задача оптимизации по паре управлений (b,u). При оптимизационном подходе функция $\delta(u,b)$ определяется как оптимальная гарантирующая стратегия (механизм управления) супервайзера в игре типа Γ_2 с агентом. Отметим, что постановка игры Γ_1 при описании коррупции в данном случае не имеет смысла, так как оптимальный ответ агента на любое фиксированное значение δ есть $b = 0$.

Будем считать, что в модели (3.2)–(3.3) функции $p(x)$, $c(x)$ – возрастающие вогнутые, удовлетворяющие свойствам $p(0) = 0$, $c(0) = 0$, а функция $\delta(u, b)$ удовлетворяет свойству $\delta(u, 0) = 0$ (при нулевой взятке послаблений нет), негладкая, $\delta(u, b) \geq 0$.

Применим оптимизационный подход при исследовании экономической коррупции в СОЧИ-модели (3.2)–(3.3). Имеется 2 участника модели: супервайзер с целевой функцией $g_S(b, \delta, u)$ (3.2) и агент с целевой функцией $g(b, \delta, u)$ (3.3). Управлениями агента по-прежнему являются величины u и b с ограничениями $u \in [0, r]$ и $b \in [0, 1]$. Причем на выбор величины u влияет управление принципала s^0, совершенное до момента образования игры супервайзера с агентом, которое удовлетворяет ограничениям $s^0 = 1 - t^0 - a^0$. Затем супервайзер предлагает агенту прибавку δ к величине s^0 в обмен на «откат» от прибавки b. δ – это доля, поэтому $0 \leq \delta \leq 1$. Это «взаимодействие» агента с супервайзером может побудить агента увеличить свое значение u.

Итак, имеется иерархическая игра 2-х лиц, определяемая следующими параметрами:

1. Задано множество участников – игроков $N = \{S, A\}$. Подмножества $\{S\}$ и $\{A\}$ определяют средний (Супервайзер) и нижний (агент) уровни иерархии. Супервайзер обладает правом первого хода, выбирая и сообщая агенту свою стратегию.

2. Величина s^0 является внешним параметром для рассматриваемой игры [6].

Функция $\delta(u, b)$ определяет управляющий параметр Супервайзера, $\delta : [0, r] \times [0, 1] \to [0, 1]$ – функция взяточничества, которая выбирается из пространства Δ неотрицательных функций, удовлетворяющих свойству $\delta(0) = 0$.

Пара (u, b) определяет управляющие параметры агента, которые могут выбираться из соответствующих множеств, $u \in U = [0; r]$, $b \in$ $\in [0, 1]$.

3. На множестве $U \times \Delta \times [0, 1]$ определены функции выигрыша агента g (3.3) и Супервайзера g_S (3.2).

4. Для агента определены правила поведения, позволяющие игроку S оценить множество рациональных ответов агента:

- стремление к максимизации функции выигрыша по своим выборам.

5. Имеющаяся игра является игрой с полной информацией.

Кроме того, вводятся следующие правила:

Правило 3.1. Супервайзер рассчитывает на информацию и будет ее иметь о выборе $u \in U$ и $b \in [0,1]$.

Правило 3.2. Первый ход делает Супервайзер, выбирая и сообщая агенту свою стратегию $\delta \in \Delta$.

Правило 3.3. Каждый агент, получив информацию о δ, старается максимизировать свою целевую функцию соответствующим выбором $(u,b) \in U \times [0,1]$.

Правило 3.4. В сформулированных условиях Супервайзер максимизирует свой гарантированный результат по формуле

$$w_S = \sup_{\delta(u,b)} \inf_{(u,b)\in R_2(\delta(u,b))} g_S(b, \delta(u,b), u),$$

где $R_2(\delta(u,b)) = \mathrm{Arg} \max\limits_{u \in U, b \in [0,1]} g(b, \delta(u,b), u)$, в случае же, если максимум не достигается, находится ϵ-оптимальная стратегия супервайзера.

Теорема 3.1. *В игре* Γ_2 *(3.2)–(3.3) при условии возрастающих вогнутых функций* $p(x)$, $c(x)$ *интересам супервайзера отвечает следующий коррупционный механизм:*

$$\delta^* = \begin{cases} 1 - a^0 - s^0, & b = b^*, u = u^{**}, \\ 0, & \text{иначе}, \end{cases}$$

где $u^{**} = \arg\max\limits_u \{c(u)(1-\epsilon) + p(r-u)\}$,

$b^* = 1 - \frac{p(r-u^*) - p(r-u^{**}) + s^0[c(u^*) - c(u^{**})]}{\delta c(u^{**})} - \epsilon$.

Доказательство. Нарисуем игру (3.2)–(3.3) в виде множества на плоскости точек выигрышей участников $\{(g_s(b,\delta,u), g(b,\delta,u)) : b \in [0,1], u \in [0,r], \delta \in [0,1]\}$ (см. рис. 2). На рисунке по оси абсцисс отложены значения функции g_S, а по оси ординат – значения функции g. Точки A и E соответствуют случаю, когда надбавка в доле участия агента отсутствует. Но в точке A это происходит по причине того, что агент не дает взятку ($b = 0$ и, следовательно, $\delta = 0$), и в этом случае и супервайзер, и агент получают минимальный выигрыш. В точке E это происходит, наоборот, потому что вся надбавка от взятки идет супервайзеру ($b = 1$ при любом δ). Этой точке соответствует наибольший выигрыш супервайзера, так как вся надбавка от общего дохода идет ему. В точке же C достигается максимум выигрыша агента при некоторых промежуточных значениях взятки и надбавки, который и дают промежуточное по величине значение выигрыша супервайзера.

