Математическая Теория Игр и её Приложения, т.13, в.1, с. 59–88

УДК 519.86
ББК 22.18

ДИНАМИЧЕСКАЯ СОЧИ-МОДЕЛЬ РЕГИОНАЛЬНОГО РАЗВИТИЯ: СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ АДМИНИСТРАТИВНЫХ И ЭКОНОМИЧЕСКИХ МЕХАНИЗМОВ УПРАВЛЕНИЯ (НА ПРИМЕРЕ ЮЖНОГО ФЕДЕРАЛЬНОГО ОКРУГА)

Ольга И. Горбанева
Антон Д. Мурзин
Геннадий А. Угольницкий*
Южный федеральный университет
344007, Ростов-на-Дону, ул. Б. Садовая, 105/41
e-mail: oigorbaneva@sfedu.ru, admurzin@sfedu.ru,
gaugolnickiy@sfedu.ru

Предложена теоретико-игровая формализация механизмов управления регионами в составе макрорегиона с учетом требований устойчивого развития. Для описания динамики состояния региона использована модифицированная модель Солоу. Разработаны алгоритмы нахождения равновесий Нэша в игре регионов и Штакельберга в общей игре. Проведена идентификация модели на фактических данных по Южному федеральному округу, выполнен качественный сравнительный анализ эффективности административного и экономического механизмов управления.

* РНФ №17-19-01038

Ключевые слова: динамические иерархические игры, механизмы управления, равновесие Нэша, равновесие Штакельберга, согласование интересов, территориальное управление.

Поступила в редакцию: 07.12.2020 *После доработки*: 25.02.2021 *Принята к публикации*: 09.03.2021

1. Введение

В данной статье продолжено исследование ранее построенной динамической модели территориального управления [5-6]. Рассматриваемая модель учитывает взаимодействие регионов в составе макрорегиона. Исследуется административное и экономическое влияние макрорегиона на регионы. Полученные результаты исследования модели применены к регионам Южного федерального округа Российской Федерации. Опишем концепцию исследования.

1. Исследуется двухуровневая веерная иерархическая система управления «Центр-агенты», в которой роль Центра играет макрорегион, а роли агентов – регионы. Регионы осуществляют хозяйственную деятельность, используя свои основные производственные фонды и загрязняя окружающую среду. Полученные в результате хозяйственной деятельности денежные средства идут на пополнение основных фондов (своего и соседних регионов), снижение загрязнения окружающей среды и потребление. Макрорегион контролирует хозяйственную деятельность регионов и ее влияние на окружающую среду.

2. Будем считать, что рассматриваемая двухуровневая веерная система является активной, т.е. каждый регион имеет и защищает собственные интересы. Это выражается функцией выигрыша каждого региона, которую последний максимизирует выбором своих управляющих величин.

3. Будем считать, что регионы в составе макрорегиона могут взаимодействовать, участвуя в пополнении основных фондов друг друга. Так как функция выигрыша каждого региона зависит не только от своего выбора, но и от выбора соседних регионов, то здесь применяется теоретико-игровая постановка, решением которой считается равновесие по Нэшу.

4. Применяется концепция управления устойчивым развитием активных систем, т.е. предполагается, что Центр следит, чтобы для каждого региона выполнялись условия живучести, а именно, доход от хозяйственной деятельности каждого региона был не меньше заданного, а показатели состояния окружающей среды находились в определенных пределах.

5. Функцию выигрыша имеет и Центр. В данной модели она формулируется в виде утилитаристской функции общественного благосостояния, то есть в виде суммы целевых функций всех регионов, входящих в данный макрорегион.

6. Для максимизации своей функции выигрыша Центр может применять административные и/или экономические механизмы воздействия на регионы. В случае применения административного механизма управления макрорегион устанавливает нижние границы для значений управляющих величин регионов. В рассматриваемой модели это относится к ограничению снизу коэффициентов взаимодействия между регионами. В случае применения экономического механизма Центр мотивирует регион участвовать в развитии соседей, делая это выгодным для данного региона.

7. Взаимодействие регионов рассматривается на протяжении некоторого прогностического периода в T лет. Будем считать, что выбор стратегий регионов осуществляется раз в год. Рассматривается разностная иерархическая игра, где функционалы выигрыша каждого региона и всего макрорегиона состоят из суммы выигрышей за каждый год с соответствующим коэффициентом дисконтирования.

8. Рассмотренная модель основана на сочетании двух базовых моделей: неоклассической модели Солоу и динамической модели сочетания общих и частных интересов, которое учитывается в функциях выигрыша агентов.

2. Обзор и анализ литературы

Среди отечественных работ можно выделить работы [1-3], [9].

Булгакова И.Н. и Вертакова Ю.В. исследуют в целом возможность применения теории игр при управлении территориальным развитием [1]. В частности, они исследуют процесс оценивания эффективности процесса интеграции, формулируют условия этой возможности и возможные проблемы при этом. Для исследования случая, когда организации объединяются в коалиции с целью сотрудничества и увеличения выпуска продукции, а следовательно, и прибыли, используются кооперативные игры. При этом, как и в нашей модели, учитывается согласование интересов в иерархической системе, учитывается вклад предприятия в создание общей прибыли и находится принцип распределения общего выигрыша. Но в этих работах создателями и получателями благ являются предприятия в составе региона, в то время как в данной работе участниками системы являются регионов в составе макрорегиона.

Часто работы по территориальному управлению посвящены решению экологических проблем, связанных с общим для нескольких территорий природным объектом.

В работах Л.А. Петросяна и Дж. Заккура, например, в [9], моделировалось международное экологическое взаимодействие, результатом которого явилось динамически устойчивое распределение совокупных затрат при условии снижения общего уровня загрязнения, при котором предприятия добровольно принимают решение о дополнительном снижении сбросов загрязняющих веществ.

В работе Н.А. Зенкевича и Н.В. Козловской [2] исследована теоретико-игровая модель территориального экологического производства, в которой процесс управления выбросами моделируется неантагонистической дифференциальной игрой. Предложен устойчивый механизм перераспределения прибыли в случае кооперации предприятий с целью уменьшения общего загрязнения окружающей среды, основанный на равновесии по Нэшу. В качестве кооперативного решения игры построен и исследован устойчивый вектор Шепли, который обладает свойствами динамической устойчивости, стратегической устойчивости и устойчивости против иррационального поведения. В отличие от работы Петросяна и Заккура [9], в [2] не минимизируются выбросы, а максимизируется прибыль, для чего используется модель конкуренции предприятий по Курно.

Что же касается теоретико-игровых моделей управления территориальным развитием, в [3] описана и исследована двухуровневая модель государственно-частного партнерства (ГЧП) для ресурсных регионов. Наряду с участием в проекте ГЧП, инвестор получает налоговые льготы. В отличие от нашей модели в игре, описанной в [3], участвует один ресурсный регион, который выбирает, какие экономические, экологические проекты и проекты ГЧП следует выбрать для развития региона. Аналогичный выбор делает и инвестор. Для каждого выбранного проекта находится один инвестор. Как и в наших моделях, в [3] учитываются не только интересы агентов, но и интересы общества. Задача в [3] решается путем нахождения равновесия по Нэшу. Модели в [3] достаточно простые, учитываются лишь линейные функции, выраженные в форме балансовых соотношений.

Применение теоретико-игровых моделей в региональном и территориальном управлении также описано в [4], [7-8], [11-12].

Ф. Джи в [8] описана мультирегиональная игра (игра нескольких регионов) управления водными ресурсами Китая. Многие межрегиональные проблемы экологии водных ресурсов являются результатом игры между региональными правительствами, которые конкурируют за ресурсы и их экологическую чистоту в своих собственных региональных интересах. Конфликт между выгодой от использования водных ресурсов и экологией угрожает миру и стабильности регионов и ограничивает их устойчивое развитие. Одной из важных задач управления водными ресурсами стало разрешение конфликта водных ресурсов речного бассейна и содействие переговорам и сотрудничеству между регионами. В статье предлагается компромиссная процедура взаимодействия регионов в игре, основанная на применении теории переговоров для многокритериальной игры и общественном принятии решений. Эта процедура обеспечивает эффективный метод предотвращения или смягчения конфликта водных ресурсов в речном бассейне, а также аппарат для участия общественности и принятия групповых решений в управлении водными ресурсами.

