

УДК 519:301

ББК 60.54; 32.81

## ИГРЫ И СЕТИ

ДМИТРИЙ АЛЕКСАНДРОВИЧ НОВИКОВ

Учреждение Российской академии наук

Институт проблем управления

им. В.А. Трапезникова РАН

117997, Москва, Профсоюзная ул., д. 65

e-mail: novikov@ipu.ru

Статья носит обзорный характер и посвящена структуризации современных направлений в играх на сетях. Вводится система классификаций последних с точки зрения теории игр и теории графов.

*Ключевые слова:* теория игр, теория графов, игры на сетях.

### 1. Введение

На протяжении многих лет и игровые, и графовые модели успешно используются для описания сложных систем.

Согласно определению, приведенному в [5], *теория игр* – раздел прикладной математики, исследующий модели принятия решений в условиях несовпадения интересов сторон (*игроков*), когда каждая сторона стремится воздействовать на развитие ситуации в собственных интересах. Результаты, полученные в теории игр, нашли множество приложений в самых разных областях – в социологии [37, 38, 47], экономике [24, 43, 44], организационном управлении [12, 29], экологии [3, 38], военном деле [4, 14] и др.

*Теория графов* в качестве теоретической дисциплины может рассматриваться как раздел дискретной математики, исследующий свойства конечных множеств с заданными отношениями между их элементами [2]. Как прикладная дисциплина теория графов позволяет

описывать и исследовать многие технические, экономические, биологические и социальные системы (см. примеры приложений теории графов в [2, 4, 37, 38, 42]).

**Графы и игры.** Между теорией игр и теорией графов существует глубокая взаимосвязь. Можно привести множество примеров использования конструкций и результатов теории графов в игровых постановках:

- древовидный граф задает структуру принятия решений в игре в развернутой форме [35];

- граф (вершины - игроки) задает структуру возможных коалиций [12]. В более общем случае рассматриваются кооперативные игры на сетях, связанные с формированием коалиций (*network coalition formation games*) - см. обзор в [42] и в открытом Интернет-издании "Coalition Theory Network Newsletter";

- на графе в дискретном времени осуществляется «игра поиска» (вершины - позиции игроков, ребра - возможные пути переходов) [34];

- ориентированный граф описывает, от чьих действий зависят выигрыши агентов (например, для реализуемости равновесия Нэша достаточно связности графа), в более общем случае граф отражает структуру информированности игроков [31] или структуру коммуникаций между игроками [27];

- граф отражает постоянные или временные связи (информационные, технологические, подчиненности и т.п.) между игроками [11, 22, 27, 28];

и т.д.

Отдельно следует выделить *теорию сетевых игр* – относительно молодой (развивающийся с конца 70-х годов прошлого века) раздел теории игр, акцентирующий внимание как раз на формировании сетевых структур - устойчивых связей между игроками - в условиях несовпадения интересов и/или различной информированности последних (для ознакомления см. обзор [10] и монографию [42]).

Наряду с термином «сетевые игры» (*network games*), все чаще встречается термин «*игры формирования сетей*» (*network formation games*), более соответствующим сути игры, результатом которой является сеть, связывающая игроков. Эта тенденция имеет свое обоснование – сетевые игры могут рассматриваться как включающие в себя