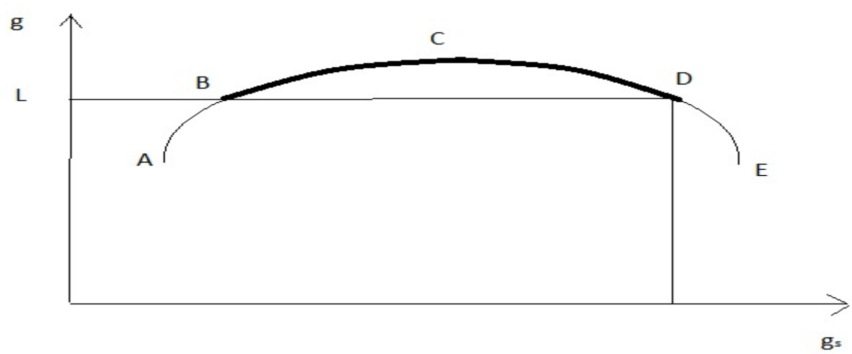

Рисунок 2. Изображение игры (3.2)–(3.3)

Из рис. 2 видно, что стратегия наказания супервайзером агента $\delta^P = 0$ (при наказании нет надбавки к доле общего дохода, тем самым супервайзер лишает агента возможности улучшить свой выигрыш за взятку, точка A на рисунке). Агент реагирует на наказание следующим набором стратегий $E = \operatorname{Arg} \max\limits_{b \in [0,1], u \in [0,r]} g(u, 0, b) =$ $= \{b \in [0,1], u = u^*\}$ (оптимальная реакция агента на стратегию наказания — поступить так, как побудил Принципал), где величина $u^* = \arg\max\limits_{u} [p(r-u) + s^0 c(u)]$. Теоретически на рисунке этой ситуации может соответствовать любая точка из дуги $\breve{BD}$. Выигрыш агента в случае применения супервайзером стратегии наказания равняется $L = \max\limits_{u \in [0,r]} g(u, 0, b) = p(r - u^*) + s^0 c(u^*)$ – оптимальный выигрыш агента при стратегии наказания. В точках B или D выигрыш агента равен в точности L.

Из предположений о выпуклости и монотонности мы можем сделать вывод, что замыкание множества $\{(g_s(b, \delta, u), g(b, \delta, u)) : b \in [0, 1],$

$u \in [0,r], \delta \in [0,1], g(b,\delta,u) > L\}$ совпадает с множеством $\{(g_s(b,\delta,u), g(b,\delta,u)) : b \in [0,1], u \in [0,r], \delta \in [0,1], g(b,\delta,u) \geq L\}$. Замкнуть – значит присоединить все предельные точки. Очевидно, что концы дуги B и D являются предельными точками (достаточно взять последовательность точек на дуге, которая стремится к концу). Так как функции агента и супервайзера непрерывны по переменным u и b на компакте $[0,r] \times [0,1]$, а также выпуклы, то из этого следует ограниченность.

Поэтому для поиска величин K_2 и K_1 мы можем использовать последнее множество.

Величине $K_2 = \sup\limits_{\delta} \inf\limits_{b \in E} [(a^0 + \delta b)\, c(u^*)]$ соответствует точка A (нулевая взятка) на рис. 2, поэтому

$$K_2 = \sup_{\delta} \left[a^0 c(u^*)\right] = a^0 c(u^*)$$

– выигрыш супервайзера при нулевой взятке агента, причем от стратегии супервайзера ничего в данном случае не зависит.

Найдем величину $K_1 = \sup\limits_{\delta} \sup_b \sup\limits_{u} [(a^0 + \delta b)\, c(u)]$ при ограничении $(s^0 + (1-b)\delta)c(u) + p(r-u) > s^0 c(u^*) + p(r-u^*)$. Это неравенство для агента выполняется на дуге $\breve{BD}$. На рисунке горизонтальной прямой отмечено значение L, а вертикальной – искомое значение максимального гарантированного результата.

Отсюда видно, что максимум функции g_S на множестве точек выигрышей участников $\{(g_s(b,\delta,u), g(b,\delta,u)) : b \in [0,1], u \in [0,r], \delta \in \in [0,1], g(b,\delta,u) \geq L\}$ достигается при $g(b,\delta,u) = L$. А этот максимум как раз и равен максимальному гарантированному результату – величине K_1 – максимальному доходу супервайзера при условии, что выигрыш дохода агента больше, чем при стратегии наказания, следовательно, ему соответствует точка D на рис. 2, для которой $g(b,\delta,u) = L$, а с учетом того, что неравенство для агента строгое, получаем

$$b = 1 - \frac{p(r-u^*) - p(r-u) + s^0 \left[c(u^*) - c(u)\right]}{\delta c\,(u)} - \epsilon. \tag{3.4}$$

Подставив (3.4) в $(a^0 + \delta b)\, c(u)$, получим задачу максимизацию по

2-м переменным u и δ:

$$\begin{aligned} K_1 &= \max_{\delta}\max_{u}\left[a^0 c(u) + (1-\epsilon)c(u)\delta - p(r-u^*) + \right.\\ &+ \left. p(r-u) - s^0\left[c(u^*) - c(u)\right]\right] = \\ &= \max_{\delta}\max_{u}\left[-p(r-u^*) - s^0 c(u^*) + \right.\\ &+ \left. c(u)\left(a^0 + (1-\epsilon)\delta + s^0\right) + p(r-u)\right] \end{aligned}$$

при условии $\delta \le 1 - a^0 - s^0$.

Оптимизируемая функция возрастает по δ, поэтому $\delta = 1 - r^0 - s^0$.

Отсюда,

$$\begin{aligned} K_1 &= -p(r-u^*) - s^0 c(u^*) + \\ &+ c(u^{**})\left(r^0 + (1-\epsilon)(1-a^0-s^0) + s^0\right) + \\ &+ p(r-u^{**}) = -p(r-u^*) - s^0 c(u^*) + \\ &+ c(u^{**})(1-\epsilon) + p(r-u^{**}) \end{aligned}$$

где $u^{**} = arg\max_u \{c(u)(1-\epsilon) + p(r-u)\}$.

Выписав условия второго порядка, убеждаемся, что найденная точка — единственная точка максимума.

Из рисунка сразу видно, что $K_1 \ge K_2$. Утверждение доказано. □

Следствие 3.1. *Единственная возможность бороться с коррупцией при распределении доли участия в общем доходе — уменьшить возможности супервайзера делать это за счет доли, приходящейся принципалу, то есть уменьшить по возможности величину t_0 до нуля (либо, что то же самое, распределить доли участия в общем доходе таким образом, чтобы, $a^0 + s^0 = 1$).*

В этом случае эллипс, показанный на рис. 2, сжимается до точки и возможностей для маневрирования взятками и надбавками ни у агента, ни у супервайзера нет.