В [11] описаны кооперативные игры управления водными ресурсами, включая распределение затрат на проекты развития водных ресурсов, распределение затрат на региональную очистку сточных вод и управление трансграничными водными ресурсами в бассейне реки Рио-Гранде, расположенной в Северной Америке. В качестве игроков рассматриваются крупнейшие пользователи речных ресурсов в Соединенных Штатах и Мексике. Найденный оптимальный сценарий управления водными ресурсами предназначен для улучшения водообеспеченности пользователей, а также для учета потоков загрязнений в речном бассейне.

В [4] предлагается асимметричная модель социального планирования для стимулирования рациональных агентов, которые часто имеют различные географические, гидрологические, климатические и социально-экономические условия, к участию в совместном управлении трансграничными водными ресурсами. Теоретико-игровая модель Штакельберга используется для получения полезности независимых агентов на основе учета их пространственной неоднородности в доступности воды. Основываясь на коэффициентах переговоров агентов, совокупный доход от использования воды перераспределяется между агентами путем принятия асимметричного решения о переговорах по Нэшу. Для демонстрации применимости предложенной модели используется бассейн реки Цюйцзян в Китае. Результаты показывают, что эта интегрированная модель может дать полезную информацию для разрешения конфликтов в проблемах совместного использования рек.

В [12] строится трехсторонняя динамическая игровая модель регионального кооперативного управления загрязнением атмосферы в Китае с учетом неоднородного состава правительства. При помощи анализа равновесия Нэша в смешанных стратегиях исследуются возможные механизмы и необходимые условия для создания кооперативной модели, а также эффективные способы повышения административной эффективности вышестоящего правительства. Как показывают результаты, из-за неоднородности правительств и «свободного» поведения устойчивая кооперативная модель не может быть спонтанно сформирована двумя разнородными местными органами власти, поэтому вышестоящее правительство вынуждено контролировать обе стороны. В то же время вышестоящее правительство может повысить эффективность механизма надзора за счет увеличения штрафных санкций для некооперативных сторон участия и снижения издержек конфликта, когда местные органы власти не сотрудничают. В данной статье показано, что меньше затраты на контроль, тем выше эффективность механизма.

В [7] представлена теоретико-игровая основа для переоценки функционирования и управления существующими многоцелевыми водными проектами с учетом конкурирующих и конфликтующих видов водопользования. В этом подходе подразумевается, что физическая и техническая осуществимость предлагаемой альтернативы перераспределения может быть вторичным критерием в общей оценке. Большее значение в процессе оценки может иметь тот факт, что различные альтернативы требуют различных уровней и типов институциональной и правовой поддержки для осуществления и различных уровней координации между конкурирующими сторонами. Особое внимание уделяется институциональным механизмам, позволяющим заключать обязательные соглашения, необходимые для превращения конфликтов в кооперативные игры. Предлагаемый подход применен к конфликтам водопользования в бассейне реки Карсон, штат Невада (США).

Большинство рассмотренных моделей, в отличие от нашей, рассматривает взаимодействие агентов в составе одного региона. Если же в модели учитывается несколько регионов, то в основном по причине наличия некоторого экологического объекта, по использованию которого необходимо заключить соглашение. В нашей модели, кроме экологических целей, регионы преследуют и экономические цели. Также в рассмотренных моделях чаще всего нет иерархического управления регионами. В нашей модели имеется макрорегион, который может воздействовать на регионы как при помощи административного механизма, так и при помощи экономического.

3. Математическая модель

Рассмотрим модель сочетания общих и частных интересов регионального развития в виде следующей динамической игры:

$$\Gamma =< N, X, U, J >, \tag{3.1}$$

где N – конечное множество активных регионов в составе макрорегиона, $X = X_1 \times X_2 \times \ldots \times X_n$ – множество профилей состояний регионов; $x_i(t) \in X_i$ – состояние i-го региона, рассматриваемое как функция дискретного времени t; $U = U_1 \times U_2 \times \ldots \times U_n$ – множество профилей допустимых действий регионов; $u_i\,(t) \in U_i$ – допустимое действие региона i в момент времени t; $J = (J_1, J_2, \ldots, J_n)$ – вектор функций выигрыша агентов, которые имеют вид $J_i : U \to R$, $i \in N$. Состояние каждого региона меняется со временем в зависимости от состояний регионов и их управлений в предыдущий момент времени, а также постоянных параметров, объединенных в вектор z, следующим образом:

$$x_i(t+1) = x_i(t) + f_i(x(t), u(t), z); \tag{3.2}$$

с начальными значениями

$$x_i(0) = x_i^0, i = 1, \ldots, n, t = 0, 1, 2, \ldots \tag{3.3}$$

и ограничениями

$$u_i(t) \in U_i; \tag{3.4}$$

где $u(t) = (u_1(t), u_2(t), \ldots, u_n(t))$, $x(t) = (x_1(t), x_2(t), \ldots, x(t))$, $z = (z_1,\ z_2, \ldots, z_n)$, $z_i(t) \in Z_i$, f – некоторая в общем случае нелинейная многозначная функция.

Будем считать, что для нормального развития региона вектор его состояний $x(t)$ не должен выходить из благоприятной области X^* фазового пространства, т.е. выполняется условие живучести

$$\forall t : x(t) \in X^*. \tag{3.5}$$

Рассмотрим по отдельности каждый из введенных векторов. Начнем с вектора состояний каждого региона $x_i(t)$. На основе модели Солоу [10] компоненты вектора состояний региона меняются по следующим правилам [5]-[6]:

$$Y_i(t) = A_i(t) K_i^{\alpha_i}(t) (R_i L_i)^{1-\alpha_i}(t); \tag{3.6}$$

$$I_i(t) = s_i(t) Y_i(t); \tag{3.7}$$

$$C_i(t) = [1 - s_i(t)] Y_i(t); \tag{3.8}$$

$$R_i(t+1) = (1 + \eta_i) R_i(t); \tag{3.9}$$

$$K_i(t+1) = (1-\mu_i)K_i(t) + \sum_{j=1}^{n} \kappa_{ji}(t) I_j(t); \quad (3.10)$$

$$L_i(t+1) = (1 + b_i - m_i) L_i(t); \quad (3.11)$$

$$P_i^a(t) = [1 - c_i^a v_i^a(t) I_i(t)][B_{Ki}^a K_i(t) + B_{Li}^a L_i(t)]; \quad (3.12)$$

$$P_i^w(t) = [1 - c_i^w v_i^w(t) I_i(t)][B_{Ki}^w K_i(t) + B_{Li}^w L_i(t)]; \quad (3.13)$$

