Математическая Теория Игр и её Приложения, т.17, в.4, с. 117–136

УДК 519.711.7
ББК 22.1

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ДАННЫХ YANDEX КАРТЫ В МОДЕЛИ ВАРДРОПА

Юлия В. Чиркова*,
Институт прикладных математических исследований
Карельский научный центр РАН
185910, Петрозаводск, ул. Пушкинская, 11
e-mail: julia@krc.karelia.ru

При решении на практике задач, в том числе связанных с моделированием и анализом транспортной системы, одной из актуальных проблем является сбор начальных данных. На основе этих данных определяются параметры модели, при этом важно, чтобы модель была максимально приближена к реальности. В данной работе описывается опыт сбора данных для построения транспортной модели Вардропа и использования для этого доступного инструментария, в том числе Yandex Maps API.

Ключевые слова: модель Вардропа, транспортная система, сбор данных, Yandex Карты.

Поступила в редакцию: 15.09.25 *После доработки*: 09.11.25 *Принята к публикации*: 15.12.25

1. Введение

В 2022-2024 годах в рамках работ по проекту РНФ № 22-11-20015 «Разработка и исследование математических моделей и программ нахождения равновесия транспортных потоков и оптимизации транспортной сети на примере Петрозаводска» возникла проблема нехватки реальных данных о существующей транспортной системе города.

©2025 Ю.В. Чиркова

* Работа выполнена в рамках темы НИР FMEN-2024-0005

Одной из задач являлась разработка и реализация программной системы для вычисления равновесных транспортных потоков в сети г. Петрозаводска. Была реализована программная система, выполняющая следующие функции: вычисление матрицы корреспонденций на основе гравитационной модели, вычисление равновесного и оптимального распределений потоков, визуализация найденных распределений потоков на транспортном графе, вычисление индивидуальных задержек участников движения и затрат системы для найденных распределений. Были выполнены эксперименты по расчету равновесного по Вардропу и оптимального распределениq транспортных потоков на дорожном графе города. Однако, при определении исходных параметров для решаемых задач отсутствовали официальные данные по транспортной системе города. Модели строились на основе открытых источников данных, актуальность и корректность которых не гарантирована. В частности, для построения транспортного графа использовался сайт проекта OpenStreetMap, заполняемый волонтерами. Матрица корреспонденций строилась на основе информации о местоположении и типах организаций из базы OpensStreetMap и размещении жилья из баз данных с сайтов Национальный проект «Жилье и городская среда» [2] и Федеральная Информационная Адресная Система (ФИАС) [4].

Целью данной работы является разработка методики уточнения собранных данных с использованием дополнительных инструментов, таких как навигационные агрегаторы. Опишем опыт сбора данных для построения транспортной модели Вардропа с использованием доступного инструментария, в том числе Yandex Maps API.

2. Модель Вардропа

В качестве базовой для анализа транспортной системы города используется модель Вардропа [1,6,7]. Задача оптимальной маршрутизации трафика рассматривается как игра на ориентированном транспортном графе $G = (V, E)$. Дугами графа являются дороги, а вершинами – перекрестки или пункты существенного изменения характеристик дороги. Вершины $v \in V$ транспортного графа являются исходными, промежуточными и конечными пунктами для транспортных потоков. $n = |V|$ – число вершин транспортного графа. Для каждой дуги $e = (i, j) \in E$, соединяющей вершины $i, j \in V$, задана

ее пропускная способность c_e и время t_e проезда по ней транспортного средства при отсутствии других транспортных средств. Путем или маршрутом, соединяющем вершины i, j на графе G, называется последовательность дуг $e_1 = (i, k_1), e_2 = (k_1, k_2), \ldots, e_m = (k_m, j)$. Рассматриваются простые маршруты без петель и циклов.

Матрица корреспонденций $Corr[n \times n]$ определяет объемы транспортных потоков между парами вершин, где каждый элемент i, j означает, что из вершины i в вершину j отправляется поток трафика объемом $Corr_{ij}$ единиц по маршрутам на графе G. Обозначим множество всех потокообразующих пар $W = \{w = (i, j) | Corr_{ij} > 0\}$, а P_w – множество доступных для использования маршрутов для пары $w \in W$. Тогда $P = \cup_{w \in W} P_w$ – множество всех путей в графе. Трафик каждой пары $w = (i, j)$ распределяется по маршрутам P_w, таким образом, что $\sum\limits_{r \in P_w} x_r^w = Corr_{ij}$, где $x_r^w \geq 0$ – часть трафика пары w, направляемая по пути r. В этом случае $x = \{x_{r \in P_w}^{w \in W}\}$ образует допустимый профиль или допустимое распределение транспортных потоков в транспортном графе G согласно заданной матрице корреспонденций $Corr$.

Для каждой из дуг $e \in E$ определяется ее загрузка (весь следующий по ней трафик):

$$\delta_e(x) = \sum_w \sum_{r \in P_w : e \in r} x_r^w.$$

Задержка трафика на дуге e определяется как BPR-функция (Bureau of Public Road) [10] $f_e(x) = t_e \left(1 + \mu \left(\frac{\delta_e(x)}{c_e}\right)^\alpha\right)$, где μ и α – некоторые положительные константы. Тогда задержка при движении трафика по маршруту r равна $G_r(x) = \sum\limits_{e \in r} f_e(x)$.