Следствие 3.2. *$u^* \le u^{**}$, но разница между ними соразмерна ε.*

То есть, супервайзер может побудить агента лишь немного повысить количество ресурсов, направленных на общие цели.

Следствие 3.3. *Если $u^* = u^{**}$, то $b = 1 - \varepsilon$, то почти вся надбавка идет при этом супервайзеру.*

4. Административная коррупция

Для анализа административной коррупции рассмотрим СОЧИ-модель с одним агентом в виде

$$g_S(\phi, b, u) = a^0 c(u) + bp(r-u) \to \max, \qquad (4.1)$$
$$0 \le \phi(u,b) \le q;$$
$$g(\phi, b, u) = (1-b)p(r-u) + sc(u) \to \max, \qquad (4.2)$$
$$0 \le b \le 1, q - \phi(u,b) \le u \le r.$$

Интерпретация модели (4.1)—(4.2) заключается в следующем. Если экономическая коррупция возникает по поводу перераспределения общественного дохода, то административная коррупция связана с частными интересами агентов. Функция частного интереса $p(r-u)$ возрастает по $r-u$, однако принципал ограничивает выбор u снизу величиной q, которая воспринимается в игре (4.1)-(4.2) как внешний параметр. Поэтому супервайзер в обмен на долю $bp(r-u)$ дохода агента берется ослабить это ограничение на величину ϕ.

Применим оптимизационный подход для исследования административной коррупции. Как и в случае экономической коррупции, функция взяточничества $\phi(u,b)$ ищется как оптимальная гарантирующая стратегия в игре Γ_2 супервайзера с агентом.

Имеется 2 участника модели: супервайзер с целевой функцией $g_S(\phi(u,b), b, u)$ (4.1) и агент с целевой функцией $g(\phi(u,b), b, u)$ (4.2). Управлениями агента по-прежнему являются величины $u \in [q, r]$ и $b \in [0,1]$. Причем на выбор величины u агентом влияет выбранное принципалом до вступления в игру с агентом супервайзера управление q, которое удовлетворяет ограничениям $0 < q < r$. Затем супервайзер предлагает агенту ослабление нижней границы ресурсов q, выделяемых на общие цели, на величину ϕ в обмен на долю b от частного дохода агента, $0 \le \phi \le q$. Это «взаимодействие» агента с супервайзером может побудить агента уменьшить свое значение u, для которого расширяется область допустимых значений, т.е. $u \in [q - \phi(u,b); r]$.

Итак, имеется иерархическая игра 2-х лиц, определяемая следующими параметрами:

1. Задано множество участников – игроков $N = \{S, A\}$. Подмножества $\{S\}$, и $\{A\}$ определяют средний (Супервайзер) и нижний (агент) уровни иерархии. Супервайзер обладает правом первого хода, выбирая и сообщая агенту свою стратегию.

2. Величина q является внешним параметром для игры (4.1)–(4.2), который выбирается из компактного множества $[0; r]$ [6].

Функция $\phi(u, b)$ определяет управляющий параметр Супервайзера, где $\phi : [q; r] \times [0, 1] \to [0, q]$ – функции взяточничества, которые выбираются из пространства E возрастающих функций, удовлетворяющих свойству $\phi(u, 0) = 0$.

Пара (u, b) определяет управляющие параметры агента, которые могут выбираться из соответствующих множеств, $u \in U$, где $U = [q - \phi; r]$, $b \in [0, 1]$.

3. На множестве $U \times E \times [0; 1]$ определены функции выигрыша агента g (4.2) и Супервайзера g_S (4.1).

4. Для агента определены правила поведения, позволяющие игроку S оценить множество рациональных ответов агента:

- стремление к максимизации функции выигрыша по своим выборам.

5. Имеющаяся игра является игрой с полной информацией.

Кроме того, вводятся следующие правила:

Правило 4.1. Супервайзер рассчитывает на информацию и будет ее иметь о выборе агента $u \in U$ и $b \in [0; 1]$.

Правило 4.2. Первый ход делает Супервайзер, выбирая и сообщая агенту свою стратегию $\phi \in E$.

Правило 4.3. Агент, получив информацию о $\phi(u, b)$, старается максимизировать свою целевую функцию соответствующим выбором своих стратегий $(u, b) \in U \times [0, 1]$.

Правило 4.4. В сформулированных условиях Супервайзер максимизирует свой гарантированный результат по формуле

$$w_S = \sup_{\phi(u,b)} \inf_{(u,b) \in R_2(\phi(u,b))} g_S(b, \delta(u, b), u),$$

где $R_2(\phi(u, b)) = \operatorname{Arg} \max\limits_{u \in U, b \in [0,1]} g(b, \phi(u, b), u)$, в случае же, если максимум не достигается, находится ϵ-оптимальная стратегия супервайзера.

Теорема 4.1. *В игре* Γ_2 *(4.1)–(4.2) при условии возрастающих вогнутых функций* $p(x)$, $c(x)$ *интересам супервайзера отвечает следующий коррупционный механизм*

$$\phi = \begin{cases} q - u^{**}, & u = u^{**}, b = b^{*}, \\ 0, & \text{иначе}, \end{cases}$$

где

$$b* = \frac{p(r-u^{**}) - p(r-u^{*}) + s\left[c(u^{**}) - c(u^{*})\right]}{p(r-u^{**})} - \varepsilon,$$

$$u^{*} = \arg\max_{u \geq 0} \left[p(r-u) + sc\,(u)\right]$$

$$u^{**} = \begin{cases} u^{***}, & 0 < u^{***} < r, \\ 0, & u^{***} < 0, \\ r, & u^{***} > r, \end{cases}$$

$$u^{***} = ((s+a^0)c'(u) - (1-\varepsilon)p'(r-u))^{-1}(0).$$

Доказательство. Так как множество допустимых управлений агента зависит от управления супервайзера, данная игра относится к играм с запрещенными ситуациями, которые описаны и исследованы в [9, 14-15]. Напрямую применить теорему Гермейера к таким играм невозможно. Сведем эту игру к игре с прямыми ситуациями путем введения новой переменной α, $u = q - \phi + \alpha(r - q + \phi) = (1-\alpha)(q-\phi) + \alpha r$, с естественным ограничением, не зависящим от управления супервайзера, $0 \leq \alpha \leq 1$. Чаще мы будем использовать соотношение $u = r - (1-\alpha)(r - q + \phi)$

