Математическая теория игр и её приложения, т.13, в.1, с. 28–58

УДК 519.83
ББК 22.18

ПОКАЗАТЕЛИ ЗНАЧИМОСТИ ДОРОГ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ТОПОГРАФИИ И ИНТЕНСИВНОСТИ ДВИЖЕНИЯ

Кинга Влодарчик
Кшиштоф Ю. Шайовски
Вроцлавский университет науки и технологий
Факультет чистой и прикладной математики
50-370 Польша, Вроцлав, Выспянский берег, 27
e-mail: kingawlodarczyk96@gmail.com, Krzysztof.Szajowski@pwr.edu.pl

Рассматриваются математические модели дорожного движения, позволяющие оценить значимость их отдельных сегментов для функционирования дорожной системы. На основе методов теории кооперативных игр и теории надежности строится подходящая мера. Основная цель – сравнить методы оценки значимости (ранга) фрагментов дороги, включая их функции. Показана применимость этих методов для улучшения эффективности работы всей системы.

Ключевые слова: компонентная значимость, когерентная система, классификация дорог, графовые модели, моделирование трафика.

Поступила в редакцию: 06.02.21 *После доработки*: 07.03.21 *Принята к публикации*: 09.03.21

1. Введение

1.1. Исторические замечания и мотивация

Математическое моделирование дорожной сети и движения по этим дорогам было важной темой исследований за последние полвека [17]. Оба эти аспекта взаимосвязаны. Эта взаимосвязь рассматривается в данном исследовании. Вопросы инженерии транспорта и инфраструктуры естественным образом предполагают, что уличные сети представляют собой наборы более или менее однородных линейных элементов, соединяющих различные точки этой сети. Это наблюдение приводит к графическому представлению, которое обеспечивает строгую формализацию для исследования, особенно при анализе проблем оптимизации потоков и маршрутизации. Такое представление будет использоваться в настоящем исследовании, направленном на введение естественных показателей значимости сегментов дорожной сети. Предлагаемая методика также направлена на выявление взаимосвязи различных элементов дорожной инфраструктуры и динамики дорожного движения, которая по своей природе не является детерминированной и однородной. Благодаря разработке метода, который позволяет моделировать динамику движения на компьютере [33], и принимая во внимание поведение реальных пользователей, мы можем оценить значимость отдельных сегментов и самой дорожной системы.

Моделирование транспортных сетей с использованием графов интуитивно понятна – имеется геометрическое сходство между географическими особенностями транспортной сети и элементами графа. Однако, когда мы говорим о комфорте перевозки между двумя пунктами, нетрудно заметить, что его не всегда можно измерить только длиной компонентов пути (см. [8], [31]). Вот почему мы ищем другие, альтернативные методы оценки качества путей и значимости отдельных участков на этих путях [15].

Функция дорожной сети заключается в облегчении передвижения из одного района в другой. Она играет важную роль в городской среде, способствуя мобильности. Кроме того, она определяет доступность (городской) территории, вместе с вариантами общественного транспорта. Во многих исследованиях по проектированию и содержанию дорог авторы поднимают проблему альтернативных соединений, необходимых для обеспечения эффективности транспорта между стратегическими точками (см. [16], [30]). Известно, что отдельные участки дорожной конструкции подвергаются разного рода угрозам, что приводит к временному разрыву таких соединений. В результате дорожная сеть определяет качество жизни на исследуемой территории. Поэтому стоит попытаться определить количественные параметры для качества дорожной системы и инфраструктуры, используемой для транспорта. Дальнейшее рассмотрение сосредоточено на дорожных системах для автомобильного транспорта. Однако предложенный подход может быть успешно применен и к другим аналогичным конструкциям.

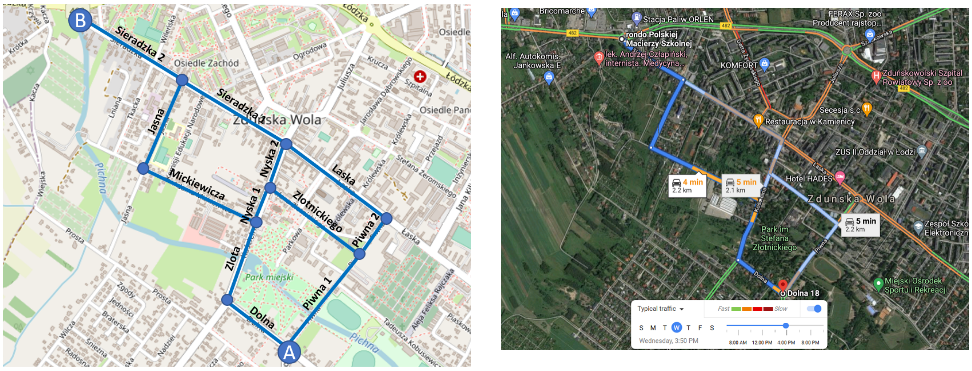
При проектировании следует провести анализ эффекта исключения отдельных сегментов и определить показатели, позволяющие выявить критические моменты. Однако сложность такой экономической оценки состоит, прежде всего, в том, что оценить время в пути не просто. Разные люди и организации по-разному оценивают время в пути, в зависимости от многих факторов, таких как доход, цель поездки, социальное положение и т.д. (см. [6], [24]). Целью работы является определение значимости участка дороги в дорожном движении. Будут рассмотрены общеизвестные показатели значимости, используемые для оценки компонентов системы. Топографию дорог нельзя изменить за короткое время. При планировании инфраструктуры важно обеспечить безопасность дорожного движения. С этой целью важно ввести объективные методы оценки слабых звеньев в дорожной системе. Используя методы теории надежности и теории игр, будет предложен количественный подход к определению значимости различных элементов инфраструктуры. Представленные предложения будут проиллюстрированы с использованием информации о фактической местной дорожной сети в выбранном городе (см. пример 1.2).

1.2. Мотивирующий пример

Основным примером в этой статье является сеть улиц, обеспечивающих доступ от точки A до точки B в небольшом городе [1]. Схема анализируемых улиц представлена на рисунке 1a. Подчеркнем, что цель моделирования не в том, чтобы отразить текущий трафик в сети, как показано на рисунке 1b, а в том, чтобы установить объективную значимость отдельных участков дороги для функционирования этой сети дорог.

---

[1]Родной город второго автора Здунская Воля.
[2]Источник: Google Maps.



(a) Сегменты дороги от A до B.

(b) Отображение типичной загруженности улиц на Google Maps. [2]

Рисунок 1. Анализируемый трафик сети.

В литературе существует множество показателей, позволяющих оценить значимость отдельных компонентов на основе структуры сети, срока службы и надежности отдельных компонентов или методов оценки значимости на основе методов включения и исключения. В статье будут использованы классические методы, основанные на теории надежности. С этой целью уличная сеть будет представлена в виде системы, где каждая дорога представлена как отдельный компонент. Затем для данной системы будет определена структурная функция, благодаря которой можно будет вычислить значение отдельных компонентов и соответствующих улиц. Следующим этапом будет определение показателя значимости с точки зрения удовлетворенности и комфорта водителей. Удовлетворенность водителей означает, что система работает исправно. Под надежностью конкретной дороги мы понимаем вероятность удовлетворения водителя от поездки. Система дорожного сообщения в данном районе должна обеспечивать возможность перевозки в предсказуемое время между разными точками. Увеличение этого срока отрицательно сказывается на водителях. Обеспечение комфорта и удовлетворение водителей от вождения важно для общей безопасности дорожного движения. Использование данного подхода может быть руководством как для водителей, так и для дорожников, планирующих дорожную инфраструктуру.

1.3. План работы

Целью исследования, представленного здесь, является реализация различных показателей значимости, используемых в теории надежности для анализа влияния элементов дорожных сетей. Теория, относящаяся к показателям значимости и их использованию в теории дорожного движения, описана в разделе 2. Существует тесная взаимосвязь между задержками на дорогах и функционированием как дороги, так и перекрестка, являющегося ее частью. Для этого было выполнено моделирование движения автотранспорта на анализируемых дорогах. Теория, связанная с моделированием движения транспортных средств и их поведения на перекрестках, описана в разделе 3. Раздел 4 описывает реальную сеть трафика, ее имитационную модель и результаты, полученные при моделировании. Затем, исходя из этого, была рассчитана значимость отдельных фрагментов в зависимости от интенсивности движения на этих дорогах.