при начальных значениях основных параметров регионов

$$K_i\,(0) = K_i^0; L_i\,(0) = L_i^0; R_i\,(0) = R_i^0. \quad (3.14)$$

Индекс i обозначает регион в составе макрорегиона. Время $t = 0, 1, 2, \ldots$ в модели дискретно и изменяется с шагом в один год. В модели используются следующие обозначения:
$Y_i(t)$ – конечный продукт агента в финансовом выражении в году t;
$K_i(t)$ – основные производственные фонды агента в финансовом выражении (капитал) агента в году t;
$L_i(t)$ – трудовые ресурсы агента в году t;
$R_i(t)$ – эффективность трудовых ресурсов агента в году t;
$A_i(t)$ – функция влияния инновационной активности агента на производство конечного продукта в году t;
α_i – параметр производственной функции Кобба-Дугласа для агента;
$I_i(t)$ – величина производственных инвестиций агента в году t;
$C_i(t)$ – объем непроизводственного потребления агента в году t;
$s_i(t)$ – доля производственных инвестиций агента в его конечном продукте в году t;
η_i – параметр роста эффективности трудовых ресурсов агента;
μ_i – коэффициент амортизации основных фондов агента;
$\kappa_{ij}(t)$ – доля инвестиций i-го агента в деятельность j-го агента (коэффициент взаимодействия между агентами); здесь индекс $j = 0$ означает внешнего по отношению к системе агента;
b_i, m_i – коэффициенты воспроизводства и выбытия трудовых ресурсов для агента;
$P_i^a(t), P_i^w(t)$ – выбросы агентом загрязняющих веществ в атмосферу и воду соответственно в году t;
$v_i^a(t), v_i^w(t)$ – ассигнования агента на борьбу с загрязнением атмосферы и воды соответственно в году t;

c_i^a, c_i^w – коэффициенты эффективности природоохранных ассигнований;
B_{Ki}^a, B_{Ki}^w – удельные выбросы загрязняющих веществ при производственной деятельности в атмосферу и воду соответственно;
B_{Li}^a, B_{Li}^w – удельные выбросы загрязняющих веществ при жизнедеятельности трудовых ресурсов в атмосферу и воду соответственно;
K_i^0, L_i^0, R_i^0 – заданные начальные значения соответствующих переменных модели.

Итак, состояние региона характеризуется величинами $Y_i(t)$, $I_i(t)$, $C_i(t)$, $K_i(t)$, $L_i(t)$, $R_i(t)$, $P_i^a(t)$, $P_i^w(t)$, именно из этих компонент состоит вектор $x_i(t)$, т.е.

$$x_i(t) = (Y_i(t), I_i(t), C_i(t), K_i(t), L_i(t), R_i(t), P_i^a(t), P_i^w(t)),$$

состоит из неотрицательных вещественных компонент, т.е. $X_i = {R_+}^8$, а следовательно, $X = {R_+}^{8n}$.

Также из (3.9)-(3.14) можно выделить параметры региона, не зависящие от времени α_i, η_i ,b_i, m_i, μ_i, c_i^a, c_i^w, B_{Ki}^a, B_{Ki}^w, B_{Li}^a, B_{Li}^w, они же составляют вектор z_i, т.е.

$$z_i = (\alpha_i, \eta_i, b_i, m_i, \mu_i, c_i^a, c_i^w, B_{Ki}^a, B_{Ki}^w, B_{Li}^a, B_{Li}^w)$$

состоит из неотрицательных вещественных компонент, т.е. $Z_i = {R_+}^{11}$, а следовательно, $Z = {R_+}^{11n}$.

Теперь рассмотрим множество управляющих воздействий региона U_i. К ним относятся денежные вложения региона разного рода. Во-первых, это инвестиции в производство, которые выражаются долей $s_i(t)$ от конечного продукта. Остальная продукция идет на потребление. Во-вторых, это статьи затрат в пределах инвестиций на производство, к которым относятся затраты региона на собственное развитие, затраты региона на развитие производства соседних регионов (трансграничное взаимодействие) и затраты на очистку воздуха $v_i^a(t)$ и воды $v_i^w(t)$. Трансграничное взаимодействие муниципальных образований описывается с помощью управляющих переменных $\kappa_{ij}(t)$.

Множество управляющих воздействий U_i определяется соотношениями

$$\sum_{j=0}^{n} \kappa_{ij}(t) + v_i^a(t) + v_i^w(t) = 1; i, j = 0, 1, \ldots, n; t = 0, 1, 2, \ldots; \quad (3.15)$$

$$0 \leq s_i(t) \leq 1; \kappa_{ij} \geq 0; v_i^a(t) \geq 0; v_i^w(t) \geq 0;$$

Итак, к управляющим воздействиям относятся величины $s_i(t)$, $v_i^a(t)$, $v_i^w(t)$, $\kappa_{ij}(t)_{j=0}^n$, которые и образуют вектор $u_i(t)$, т.е.

$$u_i(t) = (s_i(t), v_i^a(t), v_i^w(t), \kappa_{ij}(t)_{j=0}^n),$$

$$U_i = \{0 \leq s_i(t) \leq 1; \kappa_{ij} \geq 0; v_i^a(t) \geq 0; v_i^w(t) \geq 0;$$

$$\sum_{j=0}^{n} \kappa_{ij}(t) + v_i^a(t) + v_i^w(t) = 1; j = 0, 1, \ldots, n\}.$$

Отсюда видно, что $U_i \subset [0,1]^{n+4}$. Следовательно, $U \subset [0,1]^{(n+4)n}$.

Соотношения (3.6)-(3.15) определяют управляемую динамическую систему.

Перейдем к рассмотрению вектора функционалов выигрыша регионов $J = (J_1, J_2, \ldots, J_n)$, $J_i : U \to R$. Для этого введем критерий оптимальности агента в модели (3.6)-(3.14):

$$J_i = \sum_{t=1}^{T} e^{-\rho t} [c_i(t) + r_i(t)c(t)] \to \max, \quad (3.16)$$

где в качестве частной функции полезности региона возьмем удельное потребление (потребление на душу населения) $c_i(t) = \frac{C_i(t)}{L_i(t)}$, в качестве полезности макрорегиона, объединяющего несколько регионов, возьмем удельное потребление макрорегиона в целом $c(t) = \frac{\sum_{i=1}^n C_i(t)}{\sum_{i=1}^n L_i(t)}$, ρ – коэффициент дисконтирования. Коэффициент $r_i(t)$ отражает заинтересованность региона в повышении удельного потребления всего макрорегиона.

Итак, модель (3.1)-(3.4) можно переписать в виде модели (3.6)-(3.16), которая является разностной игрой в нормальной форме.

В данном случае задача управления децентрализована. При децентрализованных постановках задач управления все агенты считаются равноправными. Если ситуация рассматривается с позиции одного агента, то возникает задача оптимального управления с критерием (3.16) и ограничениями (3.6)-(3.15). Учет взаимодействия нескольких или всех агентов приводит к игровой постановке в нормальной форме, стандартное решение которой есть равновесие Нэша.

Введем регламент игры (3.6)-(3.16). Это игра с полной информацией, т.е. все регионы знают о возможностях и интересах друг друга, а именно, известны вектор J и вектор начальных состояний $x^0 = (x_1^0, x_2^0, \ldots, x_n^0) = (K_1^0, L_1^0, R_1^0, K_2^0, L_2^0, R_2^0, \ldots, K_n^0, L_n^0, R_n^0)$, а также множества U_i, определенные соотношениями (3.15).

Регионы в каждый временной период t одновременно выбирают свои стратегии $u_i(t) = (s_i(t), v_i^a(t), v_i^w(t), \kappa_{ij}(t)_{j=0}^n)$, после чего сообщают их другим регионам.

4. Полученные результаты

Ранее в [5] нами описан процесс идентификации параметров вектора Z для регионов Южного федерального округа (ЮФО). К стратегии каждого региона относятся:

1. Доля $s_i\left(t\right)$ от ВВП, которая идет на производственные цели;
2. Доли $v_i^a\left(t\right)$, $v_i^w\left(t\right)$ от производственных инвестиций, которые идут на очистку загрязнений атмосферы и воды;
3. Доли $k_{ij}(t)$ от производственных инвестиций, которые идут на развитие как соседних территорий, так и на развитие свой территории (при $i = j$). Также доля $k_{i0}(t)$ выделяется регионом на внешние по отношению к ЮФО цели.