Получаем игру:

$$\begin{aligned} g_S(\phi, b, \alpha) &= a^0 c(r - (1-\alpha)(r - q + \phi)) + \\ &+ bp((1-\alpha)(r - q + \phi)) \to \max, \\ &\quad 0 \leq \phi(\alpha, b) \leq q; \end{aligned} \tag{4.3}$$

$$\begin{aligned} g(\phi, b, \alpha) &= (1-b)p((1-\alpha)(r - q + \phi)) + \\ &+ sc(r - (1-\alpha)(r - q + \phi)) \to \max, \\ &\quad 0 \leq b \leq 1, 0 \leq \alpha \leq 1. \end{aligned} \tag{4.4}$$

Применим теорему Гермейера. Так как функция g вогнута, минимума она может достичь лишь на концах отрезка, т.е. $\phi^P \in \{0, q\}$, в зависимости от того, что меньше $g(0,b,\alpha)$ или $g(q,b,\alpha)$. В первом случае супервайзер послабления не вводит, во втором – наоборот, предоставляет полную свободу агенту, аннулируя заданную принципалом нижнюю границу.

Найдем оптимальный выигрыш агента L при стратегии наказания. В первом случае, когда $\phi^P=0$ и $g(0,b,\alpha)<g(q,b,\alpha)$ получим

$$L_1=g(0,0,\alpha_1^*)=p((1-\alpha_1^*)(r-q))+sc\left(r-(1-\alpha_1^*)(r-q)\right),$$

где

$$\alpha_1^*=\begin{cases}\alpha_1, & 0<\alpha_1<1,\\ 0, & \alpha_1<0,\\ 1, & \alpha_1>1,\end{cases}$$

$$\alpha_1=\left(-p'((1-\alpha)(r-q))+sc'\left(r-(1-\alpha)(r-q)\right)\right)^{-1}(0).$$

Во втором же случае, когда $\phi^P=q$ и $g(0,b,\alpha)>g(q,b,\alpha)$ получим

$$L_2=g(q,0,\alpha_2^*)=p((1-\alpha_2^*)r)+sc(r-(1-\alpha_2^*)r),$$

где

$$\alpha_2^*=\begin{cases}\alpha_2, & 0<\alpha_2<1,\\ 0, & \alpha_2<0,\\ 1, & \alpha_2>1,\end{cases}$$

$$\alpha_2=\left(-p'((1-\alpha)r)+sc'\left(r-(1-\alpha)r\right)\right)^{-1}(0).$$

Но из вида функций и аргументов в L_1 и L_2 можно сделать вывод, что α_1 и α_2 связаны соотношением $(1-\alpha_2)r=(1-\alpha_1)(r-q)$, или, что то же самое, $\alpha_1=1-\frac{r(1-\alpha_2)}{r-q}$. При заданном соотношении, если α_1 и α_2 из $[0,1]$, то $L_1=L_2$. А тогда какую стратегию наказания должен использовать супервайзер?

Заметим, что если $\alpha_1\in[0,1]$, то всегда $\alpha_2\in[0,1]$, но если $\alpha_2\in$ $\in[0,1]$, то $\alpha_1\in[0,1]$ при $q<r\alpha_2$ (такому агенту послабления не нужны совсем), а $\alpha_1<0$ при $q>r\alpha_2$. Следовательно, в этом случае, $L_1<L_2$, и все-таки стратегия наказания $\phi^*=0$ и множество $E=\{b=0,\alpha=\alpha_1^*\}$.

Далее,

$$K_2=\sup_{\phi}\inf_{b=0}\inf_{\alpha=\alpha_1^*}\left[a^0c((1-\alpha)(r-q+\phi))+bp((1-\alpha)(r-q+\phi))\right]=$$
$$=\sup_{\phi}\left[a^0c(r-(1-\alpha_1^*)(r-q+\phi))\right]=a^0c(r-(1-\alpha_1^*)(r-q))$$

– выигрыш супервайзера при нулевой взятке агента, достигается при $\phi = 0$.

$$K_1 = \sup_{\phi} \sup_{\alpha} \sup_{b} \left[a^0 c(r - (1-\alpha)(r - q + \phi)) + bp((1-\alpha)(r - q + \phi))\right]$$

при ограничении $(1-b)p((1-\alpha)(r-q+\phi)) + sc(r-(1-\alpha)(r-q+\phi)) > > p((1-\alpha_1^*)(r-q)) + sc(r-(1-\alpha_1^*)(r-q))$ – максимальный доход супервайзера при условии, что выигрыш дохода агента больше, чем при стратегии наказания.

Введя переменные $z = (1-\alpha)(r-q+\phi)$ и $z^* = (1-\alpha_1^*)(r-q)$ сведем задачу нахождения K_1 к задаче

$$\sup_{\phi} \sup_{z \in [0,r]} \left[a^0 c(r-z) + bp(z)\right]$$

при

$$(1-b)p(z) + sc(r-z) > p(z*) + sc(r-z^*).$$

Чтобы найти K_1, нужно решить задачу максимизации функции с двумя переменными b и z. Но из ограничения в виде последнего неравенства мы можем найти зависимость b от z:

$$b = \frac{p(z) - p(z^*) + s\left[c(r-z) - c(r-z^*)\right]}{p(z)} - \varepsilon.$$

Подставим эту величину в $a^0 c(r-z) + bp(z)$:

$$K_1 = \sup_{z} [a^0 c(r-z) - p(z) + (1-\varepsilon)p(z) + s\left[c(r-z) - c(r-z^*)\right]],$$

получим задачу максимизации переменной z, оптимальная величина которой есть

$$z^{**} = \begin{cases} z^{***}, & 0 < z^{***} < r, \\ 0, & z^{***} < 0, \\ r, & z^{***} > r, \end{cases}$$

где $z^{***} = ((s+a^0)\, c'(r-z) - (1-\varepsilon)p'(z)^{-1}(0)$. Оптимальные величины α^{**} и ϕ^* находится из $(1-\alpha^{**})(r-q+\phi^*) = z^{**}$ при любых соотношениях α^{**} и ϕ^*. Пусть $\alpha^{**} = 0$, тогда $\phi^* = z^{**} - r + q$ или, заметив, что величина u^{**}, определенная в условии теоремы, связана с z^{**} соотношением $z^{**} = r - u^{**}$, получим $\phi^* = q - u^{**}$.