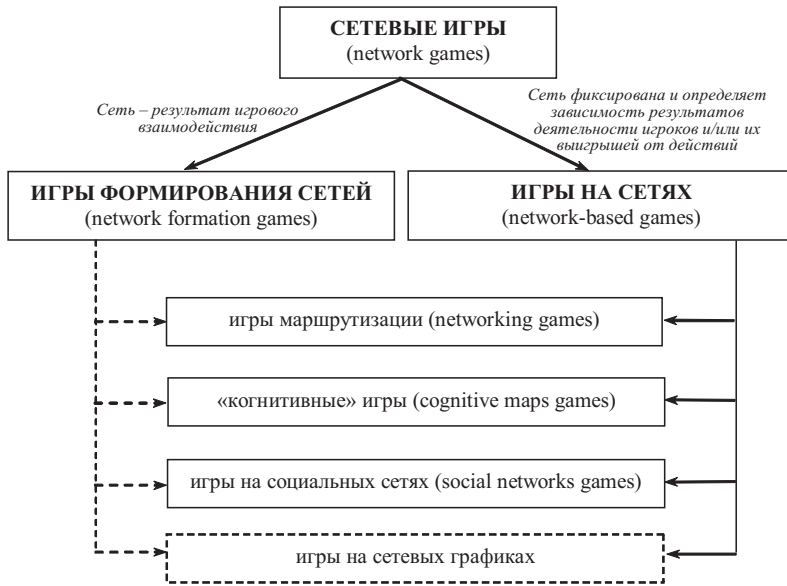


Рисунок 1. Сетевые игры

(см. Рис. 1) игры формирования сетей и «*игры на сетях*» (network-based games), причем в последних «сеть» фиксирована. Среди игр на сетях можно, в свою очередь, выделить (см. Рис. 1) [13]:

- *игры маршрутизации* (networking games);
- «*когнитивные*» *игры* (cognitive maps games);
- *игры на социальных сетях* (social networks games);
- *игры на сетевых графиках*<sup>1</sup>

На качественном уровне различие между играми формирования сетей и играми на сетях состоит в том, что в первых предметом выбора игроков являются переменные, относящиеся к парному взаимодействию между игроками, а в играх на сетях - переменные, описывающие вершины сети (значения факторов в играх на когнитивных картах, мнения агентов в играх на социальных сетях и т.д.).

<sup>1</sup>Данному классу игр пока не было уделено должного внимания исследователей. Он может быть охарактеризован как игры субъектов, выделяющих ресурсы, необходимые для выполнения операций сетевого графика некоторого проекта. То есть, игры на сетевых графиках - теоретико-игровое обобщение задачи распределения ресурсов на сетях, являющейся хрестоматийной для календарно-сетевого планирования и управления [2].

В будущем эти модели, наверное, целесообразно формально объединить (см. пунктирные линии на Рис. 1). Эффект от такого объединения может быть обусловлен тем, что во многих играх формирования сетей (например, в моделях информационных коммуникаций в многоагентных системах) для расчета выигрышей игроков требуется привлекать модель сетевой динамики, как и в играх на сетях. Объединение моделей приведет к двухэтапной игре, на первом этапе которой игроки формируют сеть, а на втором этапе используют сформированную сеть для передачи информации, ресурсов и т.д. в соответствии с концепцией игр на сетях.

## 2. Игры на сетях

В последние годы все чаще появляются разнообразные содержательные постановки задач описания и исследования такого взаимодействия игроков, что результат их взаимодействия (или связь между выбираемыми действиями или стратегиями и выигрышами) определяется той или иной «сетевой» («теоретико-графовой») моделью. Такого рода игры, как отмечалось выше, называют играми на сетях. Приведем несколько «примеров».

*Игры маршрутизации* на сегодняшний день представляют собой не только наиболее развитый, но и очень бурно развивающийся раздел сетевых игр. Данное направление возникло после работы [45], посвященной маршрутизации неделимого трафика. Второй вехой является работа [46] по маршрутизации делимого трафика.

В сетевых играх зачастую доминируют транспортные и телекоммуникационные интерпретации (см., например, монографии [42, 46], пионерскую статью [48] и обзор [41]), то есть сеть является «инструментом» и/или ограничением взаимодействия игроков.

Следует признать, что игры маршрутизации заслуживают отдельного русскоязычного обзора в одном из ведущих теоретико-игровых журналов, что очень важно для привлечения отечественных специалистов к участию в развитии этого перспективного направления.

*Когнитивные игры* [26], в которых когнитивная карта [40] – взвешенный ориентированный граф (вершинами которого являются факторы, значения которых измеряются в непрерывной или нечеткой шкале, а взвешенными или функциональными дугами отражается

взаимовлияние факторов) – используется для учета причинно-следственных связей и взаимовлияния факторов, а также для моделирования динамики слабоформализуемых систем [1, 20, 25]. Когнитивные модели имеют множество приложений – см. [25, 38, 40]. Для первоначального ознакомления с этой областью можно порекомендовать классические монографии [38, 40] и современные обзоры [1, 16, 19].