Определение 2.1. *Профиль x называется равновесием по Вардропу, если для каждой потокообразующей пары $w \in W$ и любых маршрутов $r, q \in P_w$ из $x_r^w > 0$ следует $G_r(x) \leq G_q(x)$.*

В равновесии по Вардропу каждый участник движения использует только те маршруты, где задержка для него минимальна. Выбор альтернативного маршрута не дает ему возможности уменьшить свою задержку.

Затраты системы определяются как

$$SC(x) = \sum_{e \in E} t_e \delta_e(x) \left(1 + \mu \left(\frac{\delta_e(x)}{c_e}\right)^{\alpha}\right).$$

Затраты системы можно интерпретировать как суммарная задержка всех участников движения на всех участках транспортной системы.

Определение 2.2. *Профиль x является оптимальным для системы, если он обеспечивает минимум затрат системы $SC(x)$.*

Ценой анархии в данном случае является отношение затрат системы для равновесного профиля к оптимальным затратам системы. Цена анархии является одним из важных критериев качества транспортной системы и показывает, насколько равновесное решение хуже оптимального для системы.

3. Проблема сбора данных для построения модели

При анализе транспортной системы на практике важной и нетривиальной является задача сбора данных для построения модели. Мы моделировали транспортную систему в утренний час пик, когда жители добираются из дома к местам работы или учебы. При этом необходимы данные о структуре транспортного графа, включая характеристики дорожных участков, в частности, время проезда по участку в отсутствие других автомобилей и пропускная способность участка.

Для моделирования транспортных потоков на графе используется матрица корреспонденций, отражающая потребности жителей города по перемещению в рассматриваемый интервал времени. Для этого нужно знать количество жителей, которые перемещаются в час пик между вершинами транспортного графа. В отсутствие официальных данных при построении матрицы корреспонденций мы ограничиваемся гравитационной моделью [1], в которой предполагается, что плотность распределения числа жителей по вершинам назначения уменьшается по мере удаленности от исходных вершин, соответствующих местам жительства. Это означает, что работать или учиться каждый старается поближе к своему месту проживания. Для такой модели достаточно данных о распределении по городу населения и организаций (мест работы или учебы).

При выполнении проекта для построения моделей транспортной системы все данные были получены из открытых источников. Для формирования транспортного графа использовались данные некоммерческого проекта OpenStreetMap, цель которого – создание единой географической карты силами волонтеров, интернет-пользователей. Ресурс проекта предоставляет программный интерфейс, через который можно по запросу получать данные о характеристиках географических объектов. Это позволило собрать информацию о каждом из участков дорог, составляющих транспортный граф города: координаты, разрешенная скорость, число полос, длина участка. Таким образом был построен ориентированный транспортный граф, состоящий из 1587 вершин и 3799 дуг. Каждая вершина характеризуется координатами: широтой и долготой. Каждая дуга e описывается значениями: начальная и конечная вершина, длина, число полос и разрешенная скорость. Значения t_e – время проезда по дуге e в отсутствие других машин, и c_e – пропускная способность дуги, необходимые в модели, вычисляются [5] для каждой дуги, исходя из перечисленных значений, согласно рекомендациям Росавтодора [3] на основе данных о длине дуги, максимально разрешенной скорости и числе полос в соответствующем направлении.

Кроме того, этот же портал был использован для получения данных о распределении организаций. Для каждой из организаций были получены ее местоположение и тип, который позволил примерно оценить число работников или посетителей и соответствующий вес организации. Суммарный вес организаций в окрестности каждой вершины определил общий размер транспортных потоков, направляющихся в данную вершину.

Для оценки распределения исходящих потоков из каждой вершины использовались данные с сайтов Национальный проект «Жилье и городская среда» [2] и Федеральная Информационная Адресная Система (ФИАС) [4]. По каждому жилому объекту база содержит адрес в соответствии с ФИАС, а также технические характеристики здания. Было принято допущение, что в среднем на каждое жилое помещение приходится одно личное транспортное средство, что позволило использовать такие данные для приближенной оценки распределения выезжающего транспорта среди вершин транспортного

графа. На основе информации о распределении исходящих и входящих потоков в вершинах транспортного графа была смоделирована матрица корреспонденций $Corr^{OSM}$ согласно гравитационной модели для построенного графа. Подробнее получение исходных данных из открытых источников и построение транспортного графа и матрицы корреспонденций для транспортной модели описано в работах [5,8].