Найдено равновесие по Нэшу в децентрализованной задаче оптимального управления в имитационном режиме. При нахождении равновесия по Нэшу $u^{NE} = \{(u_1^{NE}, u_2^{NE}, \ldots, u_n^{NE})\}$ необходимо найти набор стратегий $u_i^{NE}\left(t\right) = \{s_i^{NE}\left(t\right), v_i^{a,NE}\left(t\right), v_i^{w,NE}\left(t\right), (k_{ij}^{NE}(t))_{j=0}^n\}$ для каждого агента, доставляющий максимум функции выигрыша агента (3.11) при фиксированных стратегиях других агентов. В [3] показано, что оптимальное значение $s_i^{NE}\left(t\right) = 0$, в связи с чем все статьи затрат, его составляющие $(v_i^{a,NE}\left(t\right), v_i^{w,NE}\left(t\right), (k_{ij}^{NE}(t))_{j=0}^n)$, безразличны. Поэтому пополнения основных фондов ни одного региона не происходит. Ведь в таком случае основные фонды не пополняются (3.10), а только выбывают, поэтому конечный продукт в (3.6) образуется, но уже в меньшем количестве, т.е. со временем производство (3.7) сходит на нет. Правда, уровень загрязнений воды (3.12) и воздуха (3.13) тоже уменьшается.

Но для максимизации потребления (3.8) нужно максимизировать конечный продукт (3.6), который зависит от основных фондов, требующих постоянного пополнения в целях предотвращения их выбытия. Каждый регион в этом плане надеется на помощь своих соседей. Так как все регионы рассуждают одинаково, то пополнения основных фондов региона не происходит за счет соседей, так как все они выбирают стратегию отсутствия вложений в производственное развитие.

Понятно, что отсутствие инвестирования производства, приводящее к опустошению основных фондов, нельзя считать устойчивым развитием региона. Поэтому введем условия живучести в виде (3.5), отвечающие естественным требованиям:

$$X^* = x_i(t) : Y_i\left(t\right) \geq Y_i^{\min}, P_i^a\left(t\right) \leq P_i^{a\max},\ P_i^w\left(t\right) \leq P_i^{w\max}, \qquad (4.1)$$

где Y_i^{min}, $P_i^{a\max}$, $P_i^{w\max} \in R_+$.

Первое из условий (4.1) определяет требования к экономическому развитию агента, а оставшиеся два – предельно допустимые выбросы загрязняющих веществ в окружающую среду. В целом же условие (4.1) соответствует условию (3.5), а модель (3.1)–(3.5) соответствует модели (3.6)–(3.16), (4.1) и представляет собой разностную игру в нормальной форме с фазовым ограничением. Найдено равновесие по Нэшу в игре (3.6)–(3.16), (4.1), которое будем обозначать $u^{*NE} = (u_1^{*NE}, u_2^{*NE}, \ldots, u_n^{*NE})$, где

$$u_i^{*NE}\left(t\right) = \{s_i^{*NE}\left(t\right), v_i^{*a,NE}\left(t\right), v_i^{*w,NE}\left(t\right), (k_{ij}^{*NE}(t))_{j=0}^{n}\}.$$

Рассуждая по аналогии со случаем нахождения равновесия по Нэшу u^{NE} при отсутствии условий живучести системы (3.6)–(3.16), снова приходим к выводу о минимизации вложений в производство. Учитывая условие $Y_i\left(t\right) \geq Y_i^{\min}$, получим, что на производственные цели достаточно вложить средства s_i^{*NE}, обеспечивающие на следующем шаге конечный продукт $Y_i\left(t+1\right) = Y_i^{\min}$. Для определения значений минимальных долей инвестирования производства, обеспечивающих минимально допустимый конечный продукт в следующем временном периоде, нужно решить систему линейных уравнений:

$$\sum_{j=1}^{n} \kappa_{ji}(t)\, s_j(t)\, Y_j(t) = \\ = \sqrt[\alpha_i]{\frac{Y_i^{\min}}{A_i(t+1)(R_i L_i)^{1-\alpha_i}(t+1)}} - (1-\mu_i)K_i(t), i = 1,\ldots,n \quad (4.2)$$

с ограничениями $0 \le s_i(t) \le 1$. В силу первоначального неравенства $Y_i(t) \ge Y_i^{\min}$, если решение $s_i(t) < 0$, то допустимым оно остается и при $s_i(t) = 0$, т.е. для обеспечения минимального конечного продукта на следующем шаге достаточно имеющихся на данном шаге основных фондов. А вот в случае $s_i(t) > 1$, к сожалению, даже максимальные вложения в производство не обеспечат требуемый минимальный конечный продукт на следующем шаге. Необходимо снижение требований устойчивого развития для конечного продукта.

Что касается затрат на очистку загрязнений воздуха и воды, то так как напрямую они не влияют ни на потребление, ни на конечный продукт в следующем временном периоде, то их значение безразлично. Но в силу ограничения (3.15) их значение влияет на величины трансграничного взаимодействия, которые прямо пропорционально воздействуют на основные фонды регионов, а значит, и на величину конечного продукта в следующем периоде. Следовательно, затраты на очистку окружающей среды должны быть минимально допустимыми, а с учетом $P_i^a(t) \le P_i^{a\max}$, $P_i^w(t) \le P_i^{w\max}$ и (3.12)–(3.13) получим

$$v_i^a(t) \ge \frac{1}{c_i^a I_i(t)} \left[1 - \frac{P_i^{a\max}(t)}{B_{Ki}^a K_i(t) + B_{Li}^a L_i(t)}\right],$$
$$v_i^w(t) \ge \frac{1}{c_i^w I_i(t)} \left[1 - -\frac{P_i^{w\max}(t)}{B_{Ki}^w K_i(t) + B_{Li}^w L_i(t)}\right].$$

Таким образом, с учетом следующих обозначений: $v_i^{*a}(t) = \frac{1}{c_i^a I_i(t)} \times \times \left[1 - \frac{P_i^{a\max}(t)}{B_{Ki}^a K_i(t) + B_{Li}^a L_i(t)}\right]$, $v_i^{*w}(t) = \frac{1}{c_i^w I_i(t)} \left[1 - \frac{P_i^{w\max}(t)}{B_{Ki}^w K_i(t) + B_{Li}^w L_i(t)}\right]$, минимальные допустимые значения являются

$$v_i^{*a,NE}(t) = \begin{cases} v_i^{*a}(t), & v_i^{*a}(t) \ge 0, \\ 0, & v_i^{*a}(t) < 0, \end{cases} \quad (4.3)$$

$$v_i^{*w,NE} = \begin{cases} v_i^{*w}(t), & v_i^{*w}(t) \ge 0, \\ 0, & v_i^{*w}(t) < 0. \end{cases}$$

Что же касается величин трансграничного взаимодействия $\kappa_{ij}^{*NE}(t)$, то они исследуются в имитационном режиме перебором значений в каждый момент времени t с заданным шагом, благодаря чему удается найти равновесие по Нэшу.

Используется следующий алгоритм:

Шаг 1. В цикле перебираем всех агентов и для каждого агента:

1. Находим стратегии $v_i^{*a,NE}(t)\,, v_i^{*w,NE}(t)$ по формулам (4.3);

2. Если их значения допустимы, то начинаем перебирать все возможные стратегии $(k_{ij}(t))_{j=0}^{n}$. Перебор начинается с естественно интерпретируемой стратегии $k_{ii} = 1,\ k_{ij}(t)_{j\neq i}^{=}0$.

   Для каждой из этих стратегий из (4.2) находим значение $s_j(t)$, $j = 1, \ldots, n$. Если этот набор имеет недопустимое значение, пробуем проделать шаг 2 с очередным набором значений $(k_{ij}(t))_{j=0}^{n}$.

3. При фиксированной стратегии других агентов перебираем по определенному принципу стратегии данного агента и запоминаем ту, которая доставляет максимум его целевой функции, обозначим эту стратегию NE_i.

Шаг 2. Полученные стратегии $u_i^{*NE}(t)=\{s_i^{*NE}(t)\,, v_i^{*a,NE}(t)\,, v_i^{*w,NE}(t)\,,$ $(k_{ij}^{*NE}(t))_{j=0}^{n}\}$ образуют исход игры $u^{*NE} = (u_1^{*NE}, u_2^{*NE}, \ldots, u_n^{*NE})$.