Основной целью использования когнитивных карт является качественный анализ, основывающийся в большинстве случаев на имитационном моделировании (реже аналитически решаются обратные задачи управления) динамики ситуаций (тенденций, направлений изменения значений факторов, исследовании сценариев и т.д.). Например, описав взаимосвязь между факторами в виде системы линейных дифференциальных уравнений второго порядка и задав начальные значения, можно анализировать динамику факторов, «установившиеся» значения и т.д., рассматривая все эти аспекты с точки зрения лиц, заинтересованных в том или ином развитии ситуации, или исследуя несоответствие целей различных субъектов. Имея модель связи между факторами можно рассматривать игровую постановку – пусть игроки имеют возможность влиять на начальные значения факторов (например, для каждого игрока задано множество «контролируемых» им факторов), а их выигрыши зависят от «установившихся» значений факторов. Пример линейной игры такого рода рассмотрен в [26].

*Игры на социальных сетях*, в которых вершинами являются агенты – участники социальной сети, а взвешенные дуги отражают степени их «доверия» друг другу или влияния друг на друга [7, 8, 38, 42]. Мнение каждого агента формируется под влиянием его начального мнения и мнений других агентов с учетом их доверия друг другу (динамика мнений описывается системой линейных дифференциальных или разностных уравнений). Помимо агентов, в модели существуют игроки, которые могут влиять на агентов и их взаимодействие, то есть, игроки могут осуществлять *управление* агентами. Зная связь между начальными мнениями, а также структурой социальной сети, и итоговыми мнениями, можно ставить и решать задачу формирования игроками таких начальных мнений у агентов и таких связей между ними (включая как структуру, так и степени доверия), кото-

рые были бы равновесием (в том или ином смысле) соответствующей игры [9].

Другим примером является использование аппарата *сетей Петри* [39]. И так далее.

Общим для приведенных примеров, да и для игр на сетях вообще, является следующее. Связь между действиями игроков и результатом, который определяет их выигрыши, описывается в рамках достаточно простой «сети» динамической системой, или системой разностных уравнений и т.п. То есть, сеть является моделью взаимодействия игроков (факторов и т.п.). Дальше все сводится к анализу свойств соответствующей динамической системы, а затем - к той или иной классической теоретико-игровой постановке (в общем случае - к динамической игре [26, 36]). Отметим, что несколько в стороне находятся *networking games*, в которых динамики как таковой обычно нет, а решением считается равновесие Нэша (в случае неделимого трафика) или равновесие Вардропа (в случае делимого трафика).

Более того, если рассматривать сеть как объект управления, то, исследовав свойства этой сети - умея описывать ее динамику в зависимости от тех или иных параметров и выделив управляемые переменные (параметры, которые подвергаются целенаправленному изменению со стороны управляющего органа), можно ставить и решать задачи управления. Поясним последнее утверждение.

### 3. Задача управления

Обсудим качественно общую постановку задачи управления некоторой системой. Пусть имеется *управляющий орган* и управляемая система (*объект управления*). Состояние управляемой системы зависит от внешних воздействий, воздействий со стороны управляющего органа (управления) и, быть может (если объект управления активен, то есть также является субъектом – что характерно для социально-экономических, организационных систем), действий самой управляемой системы – см. Рис. 2. Задача управляющего органа заключается в том, чтобы осуществить такие управляющие воздействия (жирная линия на Рис. 2), чтобы с учетом информации о внешних воздействиях (пунктирная линия на Рис. 2) обеспечить требуемое состояние управляемой системы.

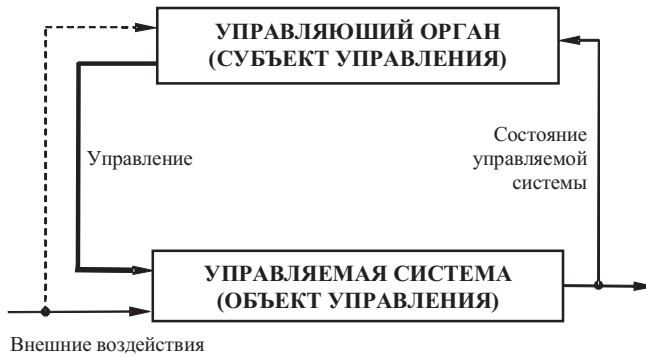


Рисунок 2. Структура системы управления

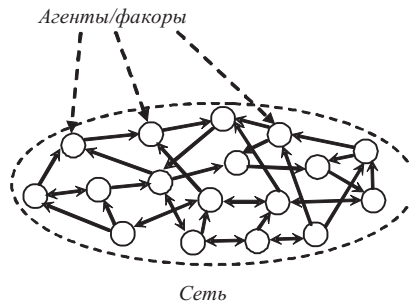


Рисунок 3. Сеть как модель объекта (объекта управления)

Управляемая система может описываться различными способами – системой дифференциальных уравнений, набором логических правил и др., – отражающими зависимость состояний от внешних факторов, управлений, предшествующих состояний и т.д. В частности, может использоваться и та или иная сетевая модель – см. Рис. 3, в которой, например, вершины соответствуют компонентам вектора состояний или агентам - участникам системы, а дуги – их влиянию друг на друга.