Описанный подход дает достаточно грубое приближение для реальных исходных данных модели. Во-первых, для построения матрицы корреспонденций используется гравитационная модель, в то время как в реальности транспортные потоки могут быть распределены по иному принципу, особенно в условиях небольшого города. Но за неимением более точных данных мы были вынуждены ее использовать. Во-вторых, построение транспортного графа на основе характеристик, получаемых из системы OpenStreetMap, также имеет недостатки. Транспортный граф, построенный по данным OpenStreetMap, не содержит информации о таких дорожных элементах, как светофоры, пешеходные переходы, правила движения, влияющие на время проезда по участку дороги и его пропускную способность. Кроме того, поскольку база OpenStreetMap наполняется и корректируется волонтерами, то она содержит большое число неточностей. Содержащаяся информация может быть изначально ошибочной, либо утратившей актуальность. Например, может быть неправильно указана максимальная скорость на участке дороги (рис. 1), число полос. Может быть не отражено закрытие автомобильного движения на ряде участков, либо наличие одностороннего движения (рис. 2). Пешеходные дорожки могут быть ошибочно представлены как автомобильные. Кроме того, даже правильные значения числа полос и максимальной скорости для участка не обеспечивают вычисление времени движения по участку и реальной пропускной способности, так как эти характеристики в значительной степени зависят от качества дорожного покрытия. На рис. 3 и 4 представлены два участка дороги с одинаковыми характеристиками: 2 полосы в каждую сторону и максимальная разрешенная скорость 60 км/ч. Очевидно, что при движении по проезду Автолюбителей реальная скорость будет значительно ниже.

Таким образом, использование OpenStreetMap дает возможность



Рисунок 1. В системе OpenStreetMap максимальная скорость 60 км/ч для данного участка Соломенского шоссе.

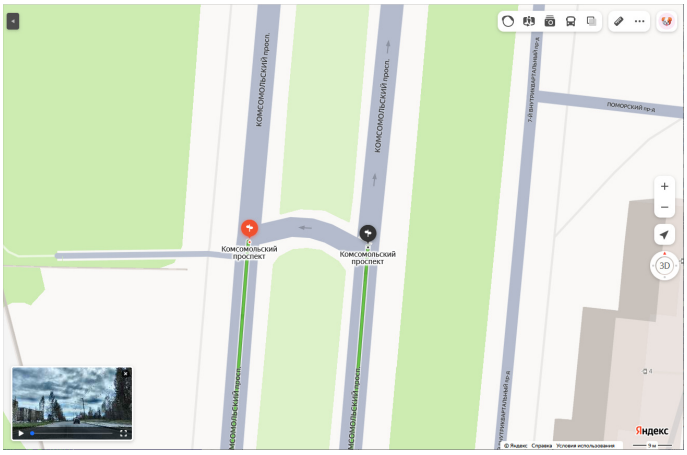

Рисунок 2. Участок с односторонним движением.

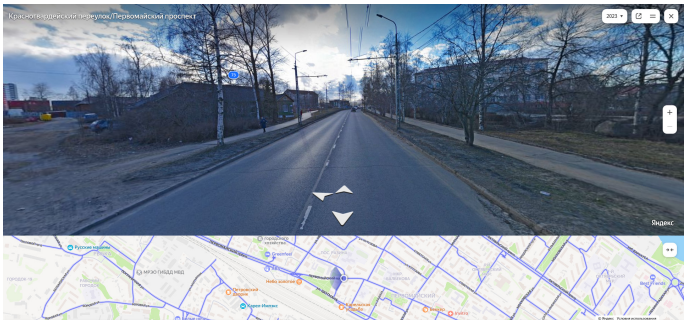

Рисунок 3. Первомайский проспект.



Рисунок 4. Проезд Автолюбителей.

построить транспортный граф, но не обеспечивает до конца корректность его структуры и адекватность оценок характеристик составляющих его дорожных участков. Нужен дополнительный инструмент, позволяющий уточнить структуру и характеристики построенного транспортного графа.

4. Сервис Yandex Карты для моделирования

Для уточнения характеристик транспортного графа нужен инструментарий, позволяющий оценивать реальное время движения по заданным дорожным участкам. Сервисы навигации [9,11], предоставляемые такими компаниями как Yandex и Google, позволяют через формы браузера запрашивать построение маршрутов между точками в заданный момент времени, а также визуально на интерактивных картах и панорамах оценивать характеристики дорожных участков. Однако, во-первых, для всего транспортного графа города проверка таким образом всех 3799 дорожных участков потребовала бы большого количества времени. Во-вторых, выдаваемое в результатах время движения по рекомендуемым маршрутам округляется до минут.

Компании предоставляют также интерфейс прикладного программирования (application programming interface – API) для программного доступа к своим навигационным сервисам на условиях платной лицензии. В частности, Yandex Карты API обеспечивает программный доступ к сервису «Матрица расстояний+Детали маршрута» [11].

Интерфейс, в частности, позволяет для заданного момента времени запрашивать маршруты между парами точек и получать каждый маршрут в виде цепочки проходимых участков дороги, для каждого из которых указывается его длина и время прохождения в секундах с точностью до 13 знаков после запятой. Google предлагает аналогичный сервис, однако с организационной точки зрения на территории России целесообразно использовать сервисы Yandex.

4.1. Использование сервиса

Для того, чтобы можно было делать запросы к сервису через API, нужно, зайдя в свою учетную запись Яндекса, в личном кабинете разработчика Yandex (https://developer.tech.yandex.ru) подключить API сервиса «Матрица расстояний и построение маршрута». Таким образом, будет получен уникальный ключ API, который нужно будет указывать во всех запросах к сервису. Далее для подключенного API выбрать тариф с учетом необходимого числа ежедневных запросов и предполагаемого времени использования сервиса.

