Математическая Теория Игр и её Приложения, т.1, в.2, с. 3-13

УДК 519.83
ББК 22.18

ОБ ОДНОЙ АКСИОМАТИЗАЦИИ ОБОБЩЕННОГО РАСШИРЕНИЯ ОУЭНА

Валерий А. Васильев *
Учреждение Российской академии наук
Институт математики им. С.Л.Соболева СО РАН
Новосибирск
e-mail: vasilev@math.nsc.ru

В статье предлагается новый подход к построению обобщенного расширения Оуэна для некоторых классов регулярных полиномиальных кооперативных игр. Показано, что расширение Оуэна совпадает с расширением Аумана-Шепли для одного класса неатомических игр. Получена явная формула для мультипликативного продолжения Аумана-Шепли. Для класса дискретных кооперативных игр найдена аксиоматизация классического расширения Оуэна, отличающаяся от аксиоматизации Аумана-Шепли лишь ослабленным вариантом аксиомы мультипликативности.

Ключевые слова: кооперативные игры, полиномиальные игры, расширение Оуэна, расширение Аумана-Шепли.

1. Введение

В статье дается описание нового подхода к построению обобщенного расширения Оуэна для некоторых классов так называемых регулярных полиномиальных кооперативных игр. Этот подход основан на использовании неаддитивного интегрирования, объединяющего и конкретизирующего идеи v-интегрируемости, предложенные

* Работа поддержана грантами РФФИ 07-06-00363, РГНФ 09-06-00337 и грантом Президента РФ no. НШ 4113.2008.6.

в [2,5,6]. Помимо построения и анализа ряда конструкций продолжения, связанных с неаддитивным интегрированием, большое внимание уделяется различным аспектам аксиоматизации свойств отображения, сопоставляющего играм их обобщенные расширения Оуэна. В частности, один из главных результатов работы показывает, что в качестве искомой аксиоматизации для некоторых классов неатомических кооперативных игр можно использовать аксиоматизацию Аумана-Шепли [1], предназначенную для описания мультипликативного продолжения неатомических игр, необходимого для бесконечномерного обобщения известной интегральной формулы Оуэна [1, 4]. Как одно из важных следствий указанного результата получена явная формула для мультипликативного продолжения Аумана-Шепли, представляющая интерес как для численного отыскания вектора Шепли неатомических кооперативных игр, так и для теоретического анализа полярных форм этих игр [5,6]. Что касается дискретных кооперативных игр, то для этого класса найдена аксиоматизация классического расширения Оуэна, отличающаяся от аксиоматизации Аумана-Шепли лишь ослабленным вариантом аксиомы мультипликативности (необходимо подчеркнуть, что эта аксиома не выполняется в полном объеме ни для дискретных, ни для смешанных игр). Именно, в отличие от неатомического случая, расширение Оуэна произведения двух дискретных игр равно произведению расширений сомножителей только при условии дизъюнктности минимальных носителей этих игр.

Полученные результаты могут найти применение в анализе так называемых полярных форм неатомических кооперативных игр и их использовании для представления вектора Шепли (подробности, касающиеся полярных форм, см. в [5,6]).

2. Регулярные полиномиальные игры

Ниже дается описание основного класса игр, используемого в главных конструкциях работы (и, прежде всего, в явном определении мультипликативного продолжения Аумана-Шепли).

Пусть (Q, d) - произвольный непустой метрический компакт с метрикой d. Обозначим через B борелевскую σ-алгебру этого компакта и рассмотрим совокупность $\mathcal{V}$ фунций множества $v : B \to \mathbf{R}$, удовлетворяющих требоанию $v(\emptyset) = 0$. Согласно теоретико-игровой терминологии [1] тройку $\Gamma = (Q, B, v)$ с v из $\mathcal{V}$ называют кооперативной игрой (с побочными платежами), элементы множества Q - игроками, а подмножества $e \subseteq Q$, принадлежащие алгебре B - коалициями игроков. Напомним, что значение $v(e)$ интерпретируется как максимальный гарантированный доход коалиции e. В дальнейшем, как это принято в теоретико-игровой литературе, кооперативными играми будем называть и сами функции v.