В [29] была предложена система классификаций задач управления, в которой основанием являлся предмет, на который оказывается воздействие в процессе управления. Так, были выделены:

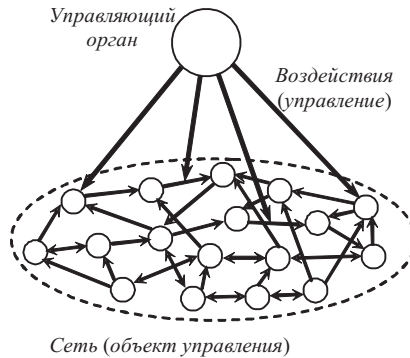


Рисунок 4. Управление объектом, описываемым сетью

- управление составом (набором элементов, входящих в состав управляемой системы);
- управление структурой (связями между элементами);
- институциональное управление (управление ограничениями и нормами деятельности элементов системы);
- мотивационное управление (управление предпочтениями);
- информационное управление (управление информированностью элементов системы - той информацией, которой они обладают на момент принятия решений).

В «сетевой» интерпретации, то есть когда объект управления описывается графом (причем вершины графа «пассивны», то есть не обладают собственными предпочтениями и информированностью), получаем, что управление может заключаться в целенаправленном воздействии на (см. Рис. 4) следующие компоненты объекта управления:

- состав управляемой системы (то есть, управление может заключаться в удалении или добавлении вершин);
- структуру (связи между элементами) управляемой системы (то есть, управление может заключаться в удалении или добавлении дуг);
- значения параметров, соответствующих вершинам графа (значения состояний) и его дуг (значения параметров, отражающих взаимосвязь между элементами системы).

Отметим, что изучение «управления сетью» представляет собой



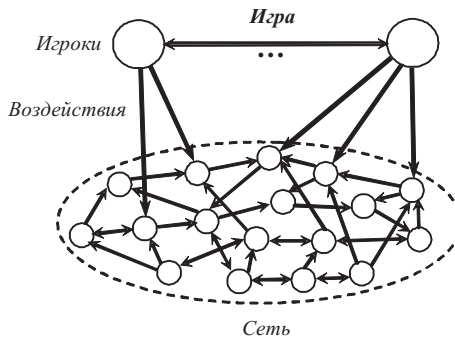


Рисунок 5. Игра «на сети»

самостоятельную нетривиальную задачу, для решения которой может использоваться аппарат исследования операций и оптимального управления. Кроме того, отдельным вопросом является устойчивость, причем как устойчивость, например, по Ляпунову управляемой системы, так и устойчивость решений по параметрам модели (корректность задачи и т.д.) [21, 23].

Усложним рассматриваемую модель, предположив, что существуют несколько (как минимум, два) управляющих органа – *игрока*, каждый из которых может оказывать определенные воздействия на те или иные (контролируемые им) компоненты объекта управления – см. Рис. 5.

Если предпочтения каждого из игроков (их «критерии эффективности» или целевые функции) зависят от состояния управляемого объекта (определяемого, в общем случае, действиями всех игроков), то получаем игру (см. определение выше) на сети (см. [9, 29]).

Предположим, что множество игроков, множества их допустимых действий, целевые функции (определенные на множестве действий и состояний сети) и сеть (включая все ее свойства, в том числе – взаимосвязь между действиями игроков и состоянием сети), информированность игроков и порядок принятия ими решений являются общим знанием среди игроков<sup>2</sup>. Совокупность перечисленных пара-

<sup>2</sup>То есть перечисленные параметры известны всем игрокам, всем известно, что всем это известно и т.д. до бесконечности [31]. Отказ от этого предположения

метров задает *динамическую игру* (см. обзоры в [4, 32, 36, 44]), то есть, игра на сети в рассматриваемом случае может быть сведена к динамической игре.