Запросы на построение маршрута сервис принимает в формате:

```
https://api.routing.yandex.net/v2/route?waypoints=
lat1,lon1|lat2,lon2|lat3,lon3...
&apikey=APIKEY&departure_time=timestamp
```

Здесь $lat1$, $lon1$, $lat2$, $lon2$, $lat3$, $lon3$, ... – широта и долгота точек в десятичных градусах (стандарт WGS84), между которыми нужно построить маршрут (разрешено до 50 элементов *waypoints*), *timestamp* – время отправления в формате TIMESTAMP, а $APIKEY$ – ключ API. Если параметр со временем отправления в запросе не указан или задан момент ранее момента отправки запроса, то таким временем считается время отправки запроса. При этом в сутки разрешено отправлять ограниченное число запросов (1000 запросов для минимальной лицензии), а в секунду не более 50.

Ответ возвращается в формате JSON, при этом запись содержит маршрут в виде последовательности координат точек, длины участков пути и время проезда между парами точек последовательности.

Например, на запрос

```
https://api.routing.yandex.net/v2/route?waypoints=61.762938,34.289307|
61.763138,34.289458&apikey=APIKEY&departure_time=1746537470
```

будет получен ответ в виде


```
{"traffic_type": "realtime",  "route":
{
"legs":
[
{
"status": "OK",
  "steps":
   [
    {
    "length": 11.30193179993924,
    "duration": 5.380734809704465,
    "mode": "driving",
    "waiting_duration": 0,
    "polyline":
    {
    "points":
    [
    [61.762938, 34.289307],
    [61.762956, 34.289518]
    ]
    }
   },
   {
    "length": 20.505509143155454,
    "duration": 9.762464399040425,
    "mode": "driving",
    "waiting_duration": 0,
    "polyline":
    {"points":
    [
    [61.762956, 34.289518],
    [61.763083, 34.289475],
    [61.763138, 34.289458]
    ]
    }
   }
 ]
}
],
"flags": {"hasTolls": false, "hasNonTransactionalTolls": false}
}
}
```


Здесь ключу ”legs” соответствует последовательность переходов между точками предлагаемого сервисом маршрута. Для каждого перехода возвращается его длина в метрах ”length” и время проезда по нему в секундах ”duration”. По умолчанию режим ”driving” соответствует движению на легковом автомобиле. Объект с ключом ”polyline” для каждого из переходов в массиве ”points” содержит последовательность координат точек маршрута.

Напомним, что по условиям лицензии число запросов в сутки ограничивается, в нашем случае это ограничение было равно 1000. В транспортном графе 3799 дуг, для которых нужно было запросить характеристики. Можно разделить дуги на 4 группы и запускать генератор запросов в одно и то же время в течение 4 суток, выбирая будние дни, что обеспечит однородность получаемых данных. Тогда за 4 таких сеанса можно получить данные по всему транспортному

графу. Рассматривался также второй вариант: сгруппировать дуги таким образом, чтобы они составляли пути на графе длиной до 50 дуг. Тогда каждый из таких путей можно включить в один запрос и за один сеанс запросов можно получить данные по всему графу. Для минимизации числа запросов можно решить задачу упаковки транспортного графа в виде минимального числа путей длиной до 50 дуг. Однако, как будет показано ниже, из-за неточностей координат дуг в OpenStreetMap и особенностей обработки запросов сервисом Yandex Карты, второй вариант в таких условиях малоэффективен.

Еще одно ограничение сервиса Yandex Карты: до 50 запросов в секунду. Когда этот допустимый предел превышен, на все запросы сверх 50 сервис отвечает {false}. Поэтому в цикле, последовательно отправляющем запросы, нужно следить за их числом и в случае необходимости ставить выполнение цикла на паузу.

4.2. Уточнение запросов

При использовании OpenStreetMap в качестве источника координат дуг транспортного графа необходимо проверять и уточнять получаемые данные. Необходимо сравнивать ожидаемую длину пути на основе исходных данных и длину полученного маршрута. Если выданный сервисом OpenStreetMap маршрут значительно длиннее ожидаемого, запрос к сервису необходимо уточнять.

Первая, наиболее частая причина ошибок заключается в том, что дуги графа, построенные на основе данных OpenStreetMap, не в точности попадают на соответствующие участки дорог в Yandex Карты, а путь между двумя точками на карте – не обязательно прямая. Сервис Yandex Карты находит маршрут между задаваемой парой точек строго по дорогам, учитывая расположение точек и правила дорожного движения. Например, если одна из точек оказалась на левой части дороги относительно направления движения, маршрут будет построен не по кратчайшему пути, а значительно удлинен за счет добавления объездов и разворотов. Например, на рис. 5 начало (флажок в верхнем круге) и конец (флажок в нижнем круге) запрашиваемого пути находятся слева от середины дороги. Поэтому сначала автомобиль должен развернуться, сделав петлю, чтобы попасть на правую часть дороги. Перед завершением маршрута также необходимо выполнить разворот.