В данной работе рассматривается влияние дорожной сети на удобство коммуникаций в условиях дорожного движения без прямого обращения к поведению водителей, чему была посвящена инженерная диссертация [33] и работа [27]. В этих работах была показана значительная зависимость качества трафика от соблюдения водителями действующих правил. Полученные результаты определяют важные элементы дорожной сети, которые влияют на безопасность дорожного движения и надлежащее функционирование.

2. Показатель значимости

Напомним ключевые элементы общей теории, относящиеся к *показателям значимости* (подробное описание концепции и ее расширение на многоуровневые (мультисостояния) элементы и системы см. в обзорной статье [1]. Работа большинства систем зависит от функционирования ее отдельных компонентов. Важно обеспечить правильную работу всей системы. Для этого важно оценить вклад отдельных компонентов. Для оценки значимости отдельных элементов было введено понятие *показателя значимости.* С 1969 года были предложены различные количественные представления, чтобы определить, какие компоненты наиболее важны для надежности системы. Очевидно, что чем больше эти значения, тем большее влияние этот элемент будет иметь на функционирование всей системы. Значимость отдельных элементов зависит от структуры системы, а также от специфики и интенсивности отказов отдельных элементов. Существует три основных класса показателей значимости: **показатели значимости надежности**, **показатели структурной значимости** и **показатели значимости на протяжении всей жизни** (см. [1], [4], [29]).

В этом разделе будет описана общая теория, относящаяся к показателям значимости. Начнем с краткого введения в структуру моделирования бинарной системы. На основе идеи сечения множеств путей в графе представлена декомпозиция системной функции. Анализ структурных функций приводит к концепции показателя значимости. Наконец, в разделе 2.5 будет представлено применение этих идей моделирования структуры к построению показателей значимости дорог.

2.1. Понятие показателей значимости

Установление иерархии компонентов сложной системы сводится к измерению влияния состояния элемента на состояние всей системы. Понятие состояния элемента (системы) зависит от контекста. Для анализа дорожной сети мы предполагаем, аналогично теории надежности, двоичное описание для элементов и системы (см. раздел 2.2, [22], [26]). Существует несколько подходов к определению показателей значимости. Наиболее популярными являются подходы, основанные на методах теории кооперативных игр (простые игры) и теории надежности (когерентные и полукогерентные структуры). Построение показателей значимости основано на общей теории множеств, которая появляется в различных приложениях. Пусть N – непустое конечное множество, а $\mathcal{P}$ – семейство его подмножеств.

Определение 2.1. *Монотонные булевы функции – это семейство характеристических функций элементов $\mathcal{P}$, обладающих следующими свойствами:*

(1) $\emptyset \in \mathcal{P}$, где $\mathcal{P}$ – семейство подмножеств N;
(2) $N \in \mathcal{P}$;
(3) $S \subset T \subset N$ и $S \in \mathcal{P} \Rightarrow T \in \mathcal{P}$.

Хотя показатели значимости были разработаны для когерентных систем, оказалось, что аналогичные определения существуют и для простых игр. Поэтому для начала мы должны кратко упомянуть о взаимосвязи понятий показателей значимости в контексте обеих концепций. Первая попытка определить это была сделана в [22]. Начнем с того, что легко увидеть взаимосвязь между игроками и компонентами. Согласно теории игр, у нас есть набор игроков $N = \{1, 2, 3, \ldots, n\}$ и семейство коалиций $\mathcal{P} \subset 2^N$. В теории надежности у нас есть набор компонентов N, где компоненты и вся система могут находиться в двух состояниях: состояние 1 для функционирования и состояние 0 для отказа. Точно так же и в теории игр, где $\lambda : \mathcal{P} \to \{0, 1\}$ характеристическая функция элементов $\mathcal{P}$. Здесь эта характеристическая функция имеет своим аналогом структурную функцию, а простые игры аналогичны полукогерентным структурам. Кроме того, выигрышные и блокирующие коалиции сравнимы с наборами путей и сечений.

В этой статье будет использоваться терминология теории надежности.

2.2. Двоичные системы

Рабочее состояние систем зависит от состояния их компонентов. Полезно оценить вклад отдельных компонентов в рабочее состояние системы. В моделях дорожных сетей ребра графа являются моделями участков дороги. Перекрестки и особые места на дороге, которые оказывают значительное влияние на поток движения, например железнодорожные переезды, туннели, мосты, виадуки или сужение дороги, разделяют сегменты на подсегменты. Начиная с 1960-х годов (см. [4], [5]), предполагается, что каждый компонент, а также вся система может находиться в одном из двух состояний: функционирование или сбой. Их модели могут быть представлены в виде двоичных переменных $\xi \in \{0, 1\}$. Система, состоящая из n компонентов, может быть описана состояниями ее компонентов: $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$, где каждый $x_i \in \{0, 1\}$. Более того, если структура системы известна, мы можем определить состояние системы как функцию вектора состояния. Для $i = 1, 2, \ldots, n$ структурная функция может быть изображена как

$$\phi(\mathbf{x}) = x_i \cdot \delta_i(\mathbf{x}) + \mu_i(\mathbf{x}), \tag{2.1}$$

где $\delta_i(\mathbf{x}) = \phi(1, \mathbf{x}_{-i}) - \phi(0, \mathbf{x}_{-i})$, $\mu_i(\mathbf{x}) = \phi(0, \mathbf{x}_{-i})$ не зависят от состояния x_i компонента i.

Кроме того, мы можем наблюдать ситуации, в которых система может работать, даже если некоторые компоненты вышли из строя. Наименьший набор функционирующих элементов, который обеспечивает работу всей системы, называется *минимальным путем*. Противоположная ситуация наблюдается в случае *минимальных сечений*, которые являются минимальным набором компонентов, отказ которых приводит к отказу всей системы. Итак, система состоит из n серий минимальных путей, обозначенных ρ_i, для $i = 1, 2, \ldots, n$. Для нее

$$\phi(\mathbf{x}) = \coprod_{i=1}^{n} \rho_i(\mathbf{x}) = 1 - \prod_{i=1}^{n} \big[1 - \rho_i(\mathbf{x})\big]. \tag{2.2}$$

По аналогии, для n минимальных сечений параллельных структур, отмеченных κ_i, для $i = 1, 2, \ldots, n$, структурная функция выглядит следующим образом:

$$\phi(\mathbf{x}) = \prod_{i=1}^{n} \kappa_i(\mathbf{x}). \tag{2.3}$$

Если мы просто заменим минимальные пути и минимальные сечения компонентами, формулы (2.2) и (2.3) применимы для последовательных и параллельных компонентов.