Проведены расчеты по модели (3.1)–(3.12) для регионов Южного федерального округа, результаты которых показывают, что 1) все регионы ЮФО могут повысить свой уровень ВРП на 1 процент без помощи соседей; 2) одновременно всем регионам можно повысить ВРП на 2 процента, правда, Астраханской области для этого нужна помощь соседей; 3) максимально можно увеличить ВРП на 8% Адыгее, на 7% Ростовской области, на 4% республикам Калмыкии и Крым, на 3% Краснодарскому краю, Волгоградской области на 2%, Астраханской области на 1% [6].

Данные результаты имеют два недостатка.

При нахождении равновесия по Нэшу были учтены интересы регионов, но не учитывались интересы всего макрорегиона.

При анализе условий (4.1) учитывалась лишь возможность их выполнения для всех регионов путем вложений регионов в развитие соседних, но не учитывалась их заинтересованность во взаимопомощи тем регионам, которые не могут выполнить соответствующие условия для своего региона самостоятельно.

Второй недостаток заключается в том, что в выполнении условий (4.1) никто не заинтересован. По факту модель (3.6)–(3.16), (4.1) разбивается на две части: 1) модель (3.6)–(3.16) и 2) условие (4.1), в выполнении которого для всего макрорегиона никто не заинтересован.

Для преодоления этих недостатков в модель введен верхний уровень, основная цель которого – обеспечение условий живучести (4.1) всеми регионами макрорегиона. При условии выполнения условий живучести (4.1) верхний уровень максимизирует функцию общественного благосостояния

$$J_0 = \sum_{i=1}^{n} J_i = \sum_{t=1}^{T} e^{-\rho t} \left[\sum_{i=1}^{n} c_i\left(t\right) + c(t) \right]. \tag{4.4}$$

Для преодоления первого недостатка введен административный механизм управления, при котором Центр (макрорегион) назначает пороговые значения управляющих величин регионов, в том числе и коэффициентов взаимопомощи $(k_{ij}(t))_{j=0}^{n}$, меньше которых регион не может выделять на развитие соседей.

В этом случае образуется иерархическая разностная игра

$$\Gamma =< N, X, U, J >, \tag{4.5}$$

где $\bar{N} = \{0\} \cup N$, $\{0\}$ соответствует верхнему уровню (макрорегиону), N – конечное множество активных регионов в составе макрорегиона, $X = X_1 \times X_2 \times \ldots \times X_n$ – множество профилей состояний регионов (так же, как и в модели (3.1)–(3.5); $x_i(t) \in X_i$ – состояние i-го региона, рассматриваемое как функция дискретного времени t; $\bar{U} = Q \times U(Q) = Q \times U_1(q_1) \times U_2(q_2) \times \ldots \times U_n(q_n)$ – множество профилей допустимых действий регионов и Центра;

$$q(t) = (q_1(t), q_2(t), \ldots, q_n(t)) \in Q \tag{4.6}$$

– вектор, каждая компонента которого ограничивает множество допустимых стратегий $U_i(q_i)$ i-го агента,

$$u_i\left(t\right) \in U_i\left(q_i\right) \tag{4.7}$$

– допустимое действие региона i в момент времени t; $\bar{J} = (J_0, J_1, J_2, \ldots, J_n)$ – вектор функций выигрыша агентов вида $J_i : U \to R$, $i \in \in \{0\} \cup N$. Состояние каждого региона меняется со временем также в соответствии с (3.2)–(3.3), где вектор $u(t) = (q(t), u_1(t), u_2(t), \ldots, u_n(t))$.

Итак, образуется игра (4.5)–(4.7), (3.2)–(3.3), (3.5), где выполнение условия (3.5) обеспечивается Центром путем выбора стратегий (4.6), ограничивающих области допустимых действий регионов (4.6).

Для преодоления второго недостатка введен экономический механизм управления, при котором макрорегион может воздействовать на заинтересованность региона в повышении удельного потребления всего макрорегиона, меняя коэффициенты $r_i(t)$. В этом случае также возникает иерархическая разностная игра (4.5), в которой $\bar{U} = = P \times U = P \times U_1 \times U_2 \times \ldots \times U_n$ – множество профилей допустимых действий регионов и Центра;

$$p(t) = (p_1(t), p_2(t), \ldots, p_n(t)) \in P \tag{4.8}$$

– вектор воздействия Центра на регионы, каждая компонента которого описывает влияние на целевую функцию соответствующего региона; $\bar{J} = (J_0, J_1, J_2, \ldots, J_n)$ – вектор функций выигрыша агентов, которые имеют вид $J_i : P \times U \to R$, $i \in \{0\} \cup N$. Состояние каждого региона меняется со временем также в соответствии с (3.2)–(3.3), где вектор $u(t) = (p(t), u_1(t), u_2(t), \ldots, u_n(t))$.

Итак, образуется игра (4.5), (4.8), (3.2)–(3.5), где выполнение условия (3.5) обеспечивается Центром путем выбора стратегий (4.8), побуждающих регионы выбирать действия, приводящие вектор состояний агентов $x_i(t)$ в область из X^*. Эти постановки – централизованы. На практике роль Центра может играть федеральное правительство, региональная администрация либо добровольно созданный группой или всем множеством агентов специальный орган координации их действий (координационный совет программы, дирекция проекта и т.п.). Как и ранее, Центр может решать глобальную задачу оптимизации либо учитывать реакцию агентов на свои действия. Во втором случае возникают иерархические разностные игры, которые решаются на основе равновесия Штакельберга.

Рассмотрим подробнее каждый из указанных механизмов управления.

5. Административный механизм управления

Введение административного механизма позволяет обеспечить выполнение условий живучести (4.1) путем задания пороговых значений всех управляющих параметров регионов, т.е. $q_i(t) = (s_i^{\min}(t), v_i^{a,\max}(t), v_i^{v,\max}(t), \kappa_{ij}^{\min}(t)_{j=0}^{n}) \subseteq [0;1]^{n+4}$, откуда $Q \subseteq [0;1]^{(n+4)n}$. Некоторые из них, в частности, величины $s_i^{\min}(t)$, $v_i^{a,\max}(t)$, $v_i^{v,\max}(t)$ вычисляются по формулам (4.1) – (4.3).

Особый интерес вызывает задание нижних границ коэффициентов взаимодействия $(\kappa_{ij}^{\min}(t))_{j=0}^{n}$, так как из всех величин $(s_i^{\min}(t), v_i^{a,\max}(t), v_i^{v,\max}(t), \{\kappa_{ij}^{\min}(t)\}_{j=0}^{n})$ только эти величины влияют на целевую функцию макрорегиона (4.4). Остальные же величины, а именно $s_i^{\min}(t)$, $v_i^{a,\max}(t)$, $v_i^{v,\max}(t)$, определяются лишь условиями живучести (4.1). При этом из всех возможных наборов управляющих параметров выбирался тот, который при заданном проценте увеличения ВРП регионов доставляет Центру максимум его функции общественного благосостояния (4.4) при ограничениях (4.1) и

$$\kappa_{ij}(t) \geq \kappa_{ij}^{\min}, j = 0, \ldots, n. \qquad (5.1)$$

Заметим, что величина $\kappa_{ii}(t) = 1 - \sum_{j=0}^{n} \kappa_{ij}(t)$, т.е. все средства, не вложенные в развитие соседних регионов, направляются на собственное развитие.

С учетом сказанного игра (4.5)–(4.7), (3.2)–(3.3), (3.5) переписывается в виде иерархической разностной игры (3.6)–(3.16), (4.1), (4.4), (5.1), регламент которой следующий. Игра (3.6)–(3.16), (4.1), (4.4), (5.1) является игрой с полной информацией. Всем участникам системы (регионам и макрорегиону) известны целевые функции и множества допустимых стратегий всех участников системы. Макрорегион делает первый ход, сообщая регионам пороговые значения стратегий последних в виде векторов $(s_i^{\min}(t), v_i^{a,\max}(t), v_i^{v,\max}(t), \{\kappa_{ij}^{\min}(t)\}_{j=0}^{n})$, исходя из этого каждый регион выбирает те стратегии, которые максимизируют их функции выигрыша (3.16).