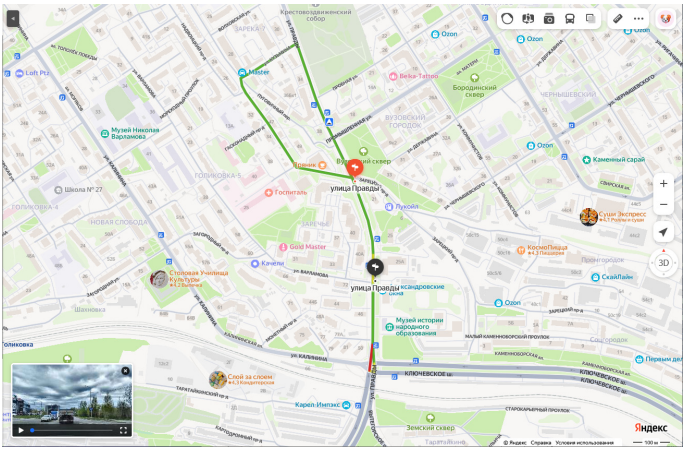

Рисунок 5. Удлинение маршрута, когда начало и конец пути попадают на левую сторону дороги.

Как решение в такой ситуации, может помочь применение проектирования точек начала и конца рассматриваемой дуги графа на полученный маршрут. Опишем данную процедуру формально. Пусть задаваемая в запросе пара точек b и e – начало и конец дуги графа, для которой запрашивается построение маршрута. Пусть $S = \{s_1, s_2, \ldots, s_K\}$ – последовательность участков полученного маршрута, где каждый элемент $s_i = (s_i^b, s_i^e)$ – направленный участок пути с началом s_i^b и концом s_i^e. Необходимо выбрать такой подпуть полученного маршрута, чтобы начало и конец были в окрестности точек b и e, а движение по участкам подпути соответствовало основному направлению по дуге графа от b до e. На псевдокоде функция проектирования может быть представлена следующим образом.

Функция Проекция$((b, e), S)$
  $proj^b \leftarrow None$
  $proj^e \leftarrow None$
  Для $i \leftarrow 1, \ldots, size(S) - 1$ выполнить
    Если дуга (b, e) и участок s_i образуют острый угол то
      $b_p \leftarrow$ проекция b на прямую, проходящую через s_i
      Если b_p лежит на s_i то
        Если $proj^b = None$ или $|(b, b_p)| < |(b, proj^b)|$ то
          $proj^b \leftarrow b_p$
      $e_p \leftarrow$ проекция e на прямую, проходящую через s_i

Если e_p лежит на s_i то
Если $proj^e = None$ или $|(e, e_p)| < |(e, proj^e)|$ то
$proj^e \leftarrow b_e$
Если $proj^b = None$ или $proj^e = None$ то
Вернуть $None$
Иначе
Вернуть $(proj^b, proj^e)$

Полученная проекция $(proj^b, proj^e)$ дуги b, e на путь S является уточненной версией этой дуги и используется в дальнейших повторных запросах.

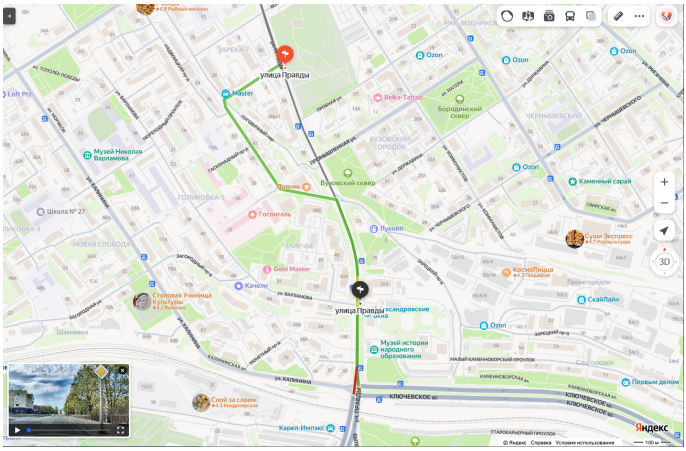

Рисунок 6. Неудачный вариант удлинения маршрута, когда начало и конец пути попадают на левую сторону дороги.

Возможны случаи, когда проектирование не решает проблему получения удлиненного маршрута. Например, движение по дуге в данном направлении невозможно из-за постоянного или временного закрытия, либо ошибочно указана возможность данного направления на участке с односторонним движением. Также, если предлагаемый путь не содержит в себе подпуть, соответствующий движению по данной дуге графа (рис. 6), проекция не будет найдена. Такие ситуации приходится обрабатывать вручную, внося коррективы в структуру транспортного графа. Однако, применение функции проектирования позволяет автоматизировать значительную часть обработки данных. В частности, для транспортного графа Петрозаводска вручную пришлось корректировать около 10% исходных данных.

4.3. Выбор времени сбора данных

После того, как уточнены структура графа и координаты его дуг, можно выполнять запросы для определения времени движения по участкам дорог. В модели одной из ключевых величин для определения задержки на дуге и пропускной способности дуги является t_e – время движения по участку дороги в отсутствие других машин. Чтобы получить эти характеристики, нужно определить время, когда транспортная система наименее загружена трафиком. В это время движение по всем маршрутам имеет наименьшую задержку.