В большинстве случаев предполагается, что элементы системы работают независимо. Тогда состояние i -го элемента является двоичной случайной величиной X_i:

$$p_i = P(X_i = 1) = 1 - P(X_i = 0), \text{ где } i = 1, 2 \ldots, n, \tag{2.4}$$

$$\mathbf{p} = (p_1, p_2, \ldots, p_n).. \tag{2.5}$$

Вероятность функционирования системы (*функция надежности*):

$$P(\phi(\mathbf{x}) = 1|\mathbf{p}) = E[\phi(\mathbf{x})|\mathbf{p}] = h_\phi(\mathbf{p}). \tag{2.6}$$

2.3. Показатели значимости надежности

Показатели значимости надежности были введены Бирнбаумом [4]. Вначале из формул (2.4),(2.5) и (2.1) он выразил функцию надежности следующим образом:

$$h_\phi(\mathbf{p}) = p_i \cdot E[\delta_i(\mathbf{X})] + E[\mu_i(\mathbf{X})],$$

где для каждого $i = 1, 2, \ldots, n$ и в соответствии с уравнением (2.1) мы имеем

$$\frac{\partial h_\phi(\mathbf{p})}{\partial p_i} = E[\delta_i(\mathbf{X})] = E\left[\frac{\partial \phi(\mathbf{X})}{\partial X_i}\right].$$

Согласно Бирнбауму [4], *значимость надежности* элемента c_i *структуры ϕ при функционировании* определяется как $I_i(\phi, 1; \mathbf{p}) = P\{\phi(\mathbf{X}) = 1 | X_i = 1; \mathbf{p}\} - P\{\phi(\mathbf{X}) = 1; \mathbf{p}\}$, и аналогичным образом определяется *значимость надежности* элемента c_i *структуры ϕ при отказе*: $I_i(\phi, 0; \mathbf{p}) = P\{\phi(\mathbf{X}) = 0 | X_i = 0; \mathbf{p}\} - P\{\phi(\mathbf{X}) = 0; \mathbf{p}\}$. Складывая, получаем *значимость надежности* $I_i(\phi; \mathbf{p})$ элемента c_i для структуры ϕ как $I_i(\phi; \mathbf{p}) = I_i(\phi, 1; \mathbf{p}) + I_i(\phi, 0; \mathbf{p})$. Кроме того, могут быть полезны следующие соотношения

$$I_i(\phi; \mathbf{p}) = \frac{\partial h(\mathbf{p})}{\partial p_i} = E[\delta_i(\mathbf{X})] = E[(1 - X_i)\delta_i(\mathbf{X})] + E[X_i \delta_i(\mathbf{X})].$$

В общей теории показатель значимости Бирнбаума для $i = 1, 2, \ldots, n$ известен как

$$B(i|\mathbf{p}) = \frac{\partial h(\mathbf{p})}{\partial p_i} = \frac{\partial [1 - h(\mathbf{p})]}{\partial [1 - p_i]}, \tag{2.7}$$

здесь $B(i|\mathbf{p})$ зависит от $\mathbf{p}$. В случае, когда вектор надежности $\mathbf{p}$ неизвестен, мы должны учитывать структурную значимость, определенную для $i = 1, 2, \ldots, n$ следующим образом

$$B(i) = I_i(\phi) = \left.\frac{\partial h(\mathbf{p})}{\partial p_i}\right|_{p_1 = \ldots = p_n = \frac{1}{2}}, \tag{2.8}$$

эта информация будет использоваться в следующем разделе.

2.4. Показатели структурной значимости

Бирнбаум [4] определил для структуры ϕ *показатели структурной значимости* элемента c_i, используя формулу $I_i(\phi) = I_i(\phi, 1) + I_i(\phi, 0) = 2^{-n} \sum_{(\mathbf{x})} \delta_i(\mathbf{x}) = 2^{-n} \big[\sum_{(\mathbf{x})} (1 - x_i) \cdot \delta_i(\mathbf{x}) + \sum_{(\mathbf{x})} x_i \cdot \delta_i(\mathbf{x}) \big]$.

Бароу и Прошан [2] использовали более общий подход к структурным показателям. Если n компонентов составляют систему, то мы предполагаем, что для $t \geq 0$ и $i = 1, 2, ..., n$ случайный процесс

$X_i(\omega, t)$ для c_i-го элемента принимает значения 0 или 1, в зависимости от сбоя или функционирования системы в момент t соответственно. Пусть $\xi_i(\omega) = \inf\{t \in \Re^+ : X_i(\omega, t) = 0\}$ – время жизни c_i-го элемента, и обозначим $Q_i(s) = \mathbf{P}\{\omega : \xi_i(\omega) \geq s\}$. Предполагая непрерывное распределение срока службы c_i-го элемента $Q_i(t) = \mathbf{P}\{\omega : X_i(\omega, t) = 1\}$ и структуры ϕ, в каждый момент t надежность структуры определяется функцией $h(\mathbf{Q}(t))$ (см. (2.6)). На основе этих обозначений мы имеем процесс состояний системы $X(\omega, t) = \phi(\mathbf{X}(\omega, t))$ и функцию надежности системы:

$$\begin{aligned} Q(t) = h(\mathbf{Q}(t)) &= h\big(Q_1(t), Q_2(t), \ldots, Q_n(t)\big) \\ &= \mathbf{P}\{\omega : \phi(\mathbf{X}(\omega, t)) = 1\} = \mathbf{E}\big[\phi(X(\omega, t))\big]. \end{aligned} \tag{2.9}$$

Вычислим функцию плотности $f(t) = -Q'(t) = -q(t)$ распределения времени жизни системы со структурной функцией h:

$$\begin{aligned} f(t) = -\frac{d}{dt}Q(t) &\overset{(2.9)}{=} -\langle \nabla h(\mathbf{Q}(t)), \mathbf{q}(t) \rangle \\ &\overset{(2.7)}{=} -\left\langle \overrightarrow{\mathbf{I}}_h(\mathbf{Q}(t)), \mathbf{q}(t) \right\rangle = -\langle \mathbf{E}[\boldsymbol{\delta}(\mathbf{X})], \mathbf{q}(t) \rangle . \end{aligned} \tag{2.10}$$

Для элемента c_i, который описывается распределением F_i и функцией плотности $f_i(t)$ (см. (2.10)), вероятность того, что отказ системы в момент t был вызван элементом c_i, может быть описана следующим образом. Пусть $\mathbf{L}_i(h, \mathbf{Q}(t)) = \int_0^t \tilde{h}_i(\mathbb{I} - \mathbf{Q}(t)) dF_i(t)$, где $\tilde{h}_i(\mathbb{I} - \mathbf{Q}(t)) = \Delta_i h(\mathbb{I} - \mathbf{Q}(t)) = h(1_i, \mathbb{I} - \mathbf{Q}(t)) - h(0_i, \mathbb{I} - \mathbf{Q}(t))$, это вероятность изменения состояния системы на временном интервале $[0, t]$. В каждый момент времени t вероятность того, что сбой произойдет на элементе c_i равна

$$\frac{[h(1_i, \bar{F}(t)) - h(0_i, \bar{F}(t))] f_i(t)}{\sum\limits_{k=1}^{n} [h(1_k, \bar{F}(t)) - h(0_k, \bar{F}(t))] f_k(t)}. \tag{2.11}$$

На интервале $[0, t]$ вероятность сбоя на элементе c_i равна

$$\frac{\int_0^t [h(1_i, \bar{F}(u)) - h(0_i, \bar{F}(u))] dF_i(u)}{\int_0^t \sum\limits_{k=1}^{n} [h(1_k, \bar{F}(u)) - h(0_k, \bar{F}(u))] dF_k(u)}.$$

Здесь, при $t \to \infty$ получим вероятность того, что окончательный отказ системы был вызван элементом c_i.

$$I_i^{BP}(\phi) = \int_0^1 [h(1_i, p) - h(0_i, p)]dp, \tag{2.12}$$

где в $(\cdot_i, p)$ i -я компонента равна 1 или 0, соответственно.

Наконец, мы можем определить структурную значимость элемента c_i, используя количество критических путей $n_r(i)$ следующим образом:

$$I_i^{BP}(\phi) = \sum_{r=1}^{n} n_r(i) \cdot \frac{(r-1)!(n-r)!}{n!} = \frac{1}{n} \sum_{r=1}^{n} n_r(i) \binom{n-1}{r-1}^{-1}.$$

Как было отмечено в разделе 2.1, существует большая связь между концепциями, относящимися к теории игр и теории надежности. Мера, введенная Барлоу и Прошаном, является примером этого. Это определение отражено в кооперативных играх как индекс Шепли-Шубика, которое означает, какую прибыль может ожидать игрок данной коалиции с учетом его вклада в любую коалицию.

2.5. Показатели значимости участков дороги в примере 1.2

Анализируемая система – это уличная сеть, обеспечивающая доступ от A до B, это возможно несколькими способами. Улицы были представлены вначале на Рис. 1а и затем преобразованы в форму системы (схемы).