Равновесие по Штакельбергу в данном случае находится следующим образом. Коэффициенты взаимодействия перебираются так же, как и при нахождении равновесия по Нэшу (см. п. 4), но при этом находятся те значения стратегий регионов, при которых достигается максимум функции общественного благосостояния. Для этого

1. устанавливаем пороговые значения в неравенствах (4.1), соответствующих условиям живучести;

2. начинаем перебирать все возможные стратегии $(k_{ij}(t))_{j=0}^{n}$. Перебор начинается с естественно интерпретируемой стратегии $k_{ii} = 1$, $\{k_{ij}(t)\}_{j\neq i} = 0$.

3. Для каждой из этих стратегий из (4.2) находим значение $s_j\left(t\right)$, $j = 1, \ldots, n$. Если этот набор имеет хотя бы одно недопустимое значение ($s_i(t) > 1$), пробуем проделать шаг 2 с очередным набором значений $(k_{ij}(t))_{j=0}^{n}$.

4. Вычисляем доли затрат на очистку загрязнений воздуха $v_i^{*a}\left(t\right)$ и воды $v_i^{*w}\left(t\right)$ по формуле (4.3). Если получили допустимые значения данных величин, при которых выполняется условие (3.15), то запоминаем найденный набор стратегий агентов и значение функции общественного благосостояния для них.

5. Таким образом перебираем стратегии агентов и запоминаем ту, которая доставляет максимум функции общественного благосостояния. Полученные стратегии агентов и будут пороговыми значениями в административном механизме (4.1) и (5.1) $q_i\left(t\right) = \{s_i^{*\min}\left(t\right), v_i^{*a,\max}\left(t\right), v_i^{*w,\max}\left(t\right), (k_{ij}^{*\min}(t))_{j=0}^{n}\}$. При найденных $q_i\left(t\right)$ нахождение соответствующего равновесия по Нэшу описано в п.4.

Далее представлены результаты расчетов по модели (3.6)–(3.16), (4.1) (4.4), (5.1), которые соответствуют введению административного механизма. Так как по результатам расчетов экологические расходы составили незначительную часть всех расходов (не более 2–3%) и они напрямую не входят в целевые функции регионов и Центра, упор сделан на нахождение минимальных долей инвестиций в производство $s_i^{\min}$ и минимальных долей от $s_i^{\min}$ участия регионов в развитии других регионов $\kappa_{ij}^{\min}$.

6. Результаты расчетов в случае введения макрорегионом административного механизма

Рассмотрены задачи увеличения валового регионального продукта (ВРП) на 1,2,…,8 процентов. Приведем решения некоторых из них. Для каждой задачи развития приведены сценарии (сочетания величин s_i^{min}, κ_{ij}^{min}), которые дают глобальный максимум целевой функции Центра.

Пример 6.1. *Увеличение ВРП всех регионов на 2%*

Максимальный сценарий. Астраханская область вкладывает по 10% ресурсов в развитие других регионов. Краснодарский край направляет 20% на развитие Астраханской области, 10% Ростовской области и 20% Волгоградской области. Волгоградская область инвестирует в Астраханскую область 40%. При этом Краснодарский край тратит все свои средства на инвестиции, Астраханская область, Волгоградская область и Республика Крым – по 50%, Ростовская область – 13%, Республика Адыгея – 3%, Республика Калмыкия – 27%.

		Реципиенты, $k_{ij}^{\min}$,%						
Доноры	$s_i^{\min}$	РА	АО	ВО	РК	КК	РО	РКр
РА	3	3	-	-	-	-	-	-
АО	50	5	20	30	-	-	-	-
ВО	50	-	20	30	-	-	-	-
РК	27	-	-	-	27	-	-	-
КК	100	-	20	20	-	50	10	-
РО	13	-	-	-	-	-	13	-
РКр	50	-	-	-	-	-	-	50

Пример 6.2. *Увеличение ВРП всех регионов на 4%, Волгоградской области на 2%, Астраханской области на 1%*

Максимальный сценарий. Астраханская область вкладывает по 10% своих инвестиций в развитие других регионов, а на Астраханскую область Республика Крым и Ростовская область тратят по 40% и 10% соответственно. Республика Адыгея направляет средства на развитие Ростовской области - 60%. При этом Краснодарский край и Ростовская область тратят все доступные средства на инвестиции, Волгоградская область и Астраханская область – 88 – 89%, Республика Крым – 24%, Республика Калмыкия 32%, Республика Адыгея – 28%.

		Реципиенты, $k_{ij}^{\min}$,%						
Доноры	$s_i^{\min}$	РА	АО	ВО	РК	КК	РО	РКр
РА	28	11,2	-	-	-	-	16,8	-
АО	88	8,8	35,2	8,8	8,8	8,8	8,8	8,8
ВО	89	-	-	89	-	-	-	-
РК	32	-	12,8	-	19,2	-	-	-
КК	100	-	-	-	-	100	-	-
РО	100	-	10	-	-	20	60	10
РКр	24	-	9,6	-	-	-	-	14,4

Пример 6.3. *Увеличение ВРП на 6% Ростовской области и Республики Адыгея, Астраханской области на 1%, Волгоградской области на 2%, Республики Калмыкия, Краснодарского края и Республики Крым на 3%*

Максимальный сценарий. По аналогии с предыдущей задачей, все регионы вкладывают в развитие друг друга по 1%. При этом Волгоградская область, Краснодарский край, Астраханская область тратят на инвестиции 92–93% доступных ресурсов, Республика Крым и Ростовская область 84–87%, Республика Адыгея 81%, Республика Калмыкия – 21%.

		Реципиенты, $k_{ij}^{\min}$,%						
Доноры	$s_i^{\min}$	РА	АО	ВО	РК	КК	РО	РКр
РА	81	76,14	0,81	0,81	0,81	0,81	0,81	0,81
АО	92	0,92	86,48	0,92	0,92	0,92	0,92	0,92
ВО	92	0,92	86,48	0,92	0,92	0,92	0,92	0,92
РК	21	0,21	0,21	0,21	19,74	0,21	0,21	0,21
КК	93	0,93	0,93	0,93	0,93	87,42	0,93	0,93
РО	87	0,87	0,87	0,87	0,87	0,87	81,78	0,87
РКр	84	0,84	0,84	0,84	0,84	0,84	0,84	78,96

Пример 6.4. *Увеличение ВРП на 8% Республики Адыгея, Ростовской области на 7%, Астраханской области на 1%, Волгоградской области на 2%, Республики Калмыкия, Краснодарского края и Республики Крым на 3%*

Максимальный сценарий. Аналогично предыдущей задаче. Все регионы вкладывают в развитие друг друга по 0,2–0,3%. Краснодарский край направляет на развитие Ростовской области 20%. При этом Волгоградская область тратит 92% своих ресурсов на инвестиции, Краснодарский край – 100%, Республика Адыгея, Республика Крым и Ростовская область – 86–88%, Астраханская область – 77%, Республика Калмыкия – 67%.