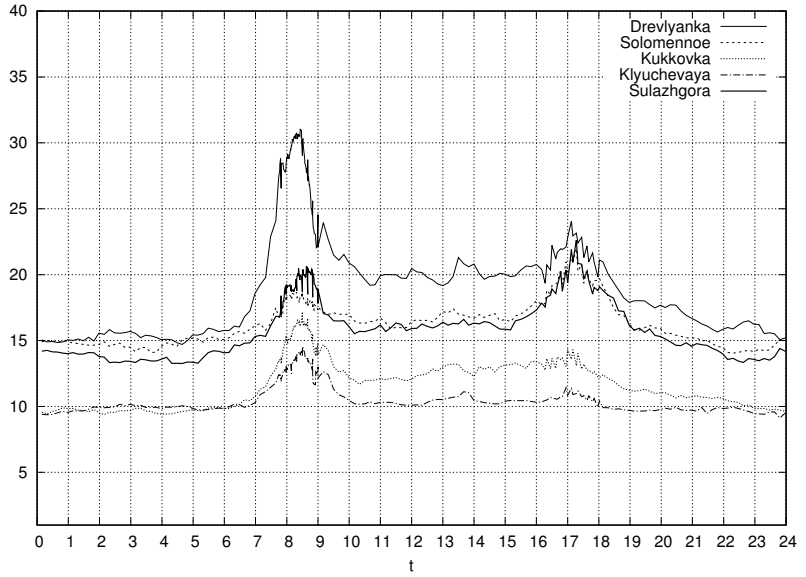

Рисунок 7. Изменение времени достижения центра города из отдаленных районов в течение суток.

С помощью сервиса Yandex Карты для различных моментов отправления в течение суток была измерена задержка по маршрутам в направлении центра (ул. Пушкинская) из основных отдаленных районов города: Древлянка (ул. Чистая), Соломенное (ул. Скалистая), Кукковка (ул. Сортавальская), Ключевая (ул. Кемская), Сулажгора (ул. Шуйская). Результаты представлены на рис. 7. На рис. 8 показано изменение времени следования в обратном направлении из центра.

На основании выполненных измерений можно сделать следующие выводы. Во-первых, как и ожидалось, наименее загружена транс-

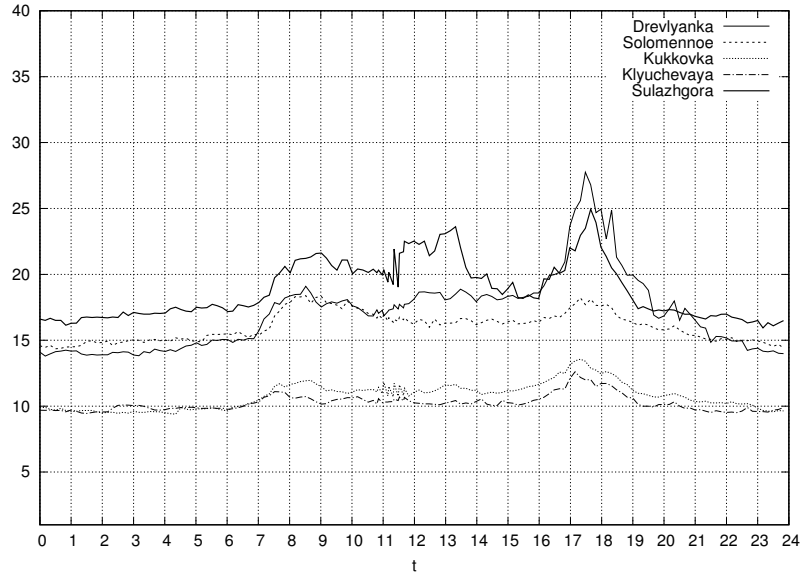

Рисунок 8. Изменение времени достижения отдаленных районов из центра в течение суток.

портная система в полночь. Можно предполагать, что в это время задержка на каждом участке дороги, соответствующем дуге e транспортного графа, близка к t_e. Именно в это время были собраны данные по времени следования по каждой из дуг транспортного графа. Во-вторых, наблюдается выраженный пик задержки утром между 8:22 и 8:40 для движения в направлении центра города, и вечером около 17:30 для движения в обратном направлении. Это согласуется с распределением мест проживания населения города преимущественно в спальных районах и расположением значительной части организаций в районе центра города, что было показано на соответствующих тепловых картах в [5]. Эти наблюдения могут оказаться полезными для дальнейшего моделирования транспортных потоков.