Детальное описание интересующего нас класса полиномиальных кооперативных игр требует введения некоторых вспомогательных понятий и обозначений (большинство из них, включая используемые понятия теории векторных решеток, можно найти в [5,6]; там же указан ряд полезных ссылок на литературу по смежной тематике). Пусть e - произвольный элемент алгебры B. Обозначим через $H(e)$ совокупность конечных B-измеримых разбиений e и положим $H = \cup_{e\in B} H(e)$. Далее, для каждого разбиения $\eta = \{e_i\}_{i\in\Omega} \in H$, состоящего из m элементов ($|\Omega| = m$), и для функции $v \in \mathcal{V}$ через $v(\eta) = v(\{e_i\}_{i\in\Omega})$ обозначим *полиномиальную m-разность,* определяемую формулой

$$v(\eta) := \sum_{\omega\subseteq\Omega} (-1)^{|\Omega|-|\omega|}\ v(\cup_{i\in\omega} e_i), \tag{2.1}$$

где, как обычно, символ $|\omega|$ обозначает число элементов конечного множества ω. *Полиномиальная вариация* $||v||_o$ функции $v \in \mathcal{V}$ определяется формулой

$$|v\|_o := \sup\{\sum_{\omega\subseteq\Omega} |v(\eta^\omega)| \ \Big|\ \eta = \{e_i\}_{i\in\Omega} \in H(Q)\}$$

где $\eta^\omega := \{e_i\}_{i\in\omega}$, а $v(\eta^\omega)$ определена согласно формуле (2.1). Говорят, что функция $v \in \mathcal{V}$ имеет ограниченную полиномиальную вариацию, если $||v||_o < \infty$. Положим $V := \{v \in \mathcal{V} \ \Big|\ \|v\|_o < \infty\}$ и определим конус положительных элементов векторного пространства V, наделяющий его структурой векторной решетки. Напомним [2,5,6], что игра $v \in \mathcal{V}$ называется *вполне положительной*, если $v(\eta) \geq 0$ для любого разбиения $\eta = \{e_i\}_1^m$ из $\in H$. В качестве вышеупомянутого конуса положительных элементов в дальнейшем рассматривается выпуклый конус вполне положительных игр. Обозначим этот конус через V_+. Ясно, что все элементы конуса V_+ имеют ограниченную полиномиальную вариацию. Кроме того, как показано в [5], частичный порядок $u \geq_o v \Longleftrightarrow u - v \in V_+$, индуцируемый V_+ (вместе с нормой полиномиальной вариации $\| \cdot \|_o$), наделяет V структурой банахова векторного кольца. Более подробно [5]: V является банаховой и дедекиндово полной векторной решеткой, с согласованными структурами упорядоченного и нормированного пространства (монотонная порядковая сходимость влечет монотонную сходимость по норме).

Следуя стандартным обозначениям теории векторных решеток, для каждой игры $v \in V$ введем в рассмотрение положительную (v^+), отрицательную (v^-) и полную ($|v|$) вариацию этой игры, полагая $v^+ := v \vee 0$, $v^- := (-v) \vee 0$ и $|v| := (-v) \vee v$, соответственно (здесь через $u \vee w = \sup\{u, w\}$ и $u \wedge w = \inf\{u, w\}$ обозначаются точная верхняя и нижняя грани двухэлементного множества $\{u, v\}$ в полуупорядоченном векторном пространстве $(V, \geq_o)$). Обозначим через F совокупность всех непустых замкнутых подмножеств метрического компакта Q. Укажем типичный класс игр, фигурирующих в дальнейших рассмотрениях.

Определение 2.1. *Игра $v \in V$ называется регулярной, если ее полная вариация $|v|$ удовлетворяет условию: $|v|(\{e_i\}_1^m) = \sup\{|v|(\{f_i\}_1^m) | f_i \subseteq e_i,\ f_i \in F,\ i = 1, \ldots, m\}$ для любого разбиения $\eta = \{e_i\}_1^m \in H$.*

Совокупность регулярных игр обозначим через $rV = rV(B)$.

Определение 2.2. *Игра $v \in rV$ называется регулярной полиномиальной игрой порядка n, если все ее полиномиальные разности порядка $n+1$ обращаются в 0: $v(\{e_i\}_1^{n+1}) = 0$ для каждого разбиения $\{e_i\}_1^{n+1} \in H$.*

Обозначим через rV^n пространство всех регулярных полиномиальных игр порядка n и положим $rpV = \cup_{n=1}^{\infty} rV^n$. Будем говорить, что игра v является *регулярной полиномиальной игрой*, если v принадлежит rpV.