Таблица 1. Минимальные пути

Путь: $\mathcal{P}$	Элементы
1	1 2 3 8 12
2	1 2 5 9 11 12
3	4 6 9 11 12
4	4 7 10 11 12

На основе системного представления сети улиц мы можем определить структурную функцию. Как мы знаем, структурную функцию можно определить с помощью *набора минимальных путей* или *набора минимальных сечений* (см. таблицы 1 и 2). На основе таблиц 1 и 2 можно определить структурную функцию для множества минимальных путей:

$$\rho_j(\mathbf{x}) = \prod_{i \in \mathcal{P}_j} x_i \quad \text{для } j = 1, \ldots, 4,$$

Таблица 2. Минимальные сечения

Сечения: $\mathcal{C}$	Элементы		
1	1 4	11	3 9 10
2	2 4	12	8 9 7
3	1 6 7	13	8 9 10
4	2 6 7	14	3 4 9
5	4 5 3	15	4 8 9
6	4 5 8	16	3 11
7	1 6 10	17	8 11
8	2 6 10	18	1 11
9	3 5 6 7	19	2 11
10	3 9 7	20	12

и множества минимальных сечений:

$$\kappa_j(\mathbf{x}) = \coprod_{i \in \mathcal{C}_j} x_i \quad \text{для } j = 1, \ldots, 20.$$

Из определения (2.2) и на основе приведенных выше уравнений мы можем записать структурную функцию данной системы следующим образом

$$\phi(\mathbf{x}) = \coprod_{j=1}^{4} \rho_j(\mathbf{x}) = 1 - \prod_{j=1}^{4} (1 - \rho_j(\mathbf{x})).$$

Кроме того, наша структурная функция также может быть выражена для множества минимальных сечений

$$\phi(\mathbf{x}) = \prod_{i=1}^{20} \kappa_i(\mathbf{x}).$$

И наконец, благодаря уравнению (2.6), мы можем записать функцию надежности анализируемой системы

$$h_\phi(\mathbf{p}) = 1 - \prod_{j=1}^{4} (1 - \prod_{i \in \mathcal{P}_j} p_i), \tag{2.13}$$

где p_i для $i = 1, 2, \ldots, 12$ – вероятности, которые будут определены в следующем разделе.

2.6. Показатель значимости участка дороги для трафика

Определим, что именно означает, что дорожная система работает или нет. Мы исходим из предположения, что условием функционирования системы является комфорт и удовлетворенность водителей.

Состояние **1** означает, что водитель удовлетворен данным участком дороги или маршрутом, состояние **0** означает неудовлетворенность. Для водителей объективной мерой удовлетворения является время в пути и безопасность на данном участке дороги. Задержка на определенном участке дороги выше определенного критического уровня вызывает недовольство водителей. Этот критический уровень неудовлетворенности может быть разным для каждого водителя. В теории надежности время жизни объекта моделируется распределением Вейбулла. Этот подход был применен в [9], где рассматривалась ситуация, когда перед выездом на перекресток водитель переставал соблюдать правила дорожного движения, если время ожидания превышало критическое значение, которое определялось распределением Вейбулла: $F(t) = 1 - Q(t)$, где $Q(t) = \mathbb{I}_{(0,\infty)}(t)\exp\{-(\frac{t}{\lambda})^k\}$.

Параметризуем все участки пути допустимым временем задержки для водителей. Допустимая задержка – случайная величина с некоторым распределением. Задержка движения τ является следствием различных факторов. Будем говорить, что сегмент надежный для данного водителя с допустимой задержкой t, если $\tau(\omega) \geq t$. Для однородного класса водителей время задержки ξ на данном участке дороги является общим для всех водителей, поэтому надежность будет определяться вероятностью того, что при предполагаемом времени задержки водитель удовлетворен поездкой. Тогда для определения показателей значимости можно считать, что надежность сегмента определяется как вероятность p_i удовлетворения водителя, а $1 - p_i$ будет означать вероятность того, что водитель не удовлетворен поездкой. Определим $p_i = P(X_i = 1|t = \xi) = 1 - P(X_i = 0|t = \xi) = Q(\xi)$. В работе используются те же параметры распределения Вейбулла, что и в статье [9], то есть $\lambda = 30$, $k = 2.92$. Зная связь между надежностью улиц и временем задержек, мы можем определить надежность этих фрагментов маршрута для данной интенсивности движения. Различные участки дороги по-разному реагируют на повышение интенсивности движения, поэтому надежность будет разной. С помощью моделирования определяем зависимость интенсивности движения и времени задержки.

2.7. Продолжение примера 1.2 и 2.5

Предположим, что у нас есть сокращенная схема дорожной сети, ограниченная улицами Piwna 1, Zlotnickiego, Laska, Sieradzka 1. Здесь у нас компоненты c_4 и c_{11} расположены последовательно, а компоненты c_6 и c_{10} параллельны. Исходя из этого, мы можем определить структурную функцию как $\phi(\mathbf{x}) = x_4 \cdot (1 - (1 - x_6) \cdot (1 - x_{10})) \cdot x_{11}$, и функцию надежности системы, соответственно $h(\mathbf{p}) = p_4 \cdot (1 - (1 - p_6) \cdot (1 - p_{10})) \cdot p_{11}$.

Для начала предположим, что надежность отдельных компонентов неизвестна, поэтому можно рассчитать только структурные показатели значимости на основе определений, приведенных в Разделе 2.4. Для показателя Бирнбаума предположим, что каждая надежность p_i компонентов c_i для $i = 1, 2, \ldots, n$ одинакова и равна $\frac{1}{2}$ и показатель значимости Барлоу и Прошана определим для $p \in [0, 1]$. Используя определения (2.8) для значимости Бирнбаума и (2.12) для значимости Барлоу и Прошана, подсчитаем значимость анализируемых компонентов (см. таблица 3).

Таблица 3. Структурные показатели в анализируемой системе

Индекс улицы	**Название улицы**	**Значение** $B(i;\phi)$	**Значение** $I_i^{BP}(\phi)$
4	Piwna 1	0.375	0.4167
6	Zlotnickiego	0.125	0.0833
10	Laska	0.125	0.0833
11	Sieradzka 1	0.375	0.4167

Мы видим, что дороги, соединенные последовательно, более важны, чем дороги, соединенные параллельно. Это согласуется с логикой: если одна из параллельных дорог заблокирована, всегда можно выбрать другой маршрут, который позволит добраться до места назначения. Второй показатель учитывает, помимо самой системы, изменчивость надежности отдельных элементов.

Теперь рассмотрим показатель значимости надежности для упрощенной системы $\phi(\mathbf{x}) = x_4 \cdot (1 - (1 - x_6) \cdot (1 - x_{10})) \cdot x_{11}$. Предположим, что для данной интенсивности движения у нас есть определенные времена задержки, на основе чего рассчитаем вероятность того, что водители довольны поездкой, то есть надежностью дороги. Затем для этих значений, используя формулу (2.7), вычислим значение показателей значимости, определенных Бирнбаумом. Время задержки, а также соответствующие надежность и значимость представлены в Таблице 4. Как мы видим, при задержке на дороге около 25 секунд

Таблица 4. Гипотетические показатели значимости в примерах

Индекс улицы	**Название улицы**	**Задержка** ξ	**Вероятность** $Q(\xi)$	**Значение** $B(i\|p)$
4	Piwna 1	25 s	0.5559	0.8513
6	Zlotnickiego	20 s	0.7363	0.0025
10	Laska	5 s	0.9947	0.1249
11	Sieradzka 1	16 s	0.8526	0.5551

вероятность удовлетворенности водителя близка к $\frac{1}{2}$, а в случае задержки около 5 секунд водители почти не испытывают негативные последствия замедления движения транспорта. При такой надежности улиц и такой схеме легко заметить, что параллельные улицы вносят меньший вклад в потенциальную удовлетворенность водителя, чем при последовательном расположении. Кроме того, в случае последовательности улиц, более важны те, которые имеют меньшую надежность, поэтому им следует уделять больше внимания для поддержания надлежащего качества трафика. В случае параллельного расположения улиц более важны улицы с большей надежностью. Логично, что водители, зная, какая дорога лучше, выберут ее, поэтому важно постоянно поддерживать ее в хорошем состоянии, потому что при выходе ее из строя вся система теряет надежность.