		Реципиенты, $k_{ij}^{\min}$,%						
Доноры	$s_i^{\min}$	РА	АО	ВО	РК	КК	РО	РКр
РА	86	84,98	0,17	0,17	0,17	0,17	0,17	0,17
АО	77	0,19	75,86	0,19	0,19	0,19	0,19	0,19
ВО	92	0,28	90,32	0,28	0,28	0,28	0,28	0,28
РК	67	0,13	0,13	0,13	66,22	0,13	0,13	0,13
КК	100	0,30	0,30	0,30	0,30	78,50	0,30	0,30
РО	88	0,26	0,26	0,26	0,26	0,26	86,44	0,26
РКр	87	0,17	0,17	0,17	0,17	0,17	0,17	85,98

7. Экономический механизм управления

Введение Центром экономического механизма управления поможет заинтересовать регионы в выполнении условий живучести (4.1) для всех регионов. Изначально регион может быть заинтересован в выполнении условий (4.1) для своего региона, но не для других. Для мотивации региона в выполнении условий устойчивого развития всего макрорегиона нужно повысить заинтересованность этого региона в удельном потреблении всего макрорегиона. Для этого Центр может воздействовать на коэффициент $r_i(t)$ каждого региона. В отличие от административного механизма управления, варьирование управляющего параметра $r_i(t)$ в данной ситуации не меняет значение целевой функции Центра (4.4), т.е. $p_i(t) = r_i(t) \subseteq [0;1]$, $r(t) = (r_1(t), r_2(t), \ldots, r_n(t))$. Следовательно,

$$P = r(t) : \sum_{i=1}^{n} r_i\left(t\right) = 1, r_i\left(t\right) \geq 0 \subseteq [0;1]^n. \qquad (7.1)$$

Введение экономического механизма позволяет обеспечить выполнение условий живучести (4.1) путем воздействия на целевую функцию регионов назначением коэффициентов $r_i(t)$ из (5.1).

С учетом сказанного игра (4.5), (4.8), (3.2)–(3.5) переписывается в виде иерархической дифференциальной игры (3.6)–(3.16), (4.1), (4.4), (6.1), регламент которой следующий. Игра (3.6)–(3.16), (4.1), (4.4), (6.1) является игрой с полной информацией. Всем участникам системы (регионам и макрорегиону) известны целевые функции и множества допустимых стратегий всех участников системы. Макрорегион делает первый ход, сообщая регионами доли заинтересованности региона в удельном потреблении макрорегиона $r_i(t)$. Исходя из этого каждый регион выбирает те стратегии, которые максимизируют их функции выигрыша (3.16).

Равновесие по Штакельбергу в данном случае находится следующим образом. Из модели (3.6) – (3.16), (4.1) для каждого региона находится минимальное значение заинтересованности в удельном потреблении всего макрорегиона $r_i(t)$, при котором регион заинтересован в выполнении условий (4.1) всеми регионами, входящих в состав макрорегиона. Для этого

1. устанавливаются пороговые значения в неравенствах (4.1), соответствующих условиям живучести;

2. решается задача нахождения оптимальных стратегий при нулевых коэффициентах заинтересованности во взаимодействии $r_i(t) = 0, i = 1, \ldots, n$, т.е. с использованием аналогичных предыдущим рассуждений решается задача

   $$J_i^{kr} = \sum_{t=1}^{T} e^{-\rho t} c_i(t) \to \max .$$

   Оптимальные значения коэффициентов взаимодействия в силу отсутствия последнего: $\kappa_{ii}(t) = 1$, $\kappa_{ji}(t) = 0$, $j \neq i$.

   Оптимальные инвестиции в производство находятся из системы уравнений (4.2) при $\kappa_{ii}(t) = 1$, $\kappa_{ji}(t) = 0$, $j \neq i$, которая сводится к системе независимых линейных уравнений:

   $$s_i(t) Y_i(t) = \sqrt[\alpha_i]{\frac{Y_i^{\min}}{A_i(t+1)(R_i L_i)^{1-\alpha_i}(t+1)}} - (1-\mu_i) K_i(t),$$

   решение которой очевидно:

   $$s_i(t) = \frac{1}{Y_i(t)} \sqrt[\alpha_i]{\frac{Y_i^{min}}{A_i(t+1)(R_i L_i)^{1-\alpha_i}(t+1)}} - \frac{(1-\mu_i) K_i(t)}{Y_i(t)}.$$

Регионам, для которых $s_i(t) > 1$, нужна помощь других регионов. Оптимальные стратегии затрат на очистку загрязнений воды $v_i^a(t)$ и воздуха $v_i^w(t)$ находятся из (4.3).

Значение выигрыша регионов J_i^{kr} в этом случае фиксируется.

3. решается неравенство

$$J_i = \sum_{t=1}^{T} e^{-\rho t} \left[c_i(t) + r_i c(t)\right] \geq J_i^{kr},$$

для чего можно использовать выражение

$$r_i \geq r_i^{\min} = \frac{J_i^{kr} - \sum_{t=1}^{T} e^{-\rho t} c_i(t)}{\sum_{t=1}^{T} e^{-\rho t} c(t)}.$$

4. проверяется условие $\sum_{i=1}^{n} r_i^{\min} \leq 1$. Если оно выполняется, то можно заинтересовать регионы в выполнении условий (4.1) для всего макрорегиона, а значит, заинтересовать регионы в помощи тем соседям, которые не могут обеспечить выполнение «своих» условий (4.1). Если же условие (7.1) при найденных минимальных $r_i(t)$ не выполняется, то невозможно заинтересовать регионы в помощи своим соседям для выполнения условий устойчивого развития (4.1).

5. если задача оказалась разрешимой, осталось найти при найденных $r_i(t)$ соответствующее равновесие по Нэшу, что описано в п.4.

Далее представлены результаты расчетов по модели (3.6) – (3.16), (4.1), (4.4), (7.1), которые соответствуют введению экономического механизма.

8. Результаты расчетов при введении экономического механизма

Для каждой теоретической задачи возможного повышения ВРП получены весовые коэффициенты (доли заинтересованности) $r_i(t)$, при которых все регионы ЮФО согласны оказать помощь требующим ее регионам. Для каждого из теоретически возможных сценариев повышения ВРП найдены весовые коэффициенты для каждого региона, а значит, можно побудить регионы к помощи соседям в рамках макрорегиона.

Пример 8.1. *Увеличение ВРП всех регионов на 1%*

Все регионы решают задачу при любом распределении долей удельного потребления. Это объясняется наличием собственного потенциала во всех регионах, позволяющего выполнить условия увеличения ВРП на 1% самостоятельно.

Пример 8.2. *Увеличение ВРП всех регионов на 2%*

Минимальные доли заинтересованности $r_i(t)$ регионов в удельном потреблении всего макрорегиона следующие: Ростовская область – 0,1; Волгоградская область – 0,1; Краснодарский край – 0,1; Республика Адыгея – 0,04; Астраханская область – 0,05; Республика Калмыкия – 0,05; Республика Крым – 0,05. Оставшиеся 51% ресурсов можно распределить произвольно в качестве надбавок.

			Прирост ВРП,%						
Регион	$r_i(t)$	Резерв	РА	АО	ВО	РК	КК	РО	РКр
РА	4								
АО	5								
ВО	10								
РК	5	51	2	2	2	2	2	2	2
КК	10								
РО	10								
РКр	5								

Пример 8.3. *Увеличение ВРП всех регионов на 3%, Астраханской области на 1%*

Минимальные доли заинтересованности $r_i(t)$ регионов в удельном потреблении всего макрорегиона следующие: Ростовская область – 0,15; Волгоградская область – 0,1; Краснодарский край – 0,15; Республика Адыгея – 0,1; Астраханская область – 0,1; Республика Калмыкия – 0,1; Республика Крым – 0,1. Оставшиеся 20% можно распределить произвольно в качестве надбавок. При таком же распределении можно получить другие сопутствующие эффекты повышения ВРП: увеличить ВРП всех регионов на 4%, Астраханской области на 1% и Волгоградской области на 2%; увеличить ВРП на Ростовской области и Республики Адыгеи на 5%, Астраханской области на 1%, Волгоградской области на 2%, Краснодарского края, Республики Калмыкия и Республики Крым на 3%.

			Прирост ВРП,%						
Регионы	$r_i(t)$	Резерв	РА	АО	ВО	РК	КК	РО	РКр
РА	10		3	1	3	3	3	3	3
АО	10								
ВО	10								
РК	10	20	4	1	2	4	4	4	4
КК	15								
РО	15		5	1	2	3	3	5	3
РКр	10								

Пример 8.4. *Увеличение ВРП Ростовской области и Республики Адыгея на 6%, Краснодарского края, Республики Калмыкия, Республики Крым на 3%, Волгоградской области на 2%, Астраханской области на 1%.*

Минимальные доли заинтересованности $r_i(t)$ регионов в удельном потреблении всего макрорегиона: Ростовская область – 0,15; Волгоградская область – 0,1; Краснодарский край – 0,15; Республика Адыгея – 0,15; Астраханская область – 0,05; Республика Калмыкия – 0,15; Республика Крым – 0,1. Оставшиеся 15% можно распределить в качестве надбавок.