3. Неаддитивное интегрирование и обобщенное расширение Оуэна

Для описания интегрирования по полиномиальной неаддитивной функции множества из rpV, зафиксируем некоторое натуральное число $n \geq 1$ и функцию $v \in rV^n$. Первое, что потребуется для характеризации искомого интегрирования - построить продолжение v на n-тую симметрическую степень $B^{[n]}$ алгебры B. С этой целью нам понадобится определение n-той симметрической степени $e^{[n]}$ коалиции $e \in B$, задаваемое формулой: $e^{[n]} = \{\tau \subseteq e \Big| |\tau| \leq n\}$, где, как и ранее, через $|\tau|$ обозначается число элементов конечного множества τ.

Определение 3.1. *Симметрической степенью порядка n алгебры B называется наименьшая алгебра подмножеств множества $Q^{[n]}$, содержащая семейство симметрических степеней $\{e^{[n]} \Big| e \in B\}$ всех элементов алгебры B.*

На основании описания строения алгебры $B^{[n]}$, предложенного в [5], установлено, что существует единственная аддитивная функция множества $\lambda_v : B^{[n]} \to \mathbf{R}$, удовлетворяющая условию: $\lambda_v(e^{[n]}) = v(e)$ для каждого $e \in B$. Более того, учитывая регулярность v и компактность метрического пространства (Q, d), с помощью стандартной аргументации можно доказать, что имеется единственное счетно-аддитивное продолжение μ_v функции λ_v на наименьшую σ-алгебру $\sigma B^{[n]}$, содержащую алгебру $B^{[n]}$ (другими словами, аддитивная функция $\lambda_v : B^{[n]} \to \mathbf{R}$ допускает единственное счетно-аддитивное продолжение $\mu_v : \sigma B^{[n]} \to \mathbf{R}$ на σ-алгебру $\sigma B^{[n]}$, порожденную алгеброй $B^{[n]}$). Интересно отметить, что σ-алгебра $\sigma B^{[n]}$ имеет достаточно простое описание в традиционных терминах теории меры.

Предложение 3.1. *Алгебра $\sigma B^{[n]}$ совпадает с борелевской σ-алгеброй метрического пространства $(Q^{[n]}, d^{[n]})$, где $d^{[n]}$ есть сужение стандартной метрики Хаусдорфа на $Q^{[n]}$: $d^{[n]}(\tau, \tau') := \min \{\epsilon \Big| \tau \subseteq \tau'_\epsilon, \tau' \subseteq \tau_\epsilon\}$, где τ_ϵ, τ'_ϵ - ϵ-окрестности τ, τ' в пространстве (Q, d).*

Пусть теперь f - произвольный элемент векторного пространства $I(Q, B)$ ограниченных и B-измеримых функций, определенных на Q. Введем *полиномиальное продолжение* $f_\rho^{[n]}$ функции f на $Q^{[n]}$, определяемое формулой

$$f_\rho^{[n]}(\tau) := \prod_{t \in \tau} f(t), \ \tau \in Q^{[n]}.$$

Нетрудно проверить, что полиномиальное продолжение каждой функции $f \in I(Q, B)$ является σB-измеримой ограниченной функцией, определенной на множестве $Q^{[n]}$ (другими словами, для каждой функции $f \in I(Q,B)$ ее полиномиальное продолжение $f_\rho^{[n]}$ принадлежит пространству $I(Q^{[n]},\sigma B^{[n]})$ ограниченных $\sigma B^{[n]}$-измеримых функций, определенных на $Q^{[n]}$. Следовательно, для любой функции $f \in I(Q,B)$ ее продолжение $f_\rho^{[n]}$ является μ_v-интегрируемой функцией. Но это означает, в частности, что для каждого $v \in rV^n$ функционал $P_v : I(Q,B) \to \mathbf{R}$, задаваемый формулой

$$P_v(f) := \int f_\rho^{[n]} d\mu_v, \qquad f \in I(Q,B), \tag{3.1}$$

определен корректно.

Используя введенные обозначения и конструкции, сформулируем одно из главных понятий статьи.

Определение 3.2. *Для каждого $v \in rV^n$ функционал P_v, определяемый формулой (3.1), называется обобщенным расширением Оуэна кооперативной игры v.*

Нетрудно проверить, что в случае конечного множества Q введенное понятие обобщенного расширения Оуэна совпадает с классическим определением полилинейного продолжения кооперативной игры, предложенным Оуэном в [4]. Что касается бесконечного случая, то здесь мы отметим лишь некоторые характерные свойства обобщенного расширения Оуэна, показывающие, что и в случае бесконечного числа игроков выполняются аналоги ряда ключевых соотношений, типичных для конечных кооперативных игр. Для формулировки соответствующего результата потребуются некоторые дополнительные определения.