2.8. Структурная значимость

Как было отмечено в предыдущих разделах, если надежность отдельных компонентов неизвестна, можно использовать структурные показатели значимости. Воспользуемся опять определениями показателей значимости, введенными Бирнбаумом, Барлоу и Прошаном, представленным в разделе 2.3 уравнениями (2.8) и (2.12), соответственно. Полученные результаты представлены в таблице 5. Мы видим, что результаты для обоих показателей похожи. Как и ожидается, наиболее важной для всего маршрута является улица Sieradzka 2, потому что каждый маршрут в конечном итоге проходит именно по этой улице. Значение Барлоу-Прошана для этих улиц больше, чем значение Бирнбаума. Далее, важная часть маршрута - Sieradzka

Таблица 5. Структурные показатели значимости дорог в анализируемой системе

Индекс улицы	**Название улицы**	**Задержка** $B(i;\phi)$	**Задержка** $I_i^{BP}(\phi)$
1	Dolna	0.0861	0.0973
2	Zlota	0.0861	0.0973
3	Mickiewicza	0.0577	0.0531
4	Piwna 1	0.1155	0.1202
5	Nyska 1	0.0284	0.0338
6	Zlotnickiego	0.0577	0.0531
7	Piwna 2	0.0577	0.0531
8	Jasna	0.0577	0.0531
9	Nyska 2	0.0861	0.0973
10	Laska	0.0577	0.0531
11	Sieradzka 1	0.1439	0.1882
12	Sieradzka 2	0.2016	0.3690

1. Для нее, на пути из A B, 3 из 4 маршрутов проходят по этой улице. Для этой улицы значение Бирнбаума меньше, чем значение Барлоу-Прошана. Показатель значимости для Zlota и Dolna близко к значению, рассчитанному для Piwna. Однако не так-то просто догадаться, что такое же значение имеет показатель значимости для улицы Nyska 2.

3. Моделирование трафика

3.1. Обзор и история

Первые исследования в области теории движения транспортных средств и моделирования трафика начались с работы Брюса Д. Гриншилдса [11]. На основе методов фотографических измерений он предложил эмпирические зависимости между потоком, плотностью и скоростью, возникающие в движении транспортных средств.

Среди популярных подходов отметим модели слежения за автомобилем и модели клеточных автоматов. Наиболее популярная модель трафика клеточных автоматов – это модель Нагеля и Шрекенберга [18] (см. [14] для более продвинутой версии LAI). В этой работе будет применяться модификация LAI [27] для моделирования движения транспортных средств с учетом поведения водителей. Применяемый метод моделирования основан на теории клеточных автоматов.

3.2. Движение транспортных средств

Для моделирования движения транспортных средств применяется модель **LAI model**. Водители, у которых впереди свободное место, едут на максимальной скорости. Приближаясь ко второму транспортному средству, водители реагируют на изменение его скорости, обеспечивая себе постоянное пространство для торможения без столкновений.

3.3. Перекрестки

Перекрестки – это неотъемлемый элемент дорожного движения, они представляют собой пересечение дорог на одном уровне. Существуют следующие типы перекрестков: неконтролируемые перекрестки, перекрестки с дорожными знаками и перекрестки с контролируемым движением (светофоры или уполномоченное лицо).

Моделирование дорожного движения на перекрестках является важным элементом моделирования дорожного движения, на эту тему было создано множество моделей, например модели, имитирующие движение транспортных средств на перекрестках типа Т [35], описывающие движение на несигнальных перекрестках как в случае [23], [10] и тех, которые учитывают движение на перекрестках со светофором [3]. Обычно эти модели затрагивают два аспекта: моделирование движения транспортных средств и моделирование взаимодействия на перекрестках. Для перекрестков установлены общие правила, однако также учитывается поведение водителей, которые могут или не могут соблюдать эти правила. Модели такого поведения были исследованы в [33] и [27]. При моделировании взаимодействий на перекрестках используется теория игр, примеры такого использования можно увидеть в [19] (для сигнального перекрестка см. [32].

Однако цель данной работы – простое моделирование дорожного движения, поэтому игровые методы моделирования перекрестков рассматриваться не будут. Предполагается, что все водители соблюдают правила дорожного движения и следят за безопасностью дорожного движения. Цель работы – найти элементы, влияющие на потенциальную угрозу, влияющую на нежелание водителей соблюдать правила дорожного движения. В зависимости от маневра, выполняемого водителями, и типа перекрестка необходимо смоделировать следующие ситуации: (i) повернуть направо с дороги без полосы отвода; (ii) повернуть налево с дороги с полосой отвода; (iii) повернуть налево с дороги без права проезда; (iv) двигаться прямо на светофоре; (v) повернуть налево на светофоре.

При моделировании описанных выше ситуаций использовались два основных правила:

Правило 1: водитель, желающий присоединиться к движению по главной дороге, может сделать это, если и только если в течение всего процесса, пока не будет достигнута максимальная скорость, он не будет мешать движению других транспортных средств по главной дороге. Этот маневр можно описать следующей формулой:

$$l_x - v_x - \sum_{\Delta v=2}^{v_{max}} \min(v_{max}, v_x + \Delta v - 1) + \sum_{\Delta v=2}^{v_{max}} \Delta v > d_{keep_x},$$

где l_x – это расстояние от транспортного средства на главной дороге до перекрестка, v_x –это текущая скорость его транспортного средства.

Правило 2: Водитель, желающий пересечь дорогу в противоположном направлении, может это сделать, если в течение времени, необходимого для его завершения, нет потока в противоположном направлении, и водитель противоположной стороны не будет вынужден тормозить. Условие, обеспечивающее правильное выполнение маневра, можно описать следующим неравенством:

$$l_x - \sum_{\Delta v=0}^{\tau_n} \min(v_{max}, v_x + \Delta v - 1) > d_{dec_x},$$

где l_x – это расстояние до встречного автомобиля напротив перекрестка, а сумма отвечает за вычисление расстояния, пройденного этим автомобилем за время, необходимое для завершения поворота. Значение левой части неравенства должно быть больше скорости, необходимой для безопасного торможения автомобилем. В противном случае это вынудит водителя к экстренному торможению, что нежелательно, а в случае возможной запоздалой реакции водителя может привести к аварии.

Кроме того, понадобилось моделирование светофоров. Схема светофора использовалась в соответствии с польскими правилами. Фазы светофора цикла с продолжительностью и значением отдельных сигналов следующие:

1. **Красный свет** — вход запрещен. Продолжительность 60 секунд.
2. **Красный и желтый свет** — означает, что через мгновение будет зеленый сигнал. По регламенту длится 1 с.
3. **Зеленый свет** — разрешает въезд, если есть возможность продолжить движение и это не создаст угрозы безопасности дорожного движения. Продолжительность такая же, как у красного сигнала, равна 60 с.
4. **Желтый свет** — запрещает въезд, если остановка автомобиля не вызовет аварийное торможение. По регламенту он должен длиться не менее 3 с.

Реальные и смоделированные размеры улиц представлены в Разделе 4.1 следующей главы.

3.4. Калибровка модели

Важным аспектом в моделировании трафика является калибровка моделей. Эта тема является частью более крупной проблемы – оптимизации моделирования. Производительность системы оценивается на основе результатов моделирования, а от параметров модели зависит решение. Поэтому очень важно правильно выбрать параметры модели, чтобы используемая модель была надежной и правильно отображала смоделированные характеристики поведения. Оптимизация и калибровка движения – это разные задачи и не существует алгоритма, общего для всех задач и потребностей. Выбор правильного алгоритма зависит от рассматриваемого примера [25].

Большинство исследований было сосредоточено на тестировании производительности алгоритма оптимизации, когда модели оцениваются по фактическим данным трафика, например [12]. Однако, основываясь на реальных данных о трафике, невозможно оценить эффективность алгоритма и всего процесса калибровки. Другой подход, предложенный в литературе, – использование синтетических измерений, то есть данных, полученных из самой модели. Такой подход используется, например, в работах [20] и [7].