Заметим, что $K_1 \geq K_2$. Докажем это. Вычтем K_2 из K_1.

$$\begin{aligned} K_1 - K_2 &= -p(z^*) + (1-\varepsilon)p(z^{**}) + \left(a^0+s\right)\left[c(r-z^{**}) - c(r-z^*)\right] = \\ &= \left[\left(a^0+s\right)c(r-z^{**}) + (1-\varepsilon)p(z^{**})\right] - \\ &- \left[\left(a^0+s\right)c(r-z^*) + p(z^*)\right] \geq 0, \end{aligned}$$

т.к. при z^{**} выражение $(a^0+s)\,c(r-z) + (1-\varepsilon)p(z)$ достигает максимума и, учитывая произвольность ε. Причем равенство достигается при $u^{**} = u^*$, т.е. в случае, когда агенту невыгодно платить взятку. Утверждение доказано. □

Следствие 4.1. *Для того, чтобы супервайзеру было невыгодно применять административный механизм коррупции, необходимо выполнение условий* $(s+a^0)c'(q) > p'(r-q)$.

Выполнению неравенств $(s+a^0)c'(q) > p'(r-q)$ (а тем самым, отказу супервайзеру от применения механизма административной коррупции) способствует большая заинтересованность супервайзера в общем доходе как путем увеличения его личной доли участия в общем доходе, так и увеличения производственной мощности общей деятельности.

Следствие 4.2. *Для того, чтобы агенту был невыгоден административный механизм коррупции, необходимо, чтобы*

$$\max_{u>q}\left[p(r-u) + sc(u)\right] = \max_{u}\left[p(r-u) + sc(u)\right].$$

Последнее равенство означает, что принципал не мешает агенту действовать в своих интересах. Это может быть только в случаях, когда агент коллективист, или когда они с принципалом солидарны в том, чтобы агент был индивидуалистом.

5. Коррупция при распределении ресурсов

Предположим, что принципал распределил имеющиеся у него ресурсы между агентами и рассматриваемому агенту досталось количество ресурсов, равное r^P. Супервайзер не может увеличить агенту количество ресурсов, так как нарушится условие ограниченности ресурсов. Но он может уменьшить выделенное агенту количество ресурсов до уровня r^S, $0 \leq r^S \leq r^P$, которое агент может увеличить в обмен на взятку не больше, чем до уровня r^P.

Эту схему можно описать соотношениями

$$r = r^S + (1 - b)\delta, r \leq r^P, \tag{5.1}$$

Здесь δ – прибавка количества ресурса агенту в обмен на «откат», b – доля «отката» от δ супервайзеру от агента. Тогда СОЧИ-модель (2.1)–(2.2) с учетом коррупции при распределении ресурсов в случае одного агента имеет вид

$$\begin{aligned} g_S(b, \delta, u) = c(u) + b\delta(u, b) \to \max, \quad &(5.2)\\ 0 \leq \delta(u, b) \leq r^P - r^S; \quad &\\ g(r_S, b, \delta, u) = p(r^S + (1 - b)\delta(u, b) - u) + sc(u) \to \max, \quad &(5.3)\\ 0 \leq b \leq 1, 0 \leq u \leq r^S + (1 - b)\delta, \quad & \end{aligned}$$

где g_S, g – целевые функции супервайзера и агента соответственно.

К исследованию модели (5.2)–(5.3) так же, как и в случае исследования экономической и административной коррупции, применим оптимизационный подход, при котором $\delta(u, b)$ определяется как оптимальный гарантирующий механизм управления супервайзера в игре типа Γ_2 с агентами.

Пусть функции $p(x)$, $c(x)$ – возрастающие вогнутые, удовлетворяющие очевидным свойствам $p(0) = 0$, $c(0) = 0$, а функция $\delta(u, b)$ удовлетворяет свойству $\delta(u, b) \geq 0$ (надбавка неотрицательна), $\delta(u, 0) = 0$ (нулевая взятка дает нулевую прибавку).

Рассмотрим следующую игру. Имеется 2 участника модели: супервайзер с целевой функцией $g_S(b, \delta(u, b), u)$ (5.2) и агент с целевой функцией $g(r_S, b, \delta(u, b), u)$ (5.3). Управлениями агента по-прежнему являются величины u и b с ограничениями $u \in [0, r]$ и $b \in [0, 1]$. Причем на выбор величины u влияет управление принципала r^P, осуществленное до вступления супервайзера в игру с агентом. Затем в игру вступает супервайзер, который снижает величину r^P до уровня r_S и предлагает агенту прибавку δ к величине r^S в обмен на «откат» b от прибавки δ, $0 \leq \delta \leq r^P - r^S$.

Итак, имеется иерархическая игра 2-х лиц, определяемая следующими параметрами:

1. Задано множество участников – игроков $N = \{S, A\}$. Подмножества $\{S\}$ и $\{A\}$ определяют средний (Супервайзер) и нижний

(агент) уровни иерархии. Супервайзер обладает правом первого хода, выбирая и сообщая агенту свою стратегию.

2. Величина r^P представляет собой внешний параметр для рассматриваемой игры [6]. Величины r^S и δ определяют управляющие параметры Супервайзера, где $r^S \in [0; r^P]$ и $\delta : [0, r^P] \times [0,1] \to$ $\to [0, r^P - r^S]$ – функции взяточничества, которые выбираются из пространства Δ функций, удовлетворяющих свойству $\delta(u, 0) = 0$.