Определение 3.3. *Будем говорить, что функция $v \in rV^n$ является однородной порядка n, если она дизъюнктна с пространством rV^{n-1} (то есть, выполняется соотношение: $|v| \wedge |u| = 0$ для всех $u \in rV^{n-1}$). Совокупность однородных порядка n регулярных полиномиальных функций обозначим через $rV^{(n)}$ ($V^0 = V^{(0)} := \{0\}$).*

Предложение 3.2. *Для всех $n \geq 1$ пространства $rV^{(n)}$ являются полосами пространства rV.*

Отметим сразу же, что согласно предложению 3.2, для каждой функции $v \in rpV$ и для каждого натурального $m \geq 1$ существует проекция $v_{(m)}$ на $rV^{(m)}$, определяемая формулой

$$v_{(m)} := \sup \left\{ u \in rV^{(m)} \middle| v^+ \geq_0 u \right\} - \sup \left\{ u \in rV^{(m)} \middle| v^- \geq_0 u \right\}. \quad (3.2)$$

Переходя к описанию некоторых важных для дальнейшего свойств обобщенного расширения Оуэна, напомним, что ниже через χ_e обозначается индикаторная функция множества $e \in B$, через $\mathcal{P}^{(n)}$ - совокупность однородных порядка n непрерывных полиномиальных функционалов на $I(Q,B)$ (с обычной нормой $||f||_\infty := \sup \left\{ |f(t)| \middle| t \in Q \right\}$ на пространстве $I(Q,B)$), а через $\mathcal{P}_+$ - совокупность непрерывных полиномиальных функционалов l на $I(Q,B)$, удовлетворяющих неравенствам:

$$\sum_{\omega \subseteq \{1,\ldots,m\}} (-1)^{m-|\omega|} l(\sum_{i \in \omega} f_i) \geq 0$$

для любых $m \geq 1$ и $f_i \in I(Q,B),\ i = 1,\ldots,m$.

Теорема 3.1. *Для любой игры $v \in rV^n$ обобщенное расширение Оуэна P_v является непрерывным полиномиальным функционалом порядка n на нормированном пространстве $(I(Q,B), ||\cdot||_\infty)$. При этом выполняются следующие соотношения:*

$(P.1)$ $P_v(\chi_e) = v(e)$ *для любой коалиции* $e \in B$;

$(P.2)$ $P_v \in \mathcal{P}_+$, *если* $v \in rV^n_+ := rV^n \cap V_+$;

$(P.3)$ $P_v \in \mathcal{P}^{(n)}$, *если* $v \in rV^{(n)}$;

$(P.4)$ $|P_v(f)| \leq \sum_{m=1}^n ||f||^m_\infty \cdot ||v_{(m)}||_o$ *для любой функции* $f \in I(Q,B)$

(здесь $v_{(m)}$ - однородные компоненты игры v, определяемые формулой (3.2)).

4. Аксиоматизация расширения Оуэна: неатомический случай

Напомним сначала аксиоматизацию мультипликативного продолжения для неатомических кооперативных игр, предложенную в [1] в связи с необходимостью обобщения известной интегральной формулы Оуэна на случай бесконечного множества игроков. Для простоты ограничимся случаем пространства $pvNA$, представляющего из себя замыкание в рассматривавшейся выше норме полиномиальной вариации $||\cdot||_o$ линейной оболочки всевозможных степеней $\mu^k,\ k \geq 1$, неатомических мер μ. Как и в [1], будем рассматривать случай, когда $Q = [0,1]$, а B - борелевская σ-алгебра единичного интервала $[0,1]$. *Продолжение* φ *Аумана-Шепли игры* v на пространство $I(Q,B)$ определяется неявным образом с помощью указания свойств оператора φ, сопоставляющего каждой игре $v \in pvNA$ ее расширение $\varphi(v) : I(Q,B) \to \mathbf{R}$ (с класса индикаторных функций на векторное пространство всех ограниченных B-измеримых функций на Q):

$(Qw.1)$ $\varphi(v)(\chi_e) = v(e), \quad v \in pvNA,\ e \in B;$
$(Ow.2)$ $\varphi(\alpha v + \beta w) = \alpha\varphi(v) + \beta\varphi(w), \quad \alpha, \beta \in \mathbf{R},\ v, w \in pvNA;$
$(Ow.3)$ $\varphi(v \cdot w) = \varphi(v) \cdot \varphi(w), \quad u, w \in pvNA;$
$(Ow.4)$ $\varphi(v)(f) = \int f dv, \quad f \in I(Q,B), v \in rV^1.$

В заключение этого пункта сформулируем один из главных результатов работы - аксиоматическое описание обобщенного расширения Оуэна P_v на пространстве $pvNA$.