4. Моделирование

4.1. Описание реальной сети трафика

Используя модели, предложенные в разделе 3, моделирование движения транспортных средств было выполнено на каждой улице, представленной на рисунке 1. Модель движения транспортных средств по прямой дороге представлена в разделе 3.2. Моделирование движения между улицами было более сложным. Раздел 3.3 описывает общие правила, необходимые для определения движения на перекрестках. Существуют различные маневры, требующие моделирования. Кроме того, фактическая длина дороги была преобразована в значения моделирования для наилучшего отражения дорожного движения. В таблице 6 описаны реальные и имитированные длины дорог и маневры, которые необходимо выполнить на заданном участке дороги. На улицах Nyska 1, Sieradzka 1 и Sieradzka 2 водители проезжают данный участок с приоритетом, двигаясь прямо.

На дорогах Dolna и Zlotnickiego водители присоединяются к движению на главной дороге, находясь на дороге без преимущественного права проезда. Правило 1 было применено, предполагая, что при приближении к перекрестку водители должны снизить скорость до 0 или 1, а затем принять решение в соответствии с описанными условиями.

На улице Mickiewicza в конце дороги водитель вынужден сбавить скорость до 2, что соответствует реальной скорости 18 км/ч, можно предположить, что это разумная скорость для поворота. После снижения скорости водители могут покинуть перекресток.

На улицах Zlota и Piwna 1 водители с вероятностью $\frac{1}{3}$ поворачивают налево, либо едут прямо. Перед поворотом водители снижают скорость как минимум до 2, если они могут пересечь полосу встречного направления. Они продолжают движение, если не замедляются. Водители должны уступать дорогу встречным машинам, применяется Правило 2.

В случае улиц Piwna 2 и Jasna мы предполагаем, что водители

Таблица 6. Базовая информация по анализируемым дорогам

Id	Название улицы	Длина		Перекрестки и повороты
		В метрах	В камерах	
1	Dolna	300 m	120	Уступите дорогу на Zlota и поверните направо
2	Zlota	350 m	140	Уступите встречным машинам и поверните налево или езжайте прямо
3	Mickiewicza	500 m	200	Поверните направо с полосой отчуждения
4	Piwna 1	450 m	180	Уступите встречным машинам и поверните налево или езжайте прямо
5	Nyska 1	160 m	64	Идите вперед с полосой отчуждения
6	Zlotnickiego	500 m	200	Уступите дорогу на Nyska 1 и поверните направо
7	Piwna 2	180 m	72	Уступите дорогу машинам на главной дороге и поверните налево
8	Jasna	400 m	160	Уступите дорогу автомобилям на главной дороге и поверните налево
9	Nyska 2	200 m	80	Уступите дорогу встречным машинам и на перекрестке поверните налево
10	Laska	500 m	200	Идите вперед, но подождите на светофоре
11	Sieradzka 1	500 m	200	Идите вперед с полосой отчуждения
12	Sieradzka 2	500 m	200	Идите вперед до конца дороги

замедляют движение перед перекрестком до 0 или 1 и с вероятностью $\frac{1}{2}$ повернут направо или налево. В обеих ситуациях необходимо применять Правило 1, потому что водители должны уступать дорогу транспортным средствам, которые находятся на дороге, на которой они поворачивают. Кроме того, в случае поворота налево следует применять Правило 2, потому что транспортное средство будет пересекать дорогу в противоположном направлении.

Две последние дорожные ситуации связаны с движением на перекрестках со светофорами. При движении по улице Laska в случае включения красного светофора водители ждут на перекрестке, после чего могут покинуть его. Случай, когда водители хотели бы повернуть налево, не рассматривается, потому что в реальной жизни левая полоса предназначена для поворота налево. При выезде с улицы Nyska 2 водители могут ехать направо, налево или прямо. В случае поворота направо или прямо, нет проблем, поэтому мы разрешаем водителям выезжать с перекрестка. При повороте налево нужно пропустить транспортные средства, движущиеся в противоположном направлении, поэтому применяется Правило 2.

В соответствии с приведенными выше предположениями, моделирование было выполнено и повторено 1000 раз для каждой интенсивности трафика, чтобы получить средние значения задержек в зависимости от интенсивности. Пример кода и описание программы включены в [28].

4.2. Результаты вычислений

В соответствии с характеристиками, описанными в предыдущем разделе, было выполнено моделирование движения. Результаты задержек на дорогах показаны на рис. 2.

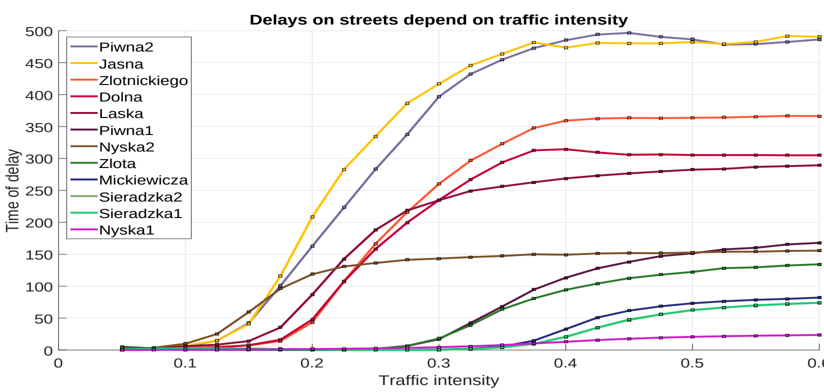


Рисунок 2. Время задержки зависит от интенсивности движения на разных дорогах

Мы видим, что характеристики увеличения задержки для разных дорог разные. Легко видеть, что одними из самых сложных для проезда улиц являются Jasna и Piwna 2, мы видим здесь высокую чувствительность к интенсивности движения. Еще одна группа улиц по задержкам – Zlotnickiego и Dolna, также на них похожа улица Laska, хотя характер роста другой. Nyska 2 имеет совершенно иное поведение, чем остальные, но это единственная улица с таким сложным перекрестком, включая светофоры. В этом случае задержка очень быстро увеличивается, достигая критического уровня для этой улицы, связанного с пропускной способностью дороги. Поэтому, несмотря на то, что конечный результат задержки не самый большой, можно считать, что эффективность этого перекрестка наихудшая. Следующие, но определенно более эффективные улицы – это Piwna 1 и Zlota, и наиболее быстрое движение можно увидеть на последних 4 улицах, где нет перекрестков и транспортных потоков. Кроме того, обе улицы Sieradzka имеют одинаковое время задержки, потому что обе улицы без перекрестков и имеют одинаковую длину.

Затем, используя подход, представленный в Разделе 2.6, и основываясь на вычисленных временах задержки, можно определить вероятность удовлетворенности водителя заданным участком маршрута. Нежелательное явление – превышение определенного критического уровня времени задержки, что вызовет недовольство водителя. Вероятность того, что критическое значение для данной задержки не будет превышено, описывается функцией надежности для распределения Вейбулла. Используя это, рассчитывается вероятность удовлетворенности водителя на каждой дороге в зависимости от интенсивности движения. Эти вероятности представлены на рисунке 3.

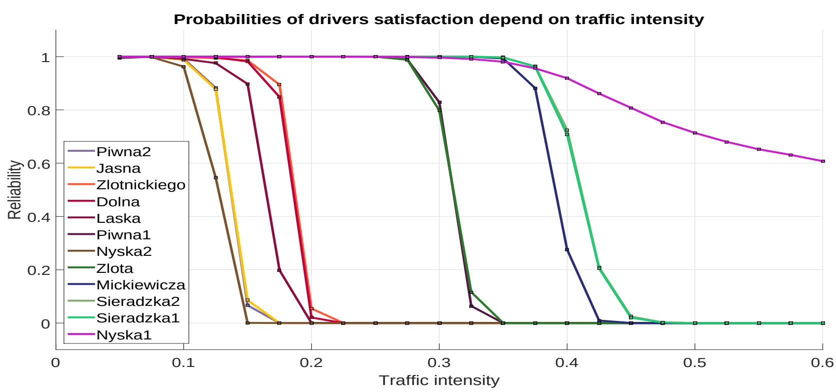


Рисунок 3. Вероятности удовлетворенности водителей в зависимости от интенсивности движения для разных дорог

Мы видим, что надежность улиц разная. Некоторые улицы, уже при низкой интенсивности движения, достигают критического состояния, что обязательно вызовет недовольство водителей (например, улица Nyska 2, Piwna 2, Jasna, Laska, Dolna, Zlotnickiego). Мы также можем наблюдать такие улицы, как Nyska 1, где движение постоянно идет и не раздражает водителей. Этот рисунок показывает, что отдельные улицы по-разному реагируют на увеличение трафика.