			Прирост ВРП,%						
Регионы	$r_i(t)$	Резерв	РА	АО	ВО	РК	КК	РО	РКр
РА	15								
АО	5								
ВО	10								
РК	15	15	6	1	2	3	3	6	3
КК	15								
РО	15								
РКр	10								

Пример 8.5. *Увеличение ВРП Республики Адыгея на 8%, Ростовской области на 7%, Республики Калмыкия, Краснодарского края и Республики Крым на 3%, Волгоградской области на 2%, Астраханской области на 1%.*

Минимальные доли заинтересованности $r_i(t)$ регионов в удельном потреблении всего макрорегиона следующие: Ростовская область – 0,15; Волгоградская область – 0,1; Краснодарский край – 0,2; Республика Адыгея – 0,15; Астраханская область – 0,05; Республика Калмыкия – 0,1; Республика Крым – 0,1. Оставшиеся 15% можно распределить произвольно в качестве надбавок.

			Прирост ВРП,%						
Регионы	$r_i(t)$	Резерв	РА	АО	ВО	РК	КК	РО	РКр
РА	15								
АО	5								
ВО	10								
РК	10	15	8	1	2	3	3	7	3
КК	20								
РО	15								
РКр	10								

Заметим, что наименее восприимчивым к экономическому правлению регионом оказалась Астраханская область. Это очевидно, ведь именно ей требуется помощь в первую очередь. Наиболее восприимчивым оказывается Краснодарский край, чуть менее – Ростовская область и Республика Адыгея.

9. Сравнительная характеристика административного и экономического механизмов

Сравнение административного и экономического механизмов управления позволяет сделать следующие выводы.

1. Для всех теоретически возможных случаев повышения ВРП возможно применение как административного, так и экономического механизмов. Они оба приводят к выполнению условий (4.1) для всех регионов макрорегиона.

2. Несмотря на эффективность обоих методов, административный механизм приводит к выполнению регионами условий (4.1) принудительно, а экономический механизм обеспечивает их добровольное выполнение.

3. Применение макрорегионом экономического механизма управления не увеличивает значение его функции выигрыша. Приме-

нение же административного механизма может увеличить выигрыш всего макрорегиона.

4. Реализация экономического механизма стимулирования коллективного развития основана на добровольном участии каждого региона (инициатива первых уровней иерархии), предполагающего понимание собственной выгоды. Для этого, например, на уровне макрорегиона может быть разработана целевая программа, принятая совместным соглашением субъектов, условием участия в которой является выполнение расчетных показателей инвестиций в совместную деятельность. Выполнение такой программы развития должно быть основано на субсидиарном интересе участников, выражающемся в совместных инвестиционных проектах и партнерских производственных программах. Центр может выполнять лишь координирующую и посредническую функции.
5. Макрорегион может использовать сочетание административного и экономического механизмов, если у него есть соответствующие полномочия и возможности.

10. Заключение

В данной работе продолжено исследование ранее построенной разностной иерархической игровой модели территориального взаимодействия, модифицирующей неоклассическую модель Солоу с использованием подхода СОЧИ-моделирования. Исследуется активная двухуровневая веерная система «Центр – Агенты», в которой роль Центра играет макрорегион, а роли агентов – регионы. Учитывается взаимодействие регионов в составе макрорегиона в виде пополнения основных фондов друг друга. В игре агентов находится равновесие по Нэшу, а в общей иерархической игре – равновесие по Штакельбергу. Применяется концепция устойчивого развития активных систем, а именно, Центр следит, чтобы для каждого региона выполнялись условия гомеостаза. Приводится сравнительная характеристика административного и экономического механизмов управления Центра с учетом требований устойчивого развития.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Булгакова И. Н., Вертакова Ю. В. *Использование теории игр при управлении территориальным развитием (на примере оценки эффективности интегрированных структур)* // Известия СПбГЭУ. 2017. №2 (104).
2. Зенкевич Н.А., Козловская Н.В. *Устойчивый вектор Шепли в кооперативной задаче территориального экологического производства* // МТИП. 2010. Т. 2, вып. 1. С. 67–92.
3. Лавлинский С.М., Панин А.А., Плясунов А.В. *Модели Штакельберга в территориальном управлении* // АиТ. 2019. Т. 2. С. 111–124.
4. Angeon V., Lardon S. *Participation and governance in territorial development projects: the 'territory game' as a local project leadership system* // International J. of Sustainable Development. 2008. V. 11. 2/3/4.
5. Anopchenko T.Y., Gorbaneva O.I., Lazareva E.I., Murzin A.D. and Ougolnitsky G.A. *Advanced Solow model as a tool for coordination of interests of spatial economic systems' development (On the materials of the South Russian macro-region)* // Advances in Systems Science and Applications. 2019. V. 19(4). P. 1–13.
6. Anopchenko T.Y., Gorbaneva O.I., Lazareva E.I., Murzin A.D., Ougolnitsky G.A. and Roshchina E.V. *Dynamic Model of Macroregion Subjects' Interests Coordination* // Proceedings - 2019 1st Int. Conference on Control Systems, Mathematical Modelling, Automation and Energy Efficiency. SUMMA 2019. P. 141–146.
7. Israel M., Lund J.R., Orlob G.T. *Cooperative game theory in water resources* // Proc. of the 21st Ann. Conf. on Water Policy. 1994. P. 569–572.
8. Ji F. *Multi-Region Negotiation Game for Water Resource Management of River Basin* // 2008 4th Intern. Conference on Wireless Communications, Networking and Mobile Computing. Dalian. 2008. P. 1–4.
9. Petrosyan L., Zaccour G. *Time-consistent Shapley value allocation of pollution cost reduction* // Journal of Economic Dynamics and Control. 2003. V. 27(3). P. 381–398.

10. Solow R.M. *A Contribution to the Theory of Economic Growth* // The Quarterly Journal of Economics. 1956. V. 70 (1). P. 65–94.

11. Teasley R.L., McKinney D.C. *Evaluating water resource management in the transboundary Rio Grande/Bravo using cooperative game theory* // World Environmental and Water Resources Congress 2010: Challenges of Change - Proceedings of the World Environmental and Water Resources Congress. 2010. P. 2194–2203.

12. Zhang M., Li H., Xue L., Wang W. *Using three-sided dynamic game model to study regional cooperative governance of haze pollution in China from a government heterogeneity perspective* // Science of the Total Environment. 2019. V. 694. 133559.

DYNAMIC SPICE-MODEL OF THE REGIONAL DEVELOPMENT: A COMPARATIVE ANALYSIS OF THE ADMINISTRATIVE AND ECONOMIC CONTROL MECHANISMS (ON THE EXAMPLE OF SOUTH FEDERAL DISTRICT)

Olga I. Gorbaneva, South Federal University, Dr.Sc. (oigorbaneva@sfedu.ru).
Anton D. Murzin, South Federal University (admurzin@sfedu.ru).
Gennady A. Ougolnitsky, South Federal University, Dr.Sc., prof. (gaugolnickiy@sfedu.ru).

Abstract: A game theoretic formalization of the mechanisms of control over the regions as parts of a macroregion with consideration of the requirements of sustainable development is proposed. A modified Solow model is used for the description of the regional state dynamics. developed. The model is identified on real data for the South Russian Federal District. A qualitative comparative analysis of efficiency of the administrative and economic control mechanisms is made.

Keywords: dynamic Stackelberg games, control mechanisms, Nash equilibrium, Stackelberg equilibrium, coordination of interests, regional management.