Пара (u, b) определяет управляющие параметры агента, которые могут выбираться из соответствующих множеств, $u \in U = [0; r^S + \delta b]$, $b \in [0, 1]$.

3. На множестве $U \times \Delta \times [0; r^P]$ определены функции выигрыша агента g (5.3) и Супервайзера g_S (5.2).

4. Для агента определено правило поведения, позволяющие игроку S оценить множество рациональных ответов агента:

- стремление к максимизации функции выигрыша по своим выборам;

5. Имеющаяся игра является игрой с полной информацией.

Кроме того, вводятся следующие правила:

Правило 5.1. Супервайзер рассчитывает на информацию и будет ее иметь о выборе $u \in U$ и $b \in [0; 1]$.

Правило 5.2. Первый ход делает Супервайзер, выбирая и сообщая агенту свои стратегии $r^S \in [0; r^P]$ и $\delta \in \Delta$.

Правило 5.3. Агент, получив информацию о r^S и δ, старается максимизировать свою целевую функцию соответствующим выбором $(u, b) \in U \times [0, 1]$.

Правило 5.4. В сформулированных условиях Супервайзер максимизирует свой гарантированный результат по формуле

$$w_S = \sup_{r_S \in [0, r^P], \delta(u,b)} \inf_{(u,b) \in R_2(\delta(u,b))} g_S(b, \delta(u, b), u),$$

где $R_2(r_S, \delta(u, b)) = \operatorname{Arg} \max\limits_{u \in U, b \in [0,1]} g(r_S, b, \delta(u, b), u)$.

Найдем равновесие в игре Γ_2 супервайзера и агента.

Теорема 5.1. *В игре Γ_2 (5.2)–(5.3) при условии возрастающих вогнутых функций $p(x)$, $c(x)$ интересам супервайзера отвечает следующая стратегия:*

$$r^S = 0,$$

$$\delta^*(u, b) = \begin{cases} r^P, & b = 1 - \varepsilon, u = \varepsilon r^P, \\ 0, & \text{иначе}, \end{cases}$$

где

$$u^* = \begin{cases} (1 - (1 - c'((1 - b)r^P))^{-1}(0))r^P, & (1 - c'((1 - b)r^P))^{-1}(0) < 1 \\ \varepsilon r^P, & (1 - c'((1 - b)r^P))^{-1}(0) \geq 1, \end{cases}$$

и $b^* = \begin{cases} (1 - c'((1 - b)r^P))^{-1}(0), & (1 - c'((1 - b)r^P))^{-1}(0) < 1 \\ 1 - \varepsilon, & (1 - c'((1 - b)r^P))^{-1}(0) \geq 1. \end{cases}$.

Доказательство. Так как множество допустимых управлений агента зависит от управления супервайзера, данная игра относится к играм с запрещенными ситуациями. Напрямую применить теорему Гермейера к таким играм невозможно. Сведем эту игру к игре с прямыми ситуациями путем введения новой переменной α, роль которой – доля имеющихся у агента ресурсов, которая направляется на общие цели, т.е. $u = \alpha r$, с естественным ограничением, не зависящем от управления супервайзера, $0 \leq \alpha \leq 1$. Получаем игру:

$$g_S(r_S, b, \delta, \alpha) = c(\alpha(r^S + (1 - b)\delta)) + b\delta(\alpha, b) \to \max, \tag{5.4}$$
$$0 \leq \delta(\alpha, b) \leq r^P - r^S;$$
$$g(r_S, b, \delta, \alpha) = p\left((1 - \alpha)(r^S + (1 - b)\delta(\alpha, b))\right) +$$
$$+sc(\alpha(r^S + (1 - b)\delta)) \to \max, \tag{5.5}$$
$$0 \leq b \leq 1, 0 \leq \alpha \leq 1.$$

Стратегия наказания $r^{SP} = 0$ (ресурсы агенту не выделяются). Нарисуем игру (5.4)–(5.5) в виде множества точек выигрышей участников $\left\{(g_s(r_S, b, \delta, \alpha), g(r_S, b, \delta, \alpha)) : \alpha \in [0, 1], r^S = 0,\ \ \delta \in [0, r^P - r^S]\right\}$ (см. рис. 3 и 4). Аналогичное множество при другом r^S будет отличаться только коэффициентом сжатия и параллельным переносом начальной точки A в первую четверть. Случай же $r^S = r^P$ вырождает указанное множество в точку. На рисунке по оси абсцисс отложены значения функции g_S, а по оси ординат – значения функции g. Точки A и E соответствуют случаю, когда надбавки к ресурсам не происходит. В точке A это происходит по причине того, что агент не дает взятку ($b = 0$ и, следовательно, $\delta = 0$), в этом случае и супервайзер, и агент получают минимальный выигрыш. В точке E это происходит, наоборот, потому что вся надбавка от взятки идет супервайзеру ($b = 1$ при любом δ). В некоторых случаях этой точке соответствует наибольший выигрыш супервайзера, но не всегда, в остальных же случаях максимальный выигрыш супервайзера достигается в точке D. В точке же C достигается максимум выигрыша агента при некоторых промежуточных значениях взятки и надбавки.

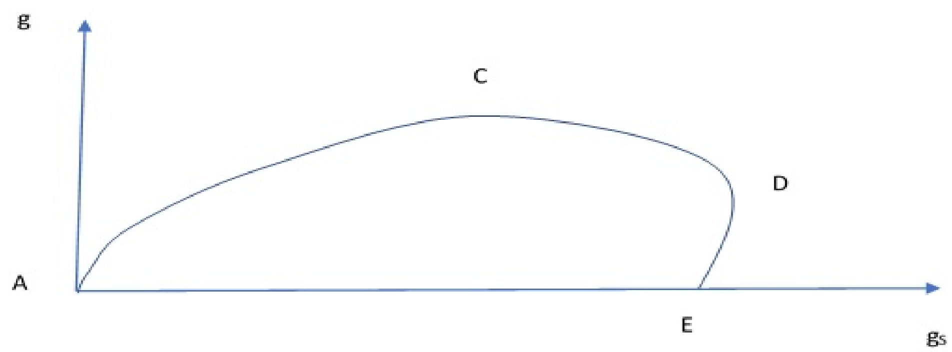

Рисунок 3. Изображение игры (5.4)–(5.5). Вариант 1.