4.3. Значения показателей значимости

Рассчитаем надежность всей системы в зависимости от загруженности и надежности каждого маршрута. Для расчета значений надежности отдельных дорог p_i для $i = 1, 2, \ldots, 12$ подставляются соответствующие значения в формулу (2.13). Кроме того, рассчитаем надежность отдельных маршрутов, соответствующих минимальным путям. Индивидуальные маршруты включают следующие улицы:

Маршрут 1: Dolna, Zlota, Mickiewicza, Jasna, Sieradzka 2
Маршрут 2: Dolna, Zlota, Nyska 1, Nyska 2, Sieradzka 1, Sieradzka 2
Маршрут 3: Piwna 1, Zlotnickiego, Nyska 2, Sieradzka 1, Sieradzka 2
Маршрут 4: Piwna 1, Piwna 2, Laska, Sieradzka 1, Sieradzka 2

Таблица 7. Вероятности комфортного движения между точками A и B в зависимости от различных маршрутов и различной интенсивности движения.

Интенсивность движения	**Вероятность удовлетворения**				
	Все марш.	**Путь 1**	**Путь 2**	**Путь 3**	**Путь 4**
0.050	1.0000	0.9974	0.9973	0.9948	0.9948
0.075	1.0000	0.9989	0.9970	0.9961	0.9969
0.100	1.0000	0.9855	0.9598	0.9574	0.9807
0.125	0.9963	0.8737	0.5440	0.5422	0.8596
0.150	0.1396	0.0841	0.0006	0.0006	0.0595
0.175	0	0	0	0	0
0.200	0	0	0	0	0
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
0.600	0	0	0	0	0

Расчетные значения надежности представлены в таблице 7. Мы видим, что система перестала функционировать при интенсивности трафика 0,175. Кроме того, мы видим, что пропускная способность системы всегда выше эффективности отдельных дорог. Это важная информация о критическом значении интенсивности трафика, которое приводит к отказу всей сети. Кроме того, мы видим, что пропускная способность маршрутов 1 и 4 больше, что может указывать на то, что при интенсивном движении лучше выбрать один из этих двух маршрутов, чтобы обеспечить больше шансов на спокойную поездку.

Рассчитанные значения показателей значимости показаны в таблице 8. Для каждой улицы были представлены полученные значения показателей значимости при заданной интенсивности движения. Как упоминалось ранее, эти значения рассчитываются на основе структурной функции (2.13) и определения показателя значимости по Бирнбауму (2.7), с использованием полученной надежности для отдельных интенсивностей трафика. Как видим, наиболее интересные результаты были получены при интенсивности трафика 0,125 и 0,150.

Таблица 8. Важность элементов маршрута для разной интенсивности движения

Id	**Название улицы**	**Интенсивность движения**					
		0.100	**0.125**	**0.150**	**0.175**	**0.200**	...
1	Dolna	≈ 0	0.0301	0.0810	0	0	...
2	Zlota	≈ 0	0.0300	0.0795	0	0	...
3	Mickiewicza	≈ 0	0.0256	0.0790	0	0	...
4	Piwna 1	≈ 0	0.0271	0.0550	0	0	...
5	Nyska 1	≈ 0	0.0044	0.0005	0	0	...
6	Zlotnickiego	≈ 0	0.0044	0.0005	0	0	...
7	Piwna 2	≈ 0	0.0257	0.8201	0.1980	0	...
8	Jasna	≈ 0	0.0292	0.9214	0.8481	0.0207	0,...
9	Nyska 2	≈ 0	0.0161	1.6921	1.7424	0.0751	0,...
10	Laska	≈ 0	0.0232	0.0607	0	0	...
11	Sieradzka 1	≈ 0	0.0315	0.0556	0	0	...
12	Sieradzka 2	0.0001	0.0571	0.1346	0	0	...

При низкой интенсивности движения надежность отдельных элементов не влияет на функционирование системы, потому что вся система работает исправно и надежность дорог близка к 1. При интенсивности 0,125 вклад отдельных улиц начинает быть равным. Мы видим, что по структурным показателям наибольший вклад в функционирование сети вносит улица Sieradzka 2, следующие улицы имеют показатель значимости, близкий к 0,03, за исключением Nyska 1, Zlotnickiego и Nyska 2. Для интенсивности 0,150 мы видим, что есть затруднения в движении. Первое, что обращает на себя внимание, – это значимость улицы Nyska 2, которая раньше была одной из самых маленьких, а теперь стала самым значимым элементом. Другой важный компонент системы - это снова Sieradzka 2, что очевидно. Однако стоит обратить внимание на улицы Piwna 2 и Jasna, значение которых также резко возросло. При последующем увеличении интенсивности мы видим, что только эти три улицы реально влияют на качество движения, и из них самая важная улица Nyska 2.

4.4. Сравнение с реальными данными

Анализ, проведенный в предыдущем разделе, показывает, что улицы Nyska 2, Piwna 2 и Jasna являются наиболее важными для правильного функционирования всей системы с интенсивным движением. Анализируемая транспортная система представляет собой реальную транспортную сеть, а маршруты передвижения из точки A в точку B являются стратегическими для жителей. Движение «сверху» в Laska больше, чем в Sieradzka, что соответствует ожиданиям. Одна из важнейших точек города – перекресток Nyska - Laska - Sieradzka. На нем много было сделано усовершенствований и теперь он имеет множество удобств для снижения дорожных рисков.

Перекресток улиц Piwna и Laska был настолько критичным, что на нем невозможно было повернуть налево, действовал знак «повернуть направо». Это было серьезным препятствием для общего движения, а также для маршрутов, описанных в работе. Поэтому недавно здесь построили кольцевой перекресток. Как видно из полученных результатов, это был один из критических участков движения в городе, поэтому такое решение кажется разумным.

Последней проблемной улицей является Jasna, но здесь в условиях реального движения транспорта такой интенсивности движения нет, также как и в «нижней» части улицы Sieradzka.

5. Подведение итогов

В этой статье идея измерения значимости элементов системы из теории надежности была использована для определения количественной оценки качества дороги. Введенная методология была использована для анализа реальной коммуникационной сети. Определив некоторый маршрут в сети и предположив, что структура анализируемой дорожной сети известна, была рассчитана структурная значимость отдельных участков пути с использованием показателя Бирнбаума и, при условии постоянной надежности всех участков дороги, показателя Барлоу и Прошана. Полученные значения заметно различались, но окончательные выводы в обоих случаях были схожими. Анализ результатов позволил выявить участки дороги, значимость которых для данного маршрута была не очевидна. Сравнивая различия между показателями Бирнбаума и Барлоу-Прошана, было обнаружено, что вторая оценка более адекватна, поскольку учитывает трафик на дорогах и влияет на надежность отдельных дорог.

Кроме того, была предложена методология оценки надежности сегментов улиц, вычисленной с использованием задержек в пути. Рассчитав время задержки на каждой дороге, была определена вероятность дискомфорта водителя. Для моделирования задержки использовалось распределение Вейбулла. Альтернативный метод оценки надежности сети дорог был использован в [21].

Результаты [33] и [27] сыграли важную роль в данной работе. Было показано, что одним из факторов, способствующих недовольству водителей, является задержка (по сравнению с нормативом) рейсов. Предлагаемые решения могут помочь повысить безопасность дорожного движения. Предлагаемые модели позволяют провести имитационное тестирование качества предлагаемых модификаций дорожной сети и влияния других факторов, таких как появление новых транспортных средств (например, во время футбольного матча на большом стадионе). Это показывает реальную значимость этих подходов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Amrutkar K.P., Kamalja K.K. *An overview of various importance measures of reliability system* // International Journal of Mathematical, Engineering and Management Sciences. 2017. V. 2(3). P. 150–171.