Теорема 4.1. *Отображение* $\varphi : pvNA \to \mathcal{P}$ *удовлетворяет условиям* $(Ow.1) - (Ow.4)$ *тогда и только тогда, когда выполняются соотношения*

$$\varphi(v) = P_v, \quad v \in pvNA.$$

5. Аксиоматизация расширения Оуэна: конечные игры

В заключение остановимся на особенностях аксиоматизации расширения Оуэна для случая, когда компакт Q конечен (и, тем самым, все определенные на нем регулярные кооперативные игры заведомо дискретные, атомические). Итак, пусть $|Q| = n$ для некоторого натурального n. Не уменьшая общности, будем считать, что $Q = \{1, \ldots, n\}$, а алгебра B представляет из себя семейство 2^Q - совокупность всех непустых подмножеств множества Q (элементы алгебры 2^Q, как это принято в теории конечных кооперативных игр, будем обозначать большими латинскими буквами: $S, T, \ldots$). Рассмотрим произвольную кооперативную игру n лиц $v : B \to \mathbf{R}$ и напомним [1], что ее (классическим) *полилинейным расширением Оуэна* называется отображение $\bar{P}_v^n : I_n \to \mathbf{R}$, определенное на единичном кубе

$I_n := \{(t_1, \ldots, t_n) \in \mathbf{R}^n_+ \big| t_i \leq 1,\ i \in Q\}$ формулой

$$\bar{P}^n_v(v)(t_1, \ldots, t_n) := \sum_{T \in B} v(T) \prod_{i \in T} t_i \prod_{j \in Q \setminus T} (1 - t_j), \quad (t_1, \ldots, t_n) \in I_n. \tag{5.1}$$

В дальнейшем для удобства анализа вместо $\bar{P}^n_v$ будем рассматривать отображение $P^n_v : \mathbf{R}^n \to \mathbf{R}$, определяемое уже на всем пространстве $\mathbf{R}^n$ по формуле, задаваемой правой частью соотношения (5.1). Собирая в этой формуле коэффициенты при мономах $\prod_{i \in T} t_i$, получаем следующее представление для отображения P^n_v :

$$P^n_v(t_1, \ldots, t_n) = \sum_{T \in B} v_T \prod_{i \in T} t_i, \quad (t_1, \ldots, t_n) \in \mathbf{R}^n,$$

где v_T - так называемые дивиденды Харшаньи [3] игры v, определяемые как коэффициенты разложения $v = \sum_{T \in B} v_T u^T$ функции v по стандартному базису $\{u^T\}_{T \in B}$ векторного пространства $V_n = rpV(B)$. Напомним, что игра u^T определяется соотношениями: $u^T(S) = 1$, когда $T \subseteq S$, и $u^T(S) = 0$ в остальных случаях. Отметим еще, что в рассматриваемом дискретном случае пространство V_n состоит из всех функций $v : B \to \mathbf{R}$, удовлетворяющих единственному условию $v(\emptyset) = 0$.

Как показывает элементарная проверка, отображение $v \mapsto P^n_v$, $v \in V_n$, удовлетворяет всем требованиям $Ow.1 - Ow.4$, за исключением условия $Ow.3$. Оказывается, что в рассматриваемом конечномерном случае мультипликативность отображения $v \mapsto P^n_v$ гарантируется лишь при дизъюнктности так называемых минимальных носителей сомножителей. Напомним, что коалиция $R \subseteq Q$ называется *носителем игры* v, если выполняются соотношения:

$$v(T \cap R) = v(T) \quad \text{для каждой коалиции} \quad T \in B. \tag{5.2}$$

Совокупность всех носителей игры v будем обозначать через $Supp\ v$. Непосредственно из соотношения (5.2) вытекает, что $Supp\ v \neq \emptyset$, и при этом общая часть $Q_v = \bigcap_{R \in Supp\ v} R$ всех элементов семейства $Supp\ v$ также принадлежит этому семейству. Тем самым, Q_v является наименьшим (относительно вложения) элементом семейства $Supp\ v$, чем и объясняется вводимая терминология: множество Q_v будем называть *наименьшим носителем игры* v. Отметим, что в ряде случаев удобнее более конструктивное задание наименьшего носителя Q_v, определяемое формулой

$$Q_v = \{i \in Q \big| \text{ существует } T \in B_i \quad \text{такое, что} \quad v_T \neq 0\},$$

где, как обычно, $B_i := \{T \in B \big| i \in T\}$.