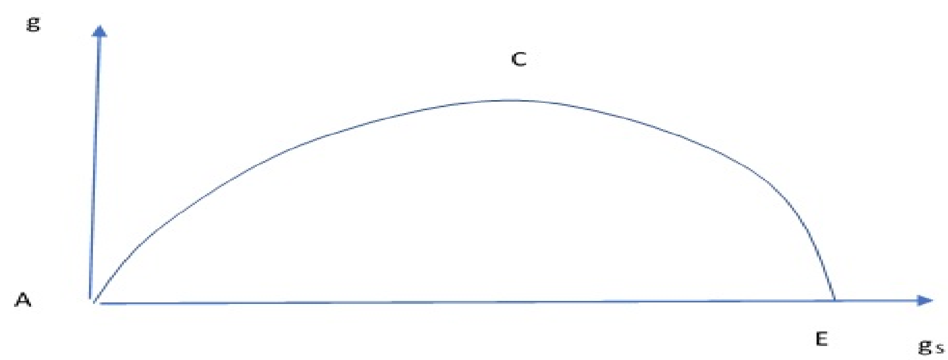

Рисунок 4. Изображение игры (5.4)–(5.5). Вариант 2.

Из рис. 3 и 4 видно, что стратегия наказания по надбавке к ресурсам $\delta^P = 0$ (при наказании нет надбавки к доле общего дохода),

$E = \mathrm{Arg}\max_{b\in[0,1],\alpha\in[0,1]} g(r_S, b, \delta, \alpha) = \{\forall b \in \in [0,1], \forall\alpha \in [0,1]\}$.

$L = \max_{\alpha\in[0,1]}\max_{b\in[0,1]} g(0, b, 0, \alpha) = 0$ – оптимальный выигрыш агента при стратегии наказания. Величине K_2 соответствует точка A:

$$K_2 = \sup_{\delta}\sup_{r^S}\inf_{b}\inf_{\alpha}\left[c(\alpha(r^S + (1-b)\delta)) + b\delta\right] = 0$$

– выигрыш супервайзера при нулевой надбавке агенту. Заметим, что в этом случае супервайзеру невыгодно лишать агента ресурсов, не смотря на то, что взятку он не предлагает. То есть, механизм распределения ресурсов в данном случае является манипулятивным со стороны супервайзера. Ему невыгодно применять стратегию наказания.

Найдем величину K_1 – максимальный доход супервайзера при условии, что выигрыш дохода агента больше, чем при стратегии наказания:

$K_1 = \sup_{\delta}\sup_{r^S}\sup_{b}\sup_{\alpha}\left[c(\alpha(r^S + (1-b)\delta)) + b\delta\right]$ при естественном ограничении $p((1-\alpha)(r^S + (1-b)\delta)) + sc(\alpha(r^S + (1-b)\delta)) > 0$. Видно, что при варианте 2 K_1 достигается в точке E при $g(r_S, b, \delta, \alpha) = = L = 0$. Этой точке соответствует максимальная взятка. В первом варианте развития событий гарантированный результат достигается при промежуточном значении взятки.

Из рис. 3 и 4 видно, что при любом варианте развития событий $K_1 \geq K_2$.

Найдем K_1.

$$K_1 = \sup_{\delta}\sup_{r^S}\sup_{b}\sup_{\alpha}\left[c(\alpha(r^S + (1-b)\delta)) + b\delta\right]$$

при условии $0 \leq \delta \leq r^P - r^S$. Заметим, что в этом случае максимизируемая функция возрастает по δ, поэтому оптимальное значение $\delta = r^P - r^S$.

Следовательно,

$$K_1 = \sup_{r^S}\sup_{b}\sup_{\alpha}\left[c(\alpha(r^S + (1-b)(r^P - r^S))) + b(r^P - r^S)\right],$$

откуда $r^{S*} = 0$ (функция по r_S убывает).

Отсюда

$$K_1 = \sup_{b}\sup_{\alpha}\left[c(\alpha(1-b)r^P) + br^P\right].$$

Все ресурсы должны полностью пойти на общие цели, т.е. $\alpha = 1$ и $u = (1-b)r^P$.

Тогда

$$K_1 = \sup_b \left[c((1-b)r^P) + br^P \right],$$

откуда $b^* = \begin{cases} (1 - c'((1-b)r^P))^{-1}(0), & (1 - c'((1-b)r^P))^{-1}(0) < 1 \\ 1-\varepsilon, & (1 - c'((1-b)r^P))^{-1}(0) \geq 1. \end{cases}$

Во втором случае почти вся надбавка забирается в качестве взятки. Заметим, что с учетом замены переменных

$$u^* = \begin{cases} (1 - (1 - c'((1-b)r^P))^{-1}(0))r^P, & (1 - c'((1-b)r^P))^{-1}(0) < 1 \\ \varepsilon r^P, & (1 - c'((1-b)r^P))^{-1}(0) \geq 1. \end{cases}$$

Отсюда

$$K_1 = c((1-b^*)r^P) + b^* r^P.$$

Из рис. видно, что $K_1 \geq K_2$. Утверждение доказано. □

Следствие 5.1. *Агенту всегда выгодно применение механизма коррупции при распределении ресурсов.*

Следствие 5.2. *Механизм коррупции при распределении ресурсов оказывается манипулятивным со стороны супервайзера.*

Итак, этот механизм выгоден супервайзеру только потому, что он выгоден агентам. Как только хоть один агент отказывается от взятки, этот механизм становится невыгодным супервайзеру.

6. Заключение

1. При применении оптимизационного подхода к исследованию механизма экономической коррупции в случае возрастающих вогнутых функций дохода от общей и частной деятельностей найден коррупционный механизм, наиболее отвечающий интересам супервайзера. В случае, если при этом стратегия агента по выделению ресурсов на общие цели не меняется, почти вся незначительная надбавка доли агента от участия в общем доходе идет в качестве взятки супервайзеру.