4.4. Вычисление пропускной способности дуг

Для каждой дуги транспортного графа запрашивается время проезда по ней при отправлении в полночь, которое принимается за значение t_e – время проезда по участку дороги в отсутствие других автомобилей. Каждое из этих значений вместе с данными по числу полос в соответствующем направлении на данном участке, получен-

ными из OpenStreetMaps, позволяет вычислить пропускную способность дуги. Согласно методическим рекомендациям [3], пропускная способность участка e на практике может быть вычислена по формуле $c_e = \alpha^e_{lanes} \cdot V_0 \cdot q_{max}$, где величина α^e_{lanes} – коэффициент, зависящий от числа полос на участке e, V^e_0 – практическая скорость автомобиля при движении по пустому участку дороги (км/ч), q_{max} – максимальная плотность трафика на полосе (автомобилей/км). Скорость на пустом участке равна равна $V^e_0 = 3600\frac{length_e}{t_e}$, так как t_e измеряется в секундах. Плотность трафика равна $q_{max} = \frac{1000}{l}$, где $l = 7.3$ – расстояние в метрах между легковыми автомобилями, рекомендованное в [3]. Коэффициент α^e_{lanes} зависит от числа полос, умноженного на дополнительные поправочные коэффициенты снижения пропускной способности, связанные с разницей в интенсивности движения в обоих направлениях, шириной полос, уклоном дороги и т.п. факторов, о которых у нас нет данных. Поэтому в наших условиях в качестве значения α^e_{lanes} берется число полос на данном участке в данном направлении.

5. Применение сервиса Yandex Карты для транспортного графа Петрозаводска

Описанная в предыдущем разделе методика сбора и уточнения данных с использованием сервиса Yandex Карты была применена к транспортному графу Петрозаводска. По результатам сбора данных на май 2025 года из структуры графа были исключены 107 дуг, в том числе для закрытого на тот момент движения по Лобановскому мосту. Времена проезда по пустому участку и пропускные способности были пересчитаны для всех дуг графа с учетом результатов запросов к сервису Yandex. На гистограмме рис. 9 слева показано распределение отношений фактического времени проезда по участку на основе запроса к сервису Yandex Карты к времени, вычисленному исходя из длины участка и ограничений по скорости. Как видно по графику, разница достигает десятков раз. Это ожидаемый результат, так как до использования данных сервиса такое время проезда рассчитывалось исходя из идеальных условий движения с максимальной разрешенной скоростью, не учитывающих снижающих скорость факторов, таких как наличие светофоров, качество дорожного покрытия, и т.п. возможные препятствия. Сервис Yandex Карты дает фактический

результат, в том числе на основе измерений времени проезда автомобилей, в который используются навигационные системы.

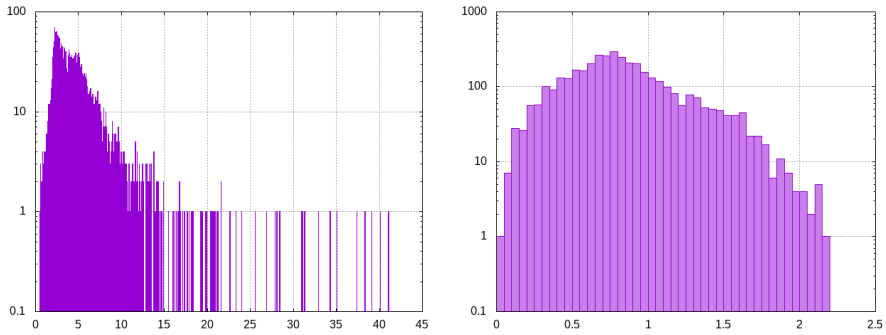

Рисунок 9. Распределение отношений времени проезда по пустому участку (слева) и пропускной способности (справа) для дуг транспортного графа.

На рис. 9 справа представлено распределение отношений пропускной способности дуг, найденных с использованием Yandex Карты к пропускной способности, вычисляемой без данных сервиса. В большинстве случаев (73%) новая величина пропускной способности оказалась ниже той, что, вычислялась без использования данных Yandex Карты.

Для нового графа, структура и характеристики которого были уточнены с применением сервиса Yandex Карты, была построена матрица корреспонденций $Corr^{ya}$ на основе гравитационной модели [1]. Данная матрица использовалась для нахождения равновесного по Вардропу распределения транспортных потоков в сети. В Таблице 1 в первой колонке перечислены районы города, из которых было найдено время пути до центра. Вторая и третья колонки представляют время пути в минутах по данным Yandex Карты в полночь и утренний час пик 8:25 соответственно графику на рис. 7. Четвертая колонка содержит соответствующее время в равновесии для модели с матрицей корреспонденций $Corr^{OSM}$. Если сравнивать эти величины с третьей колонкой таблицы, то видно, что время в пути для многих районов занижено. В пятой колонке представлено время, которое дает модель с матрицей $Corr^{ya}$. Можно заметить, что время проезда из ряда районов (Ключевая, Кукковка) может достигать полутора часов. Такая ситуация возможна, если весь транспорт в городе од-

новременно отправляется в путь, как и предполагается в модели. В реальности этого не происходит, так как участники движения распределены по времени: часть едет к 8 часам, часть к 8:30, 9:00, 10:00, 11:00, в зависимости от режима работы организаций. То есть в час пик выезжает определенная часть от всех участников движения.

Если предполагать, что в час пик едет определенная доля $0 < \Delta \leq 1$ от всех участников движения, а исходящие из вершин потоки распределены пропорционально тем, что соответствуют матрице корреспонденций $Corr^{ya}$, то можно найти равновесие для каждой из матриц корреспонденций $\Delta Corr^{ya}$. Колонки с шестой по двенадцатую показывают, как изменяется равновесное время в пути при изменении Δ – размера активной доли транспортного потока. При этом в шестой колонке – время на сети, свободной от транспорта. Таким образом можно подобрать такую долю общего потока, при которой время в пути из районов в центр города будет наиболее близко к контрольным значениям во второй колонке.