Используя обозначения, максимально приближенных к стандартным, сформулируем аналоги условий $(Ow.1) - (Ow.4)$ для случая игр с конечным (фиксированным) числом участников (далее $V_n := rV(Q)$ - совокупность всех кооперативных игр n лиц с побочными платежами на алгебре B, χ_T - индикаторная функция множества $T \subseteq Q$, а $\mathcal{P}_n$ - пространство полиномов, заданных на n-мерном арифметическом пространстве $\mathbf{R}^n$):

$(Qw_n.1)$ $\varphi_n(v)(\chi_T) = v(T), \quad v \in V_n,\ T \in B;$
$(Ow_n.2)$ $\varphi_n(\alpha v + \beta w) = \alpha\varphi_n(v) + \beta\varphi_n(w), \quad \alpha, \beta \in \mathbf{R},\ v, w \in V_n;$
$(Ow_n.3)$ $\varphi_n(v \cdot w) = \varphi(v)_n \cdot \varphi_n(w), \quad$ если $\quad Q_u \cap Q_w = \emptyset;$
$(Ow_n.4)$ $\varphi_n(v)(t_1, \ldots, t_n) = \sum_{i \in Q} v(i)t_i, \quad (t_1, \ldots, t_n) \in \mathbf{R}^n, v \in V_n^1.$

Выше, как обычно, $v(i) := v(\{i\})$, а V_n^1 - подпространство аддитивных (несущественных) игр из пространства V_n.

В приведенных обозначениях аналог теоремы 4.1 формулируется следующим образом.

Теорема 5.1. *Отображение $\varphi_n : V_n \to \mathcal{P}_n$ удовлетворяет условиям $(Ow_n.1) - (Ow_n.4)$ тогда и только тогда, когда оно определяется формулой:*

$$\varphi_n(v) = P_n^v \quad \textit{для каждой игры} \quad v \in V_n.$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ауман Р., Шепли Л. *Значения для неатомических игр.* М: Мир, 1977.

2. Васильев В.А. *Общая характеристика полиномиальных функций множества* // Оптимизация. 1974. № 14. С. 103-123.

3. Harsanyi J.A. *A bargaining model for cooperative n-person games* // Contributions to the Theory of Games IV (eds. A.W. Tucker, and R.D. Luce). 1959. C. 325-355.

4. Owen G. *Multilinear extensions of games* // Journal of Management Sciences. 1972. V. 18. № 5. P. 64-79.

5. Vasil'ev V.A. *The Shapley functional and the polar form of homogeneous polynomial games* // Siberian Advances in Mathematics. 1998. V. 8. № 4. P. 109-150.

6. Vasil'ev V.A. *Polar forms, p-values, and the core* // Approximation, Optimisation and Mathematical Economics (ed. M, Lassonde). Heidelberg-New York: Physica-Verlag. 2001. P. 357-368.

7. Vasil'ev V.A. *Cores and generalized NM-solutions for some classes of cooperative games* // Russian Contributions to Game Theory and Equilibrium Theory (eds. T. Driessen, G. van der Laan, V.Vasil'ev, and E.Yanovskaya), Berlin-Heidelberg-New York: Springer-Verlag. 2006. P. 91-150.

ONE AXIOMATIZATION OF GENERALIZED OWEN EXTENSION

Valeri Vasil'ev, Sobolev Institute of Mathematics, Siberian Branch of RAS, Novosibirsk, Doctor of Sc., professor (vasilev@math.nsc.ru).

Abstract: New approach to generalized Owen extension's construction for some classes of polynomial games is considered. It is proved that this extension coincides with Aumann-Shapley extension for one class of nonatomic games. The explicit formula for multiplicative Aumann-Shapley extension is obtained. The axiomatization of classical Owen extension for the class of discrete-time cooperative games is obtained and it differs from Aumann-Shapley axiomatization only by weak multiplicative axiom.

Keywords: cooperative games, polynomial games, Owen extension, Aumann-Shapley extension.