2. Barlow R.E., Proschan F. *Importance of system components and fault tree events* // Stochastic Processes and their Applications. 1975. V. 3(2). P. 153–173.

3. Belbasi S., Foulaadvand M.E. *Simulation of traffic flow at a signalized intersection* // Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment. 2008. V. 2008(07). P. P07021.

4. Birnbaum Z.W. *On the importance of different components in a multicomponent system* // In P. Krishnaiah, ed., Multivariate Analysis, II (Proc. Second Internat. Sympos., Dayton, Ohio, 1968). NY: Academic Press, 1969. P. 581–592.

5. Birnbaum Z.W., Esary J.D. and Saunders S.C. *Multi-component systems and structures and their reliability* // Technometrics. 1961. V. 3(1). P. 55–77.

6. Cherlow J.R. *Measuring values of travel time savings* // Journal of Consumer Research. 1981. V. 7(4). P. 360–371.

7. Ciuffo B.F. Punzo V. and Torrieri V. *A framework for the calibration of microscopic traffic flow models*. Transportation Research Board 86th Annual Meeting of the Transportation Research Board, 2007.

8. Dijkstra E.W. *A note on two problems in connexion with graphs* // Numer. Math. 1959. V. 1. P. 269–271.

9. Fan H., Jia B., Tian J. and Yun L. *Characteristics of traffic flow at a non-signalized intersection in the framework of game theory* // Physica A: Statistical Mechanics and its Applications. 2014. V. 415(C). P. 172–180.

10. Foulaadvand M.E., Belbasi S. *Vehicular traffic flow at a non-signalized intersection* // Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical. 2007. V. 40(29). P. 8289–8297.

11. Greenshields B. *A study of traffic capacity* // Proceedings of the Highway Research Board. 1935. V. 14. P. 448–477.

12. Hollander Y., Liu R. *Estimation of the distribution of travel times by repeated simulation* // Transportation Research Part C. 2008. V. 16(2). P. 212–231.

13. Ilachinski A. *Cellular Automata: a Discrete Universe*. World Scientific, 2001.

14. Lárraga M., Alvarez-Icaza L. *Cellular automaton model for traffic flow based on safe driving policies and human reactions* // Physica A: Statistical Mechanics and its Applications. 2010. V. 389(23). P. 5425–5438.

15. Lin X. *A road network traffic state identification method based on macroscopic fundamental diagram and spectral clustering and*

support vector machine // Mathematical Problems in Engineering. 2019.

16. Lin Y.-K. *System reliability for quickest path problems under time threshold and budget* // Computers & Mathematics with Applications. 2010. V. 60(8). P. 2326–2332.

17. Marshall S, Gil J., Kropf K., Tomko M. and Figueiredo L. *Street network studies: from networks to models and their representations* // Networks and Spatial Economics. 2018. V. 18(3). P. 735–749.

18. Nagel K., Schreckenberg M. *cellular automaton model for freeway traffic* // Journal de Physique I France. 1992. V. 2(12). P. 2221–2229.

19. Nakata M., Yamauchi A., Tanimoto J. and Hagishima A. *Dilemma game structure hidden in traffic flow at a bottleneck due to a 2 into 1 lane junction* // Physica A: Statistical Mechanics and its Applications. 2010. V. 389. P. 5353–5361.

20. Ossen S., Hoogendoorn S.P. *Validity of trajectory-based calibration approach of car-following models in presence of measurement errors* // Transportation Research Record. 2008. V. 2088(1). P. 117–125.

21. Pilch R., Szybka J. *Estimation reliability of road net* // Journal of Machine Construction and Maintenance–Problemy Eksploatacji. 2009. V. 1. P. 157–165.

22. Ramamurthy K.G. *Coherent structures and simple games*, vol. 6 of *Theory and Decision Library. Series C: Game Theory, Mathematical Programming and Operations Research.* Kluwer Academic Publishers Group, Dordrecht, 1990.

23. Ruskin H.J., Wang R. *Modeling traffic flow at an urban unsignalized intersection* // In P.M.A. Sloot, A.G. Hoekstra, C.J.K. Tan, and J.J. Dongarra, eds., Computational Science — ICCS 2002, Berlin, Heidelberg, 2002. Springer Berlin Heidelberg. P. 381–390.

24. Sharpe L. *Highway security measures 'are hardly ever cost-effective'* // Engineering & Technology. 2012. V. 7(10). P. 13–14.

25. Spall J., Hill S. and Stark D. *Theoretical framework for comparing several stochastic optimization approaches* // In G. Calafiore and F. Dabbene, eds., Probabilistic and Randomized Methods for Design under Uncertainty, Springer London, 2006. P. 99–110.

26. Szajowski K.J., Średnicka M. *Operation comfort vs. the importance of system components*, 2021. arXiv: 2101.08205.

27. Szajowski K.J., Włodarczyk K. *Drivers' skills and behavior vs. traffic at intersections* // Mathematics. 2020. V. 8(3). P. 433.

28. Szajowski K.J., Włodarczyk K. *A measure of the importance of roads based on topography and traffic intensity*, 2021.arXivz: 2101. 09382.

29. Średnicka M. *Importance measures in multistate systems reliability* // Technical report, Faculty of Pure and Applied Mathematics, Wrocław University of Science and Technology, Wrocław, 2020.

30. Tacnet J.-M., Mermet E. and Maneerat S. *Analysis of importance of roadnetworks exposed to natural hazards* // In J. Gensel, D. Josselin, and D. Vandenbroucke, eds., Multidisciplinary Research on Geographical Information in Europe and Beyond. Proc. of the AGILE'2012 Int. Conference on Geographic Information Science, Avignon, April, 24-27, 2012., NY: Academic Press, 2012. P. 375–392.

31. Thompson R.C., Richardson D.E. *A graph theory approach to road network generalisation* // In J.-L. C. Alberich, ed., Proceedings of the 16th International Cartographic Conference. Barcelona, Spain, 1995. Institut Cartogràfic de Catalunya. P. 1871–1880.

32. Villalobos I.A., Poznyak A.S. and Tamayo A.M. *Game theory applied to the basic traffic control problem* // IFAC Proceedings Volumes (IFAC-PapersOnline). 2006. V. 39(12). P. 319–324.

33. Włodarczyk K. *Traffic flow at intersections.* Technical report, Faculty of Pure and Applied Mathematics, Wrocław University of Science and Technology, Wrocław, 2019.

34. Włodarczyk K. *A measure of the importance of roads based on topography and traffic intensity.* Technical report, Faculty of Pure and Applied Mathematics, Wrocław University of Science and Technology, Wrocław, 2020.

35. Wu Q., Li X., Hu M.-B. and Jiang R. *Study of traffic flow at an unsignalized t-shaped intersection by cellular automata model* // Physics of Condensed Matter. 2005. V. 48. P. 265–269.

Благодарности: Авторы благодарят профессора В.В. Мазалова за поддержку публикации этих результатов в «МТИиП», творческое обсуждение и большую помощь в редактировании результатов на русском языке.

A MEASURE OF THE IMPORTANCE OF ROADS BASED ON TOPOGRAPHY AND TRAFFIC INTENSITY

Kinga Włodarczyk, Wrocław University of Science and Technology, Faculty of Pure and Applied Mathematics (kingawlodarczyk96@gmail.com).
Krzysztof J. Szajowski, Wrocław University of Science and Technology, Faculty of Pure and Applied Mathematics, PhD, prof. (Krzysztof.Szajowski@pwr.edu.pl).

Abstract: Mathematical models of street traffic allowing assessment of the importance of their individual segments for the functionality of the street system is considering. Based on methods of cooperative games and the reliability theory the suitable measure is constructed. The main goal is to analyze methods for assessing the importance (rank) of road fragments, including their functions. A relevance of these elements for effective accessibility for the entire system will be considered.

Keywords: component importance, coherent system, road classification, graph models, traffic modelling.