2. При применении оптимизационного подхода к исследованию механизма административной коррупции в случае возрастающих вогнутых функций дохода от общей и частной деятельностей найден коррупционный механизм, наиболее отвечающий интересам супервайзера.

3. При применении оптимизационного подхода к исследованию механизма административной коррупции выявлено, что супервайзер может воздействовать лишь на тех агентов, которым выгодно быть индивидуалистами, но которым в этом мешает принципал, так как по его мнению эти агенты должны быть коллективистами. Этой группе агентов принципал позволяет выделить на частные цели либо лишь незначительную часть ресурсов, либо все ресурсы (тем самым удовлетворить желание агента), по усмотрению самого принципала. Иначе говоря, супервайзер может помочь в полной мере лишь тем агентам, которые и по мнению супервайзера, и по собственному мнению должны быть индивидуалистами.

4. Для того чтобы супервайзер отказался от введения механизма административной коррупции, необходимо, чтобы он был заинтересован в результатах общей деятельности больше, чем в доле от дохода частных деятельностей агентов. Этого можно достичь путем увеличения доли супервайзера в общем доходе или производственной мощности общей деятельности.

5. При применении оптимизационного подхода к исследованию механизма при распределении ресурсов в случае возрастающих вогнутых функций дохода от общей и частной деятельностей найден коррупционный механизм, наиболее отвечающий интересам супервайзера. Доказано, что надбавка должна быть максимально возможной. В этом случае, почти вся надбавка доли агента от участия в общем доходе идет в качестве взятки супервайзеру. К сожалению, при введении данного механизма коррупции агенту всегда выгодно давать взятку. А вот для супервайзера данный механизм является манипулятивным.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Васин А.А., Васина П.А. *Об организации государственных инспекций и борьбе с коррупцией* // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2008. № S-4(20). С. 163–170.

2. Васин А.А., Сазанов А.А. *Математика против коррупции: об организации госинспекций* // Обозрение прикладной и промышленной математики. 2007. Т. 14, вып. 3. С. 519–520.

3. Гермейер Ю.Б., Ватель И.А. *Игры с иерархическим вектором интересов* // Техническая кибернетика. 1974. № 3. С. 54–69.

4. Горбанева О.И., Угольницкий Г.А. *Цена анархии и механизмы управления в моделях согласования общественных и частных интересов* // Математическая теория игр и ее приложения. 2015. Т. 7, вып. 1. С. 50—73.

5. Горбанева О.И., Угольницкий Г.А. *Статические модели согласования общественных и частных интересов при распределении ресурсов* // Математическая теория игр и ее приложения. 2016. Т. 8, вып. 2. С. 28—57.

6. Горбанева О.И., Угольницкий Г.А. *Модели согласования общих и частных интересов II: механизмы управления* // Экономика и менеджмент систем управления. 2018. № 2.2(28). С. 272–282.

7. Горбанева О.И. *Модели сочетания общих и частных интересов независимых агентов* // Математическая теория игр и ее приложения. 2018. Т. 10, вып. 4. С. 3—15.

8. Горбанева О.И., Угольницкий Г.А. *Учет коррупции в моделях сочетания общественных и частных интересов в иерархических системах управления* // Проблемы управления. 2016. № 2. С. 62—71.

9. Горелов М.А., Кононенко А.Ф. *Игры с запрещенными ситуациями. Модели с нежесткими ограничениями* // Автоматика и телемеханика. 2010. № 5. С. 110–121.

10. Зенюк Д.А., Малинецкий Г.Г., Фаллер Д.С. *Социальная модель коррупции в иерархических структурах* // Препринты ИПМ им. М. В. Келдыша. 2013. № 87. 27 с.

11. Колпак Е. П., Селицкая Е. А., Габриелян Л. А. *Математическая модель коррупции в системе «власть — общество»* // Молодой ученый. 2015. № 10. С. 9–16.

12. Кукушкин И.С., Меньшиков И.С., Меньшиков О.Р., Моисеев Н.Н. *Устойчивые компромиссы в играх со структурированными функциями выигрыша* // Журнал вычислительной математики и математической физики. 1985. Т. 25, вып. 12. С. 1761–1776.

13. Кукушкин И.С., Меньшикова О.Р., Меньшиков И.С. *Конфликты и компромиссы* // Математика, кибернетика. 1986. № 9.

14. Токарев В.В. *Гарантированные результаты в играх с запрещенными ситуациями* // Автоматика и телемеханика. 2009. № 6. С. 123-–140.

15. Токарев В.В. *Особенности равновесий в играх с запрещенными ситуациями* // Автоматика и телемеханика. 2009. № 7. С. 127-–138.

16. Basar T., Oldser G.J. *Dynamic Noncooperative Game Theory.* Philadelphia, 1999.

17. Mishra A. *Corruption, hierarchies and bureaucratic structure* // International Handbook on the Economics of Corruption / ed. by S. Rose-Ackerman. Cheltenham, UK; Northampton, MA, USA. 2006. P. 189–215.

CORRUPTION MECHANISMS IN MODELS OF SOCIAL AND PRIVATE INTERESTS COMBINING ENGINE IN THE CASE OF ONE AGENT. OPTIMIZATION APPROACH

Olga I. Gorbaneva, Institute of Mathematics, Mechanics and Computer Sciences, South Federal University, Cand.Sc., associate professor (gorbaneva@mail.ru).

Abstract: The paper is devoted to the investigation of corruption in models of social and private interests combining (SPICE-models) in the case of one agent. The specific attention in the article is given to the optimization approach investigation. In the structure of model between the higher level (principal) and the lower levels (agents) element «supervisor» is included. Supervisor acts in interests of principal, but he can weaken principal's demands for agent in exchange of a bribe. Administrative and economic corruption mechanisms are introduced and investigated. Optimization approach is applied.

Keywords: SPICE-models, corruption mechanisms, system compatibility, administrative and economic corruption, descriptive approach, optimization approach.