Таблица 1. Время достижения центра из районов Петрозаводска

	Yandex Карты			$\Delta \cdot Corr^{ya}$ для Δ, равного							
Район	00:00	8:30	$Corr^{OSM}$	1	0	0.25	0.3	0.35	0.45	0.5	0.55
Древлянка	15	**31**	14	**51**	15.8	20	20.8	21.2	**22.5**	23.5	25.5
Соломенное	15	**22**	18	**49**	16	20	20.8	21.2	**22.1**	22.9	23.5
Кукковка	9	**17**	13	**88**	11.8	13	13	13.9	**16.8**	18.7	20
Ключевая	9	**14**	15	**91**	10.5	11	11.9	11.7	**14.5**	16.5	18
Сулажгора	14	**22**	14	**46**	15	21	21.7	22	**23**	23.7	24.5

Экспериментальным путем было установлено, что при загрузке транспортной сети объемом транспорта около 45% от всего потока равновесное время в пути между указанными районами и центром близко к реальному, измеренному в утренний час пик. То есть, если значение каждого элемента матрицы корреспонденций $corr_{ij}$, построенной для всего имеющегося в городе транспорта, заменить на $0.45 \cdot corr_{ij}$, то новая матрица корреспонденций достаточно близко описывает реальные требования по перемещению транспортных потоков в утренний час пик. Для равновесия, найденного для такой матрицы корреспонденций, время в пути между парами задаваемых точек транспортного графа близко к тому, что выдает сервис Yandex Карты для данного интервала времени. При этом заниженные по сравнению с фактическими значениями времени в пути для Древлянки можно объяснить неполнотой данных о размещении жителей новых строящихся микрорайонов.

6. Заключение

Сбор начальных данных – сложная и ресурсоемкая проблема при решении практических задач. Выбор методики сбора данных определяет их качество, и, в итоге, достоверность построенной модели. В работе приведен анализ основных сложностей получения исходных данных для построения модели Вардропа реальной транспортной системы города. Представлена методика сбора данных с использованием программного инструментария, такого как Yandex Maps API. Плюсом применения навигационных агрегаторов является сбор фактических данных о задержках на участках транспортного графа, что дает возможность более точно оценить пропускную способность дорожной системы. Основным минусом, в первую очередь является стоимость доступа к данным таких агрегаторов, лицензионные ограничения на сохранение и использование данных. В целом эксперименты показали целесообразность использования данных Yandex Maps API в комбинации с остальными открытыми источниками, такими как OpenStreetMap, и базы данных ФИАС и Национальный проект «Жилье и городская среда».

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гасников А. и др. (ред.). Введение в математическое моделирование транспортных потоков. Litres, 2022.

2. Национальный проект «Жилье и городская среда». URL: https://фрт.рф/new/reformagkh.ru/opendata?gid=2348078

3. Отраслевой дорожный методический документ ОДМ 218.2.020-2012 Методические рекомендации по оценке пропускной способности автомобильных дорог. URL: https://rosavtodor.gov.ru/storage/app/media/uploaded-files/ 22-odm-2182020-2012.pdf

4. Федеральная Информационная Адресная Система (ФИАС) URL: https://fias.nalog.ru

5. Хитрая В.А., Хитрый А.В. Веб-сервис для визуализации дорожной сети города Петрозаводска // Труды КарНЦ РАН. No 4. Сер. Математическое моделирование и информационные технологии. 2023. С. 54–63.

6. Чиркова Ю.В. Анализ транспортных потоков на дорожном графе г. Петрозаводска // XIV Всероссийское совещание по проблемам управления (ВСПУ-2024): сборник научных трудов. М.: ИПУ РАН, 2024. С. 3990–3994.

7. Чиркова Ю.В. Исследование вычислительной сложности алгоритма нахождения равновесного по Вардропу распределения транспортных потоков // Математическая Теория Игр и ее Приложения, т. 16, в. 4. 2024. С. 95-109.

8. Ermolin N.A. et al. Modeling of the City's Transport Network Using Game-Theoretic Methods on the Example of Petrozavodsk // Contributions to Game Theory and Management. Vol. 15. 2022. Pp. 18-31.

9. Google Maps. URL: https://www.google.com/maps/

10. U.S. Bureau of Public Roads. Traffic Assignment Manual, U.S. Department of Commerce, Washington, D.C., 1964.

11. Yandex Карты. URL: https://maps.yandex.ru

USING YANDEX MAPS DATA FOR THE WARDROP MODEL

Julia V. Chirkova, Institute of Applied Mathematical Research of the Karelian Research Center of RAS, Cand.Sc. (julia@krc.karelia.ru).

Abstract: In practical problems, including related to modeling and analyzing transportation systems, one of the most pressing issues is collecting initial data. Model parameters are determined based on this data, and it is important to make the model as close to reality as possible. This paper describes the experience of collecting data for the Wardrop transportation model using available tools including the Yandex Maps API.

Keywords: Wardrop model, transportation system, data collection, Yandex Maps.