Исследование игр на сетях включает следующие общие этапы:

- 1) описание сети и исследование ее динамики;
- 2) описание множества игроков, их предпочтений, информированности, множеств допустимых стратегий и контролируемых ими параметров;
- 3) сведение игры на сети к той или иной известной теоретико-игровой модели (игре в развернутой форме, игре в нормальной форме, кооперативной игре и т.д.).

На этом «сетевая» специфика заканчивается и начинается этап классического теоретико-игрового анализа, результаты которого, конечно, должны быть затем проинтерпретированы в «сетевых» терминах. Другими словами, задача заключается в том, чтобы свести исходную «игру на сети» к такой игре, для которой уже применен весь тот богатый инструментарий, который на сегодняшний день накоплен в теории игр.

Множество вариантов различных моделей «сетей» и определений игр на них обуславливают необходимость введения соответствующей системы классификаций. При этом возможны две почти независимые системы классификаций - с точки зрения игр и с точки зрения сетей, «на которых» эти игры определяются.

#### 4. Классификация игр на сетях

Введем систему оснований классификации **с точки зрения теории игр**, перечислив основания классификации и возможные значения признаков классификации <sup>3</sup>.

1. Вид динамической системы (при наличии в сетевой модели динамики). По этому основанию можно различать *линейные игры* (когда приращения «значений вершин» линейно зависят от значений

---

приведет к рассмотрению рефлексивных игр на сетях.

<sup>3</sup>По каждому основанию возможно выделение большего числа подклассов (числа значений признаков классификации). Можно также увеличивать и число оснований, заимствуя их из теории оптимального управления, из исследования операций и т.д.

других вершин, их приращений и «управления») и *нелинейные игры*.

2. Информированность игроков. Возможные значения признаков классификации – параметры и текущие результаты игры являются общим знанием, или общее знание отсутствует. В последнем случае получаем *рефлексивные игры на сетях* (см. в [31] описание рефлексивных игр в нормальной форме). Использование этого класса игр может оказаться эффективным инструментом моделирования информационного противоборства, информационных войн и т.д. [20, 30]. В зависимости от того, какие параметры наблюдаемы для различных игроков, может иметь место *информационная дискриминация* [35] некоторых игроков.

3. Наличие или отсутствие неопределенности (как симметричной, так и асимметричной – когда игроки обладают различной априорной частной информацией, и этот факт является общим знанием). Более простым является детерминированный случай, в то время как, например, *игры на сетях с неопределенностью* (симметричной) могут отражать ситуации принятия решений и/или сценарного моделирования в условиях неопределенности.

4. Дискретность или непрерывность времени. В случае зависимости «значений вершин» от действий только соответствующих игроков, получаем классические *дифференциальные игры*, представляющие чрезвычайно развитое и богатое результатами направление теории игр (см. [12, 35] и ссылки в них).

5. Структура целевых функций игроков. Целевая функция каждого игрока может зависеть от динамики «значений всех вершин» (траектории) и его собственного действия. Возможны обобщения, когда выигрыш каждого игрока явным образом зависит от действий всех игроков. Возможны *интегральные критерии* – когда выигрышем игрока является интеграл по времени (быть может, нормированный на продолжительность – усредненный критерий) от траектории и действий игроков, или *терминальные критерии* – когда выигрыши игроков зависят от «значений вершин» в конечный момент времени. Возможно выделение для каждого из игроков собственного множества целевых вершин и т.д.

6. Интервал времени, на котором рассматривается динамика и

для которого решается задача управления. Этот интервал может быть *конечным* или *бесконечным*.

7. Структура ограничений. Могут присутствовать только ограничения на индивидуальные действия игроков. Дополнительно могут присутствовать и *ограничения совместной деятельности* [27, 29], или/и индивидуальные ограничения могут задаваться конструктивно (например, в виде ограниченности тех или иных «интегралов» по времени от действий игроков).

8. Дальновидность игроков. В условиях полной информированности и общего знания при конечном интервале времени, на котором рассматривается динамика, игроки могут сразу выбрать вектор своих действий на все будущие периоды времени (так называемое «*программное*» принятие решений). *Дальновидность игроков*, то есть число учитываемых ими будущих периодов, может быть меньше интервала времени, на котором рассматривается динамика. Тогда необходимо рассматривать *скользящее принятие решений*, при котором игроки могут брать или не брать на себя обязательства друг перед другом о выборе определенных действий (см. модели динамических активных систем в [32]).

9. Моменты времени выбора игроками своих действий. В частности, возможны следующие варианты: так называемое «*импульсное*» управление – когда действия игроков явно влияют на изменения значений вершин только в одном (как правило, в начальном) периоде или в течение нескольких первых периодов, а дальше имеет место релаксационная динамика. Управление может быть «*непрерывным*» – когда действия игроков явным образом влияют на значения вершин в каждом периоде. Наконец<sup>4</sup>, управление может быть *периодическим*.

10. Множества вершин, контролируемых различными игроками. В общем случае в динамической игре динамика значения каждой вершины зависит от действий всех игроков. В частном случае возможно выделение для каждого игрока множества непосредственно управляемых им вершин графа. Множества вершин, управляемых различными игроками, могут пересекаться или пересечения могут

---

<sup>4</sup>Естественно, в общем случае у каждого игрока может иметься собственная последовательность моментов времени, в которые выбранные им действия в явном виде влияют на изменение значений тех или иных вершин.

быть запрещены.

11. Последовательность ходов. Игроки могут принимать решения (выбирать действия) *одновременно*. Последовательность выбора игроками действий может быть различна внутри одного временного интервала – получаем в случае двух игроков *многошаговые иерархические игры* [6, 15, 28], в случае большего числа игроков - многошаговые многоуровневые иерархические игры. Или различные игроки могут выбирать свои действия в различные временные интервалы – получаем аналог игр в развернутой форме или *позиционных игр*.

12. Возможность образования коалиций. Принимая решения, игроки могут обмениваться информацией, договариваться о совместных действиях и перераспределении выигрышей, что приведет к *кооперативной игре*.

**Вторая система оснований классификации** (классификации сетевых структур) может быть описана **с точки зрения теории графов** – могут использоваться [26]:

- *функциональные графы* (в которых «сила влияния» одной вершины на другую является известной функцией от «значений этих вершин»);

- *графы с запаздыванием* (в которых изменение «значения одной вершины» приводит к изменению «значения другой вершины» с некоторой задержкой);

- *модулируемые графы* (в которых «сила» влияния одной вершины на другую может зависеть от «значения» третьей – модулирующей – вершины);

- *иерархические графы* [28];

- *вероятностные графы* (в которых каждой дуге, помимо силы связи, поставлена в соответствие вероятность реализации воздействия);

- *нечеткие графы* [18] и т.д. Различные интерпретации вершин, дуг и «весов» на дугах, а также различные функции, определяющие взаимовлияние вершин, приводят к многообразию возможных моделей сетевых структур.

## 5. Заключение

Комбинируя различные значения признаков по каждому из перечисленных оснований классификации, а также выбирая тот или иной

вид сетевой структуры, можно, с одной стороны, систематически перечислить различные виды игр на сетях. С другой стороны, любую конкретную игру можно попытаться отнести к тому или иному классу.

Наличие системы классификаций позволяет, имея результаты исследования некоторой игры на сети, систематически генерировать смежные задачи и пытаться переносить или/и обобщать на них полученные результаты.

Полученные на сегодняшний день результаты исследования игр на сетях, заключающиеся, по сути, в корректном сведении некоторых из них к классическим играм в нормальной форме [8, 18, 26] или к рефлексивным играм [8, 17], представляются очень скромными. Перспективными на их фоне с теоретической точки зрения видятся такие задачи будущих исследований, как теоретическое изучение и практическое использование моделей игр на сетях, перечисленных выше в рамках введенной системы их классификаций: нелинейных, рефлексивных, иерархических, кооперативных, описывающих принятие качественных решений (на основе нечетких и/или вероятностных и/или функциональных графов) в условиях неопределенности и др.

Наряду с теоретическим исследованием аналитических решений игр на сетях, учитывая богатство сетевых моделей и их содержательных интерпретаций, чрезвычайно актуальным представляется их имитационное моделирование.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Авдеева З.К., Коврига С.В., Макаренко Д.И., Максимов В.И. *Когнитивный подход в управлении // Проблемы управления.* 2007. № 3. С. 2–8.
2. Бурков В.Н., Заложнев А.Ю., Новиков Д.А. *Теория графов в управлении организационными системами.* М.: Синтег. 2001.
3. Бурков В.Н., Новиков Д.А., Щепкин А.В. *Механизмы управления эколого-экономическими системами.* М.: Физматлит. 2008.
4. Вагнер Г. *Основы исследования операций.* М.: Мир. 1972. Т. 1. - 3.

5. Воробьев Н.Н. *Теория игр для экономистов-кибернетиков*. М.: Наука. 1985.
6. Горелик В.А., Горелов М.А., Кононенко А.Ф. *Анализ конфликтных ситуаций в системах управления*. М.: Радио и связь. 1991.
7. Губанов Д.А., Новиков Д.А., Чхартишвили А.Г. *Модели влияния в социальных сетях (обзор)* // Управление большими системами. 2009. № 27. С. 205–281.
8. Губанов Д.А., Новиков Д.А., Чхартишвили А.Г. *Модели информационного влияния и информационного управления в социальных сетях* // Проблемы управления. 2009. № 5. С. 28–35.
9. Губанов Д. А., Новиков Д. А., Чхартишвили А. Г. *Социальные сети: модели информационного влияния, управления и противоборства*. М.: Издательство физико-математической литературы. 2010.
10. Губко М.В. *Задачи управления организационными системами с сетевым взаимодействием участников* // Автоматика и телемеханика. 2004. № 8. С. 102–129.
11. Губко М.В. *Математические модели оптимизации иерархических структур*. М.: Ленанд. 2006.
12. Губко М.В., Новиков Д.А. *Теория игр в управлении организационными системами*. М.: Синтег. 2002.
13. Губко М.В., Новиков Д.А., Чхартишвили А.Г. *Сетевые игры и игры на сетях* // Сборник трудов международной конференции «Networking games and management». Петрозаводск: ИПМИ РАН. 2009. С. 13–17.
14. Жуковский В.И., Салуквадзе М.Е. *Некоторые игровые задачи управления и их приложения*. Тбилиси: Мецниереба. 1998.
15. Кононенко А.Ф., Халезов А.Д., Чумаков В.В. *Принятие решений в условиях неопределенности*. М.: ВЦ АН СССР. 1991.

16. Кузнецов О.П., Кулинич А.А., Марковский А.В. *Анализ влияния при управлении слабоструктурированными ситуациями на основе когнитивных карт* // Человеческий фактор в управлении. М.: КомКнига. 2006. С. 311–344.
17. Куливец С. Г. *Моделирование конфликтных ситуаций с несогласованными представлениями у агентов на основе игр на линейных когнитивных картах* // Проблемы управления. 2010 (в печати).
18. Кулинич А.А. *Модель поддержки принятия решений для создания коалиции в условиях неопределенности* // Труды IV Международной конференции по проблемам управления. М.: ИПУ РАН. 2009. С. 1243–1251.
19. Кулинич А.А. *Систематизация когнитивных карт и методов их анализа*// Когнитивный анализ и управление развитием ситуаций. Материалы 7-й международной конференции. М.: ИПУ РАН. 2007. С. 50-56.
20. Кульба В.В., Кононов Д.А., Косяченко С.А., Шубин А.Н. *Методы формирования сценариев развития социально-экономических систем*. М.: Синтег. 2004.
21. Малинецкий Г.Г. *Хаос. Структуры. Вычислительный эксперимент: введение в нелинейную динамику*. М.: Наука. 1997.
22. Мишин С.П. *Оптимальные иерархии управления в экономических системах*. М.: ПМСОФТ. 2004.
23. Молодцов Д.А. *Устойчивость принципов оптимальности*. М.: Наука. 1987.
24. Мулен Э. *Кооперативное принятие решений: аксиомы и модели*. М.: Мир. 1991.
25. Нижегородцев Р.М. Грибова Е.Н. *Сценарный подход в задачах экономического прогнозирования*// Теоретические основы и модели долгосрочного макроэкономического прогнозирования. М.: МФК. 2004. С. 205–295.



26. Новиков Д.А. «Когнитивные игры»: линейная импульсная модель // Проблемы управления. 2008. № 3. С. 14–22.
27. Новиков Д.А. *Математические модели формирования и функционирования команд*. М.: Физматлит. 2008.
28. Новиков Д.А. *Сетевые структуры и организационные системы*. М.: ИПУ РАН. 2003.
29. Новиков Д.А. *Теория управления организационными системами*. М.: Физматлит. 2007.
30. Новиков Д.А., Чхартишвили А.Г. *Прикладные модели информационного управления*. М.: ИПУ РАН. 2004.
31. Новиков Д.А., Чхартишвили А.Г. *Рефлексивные игры*. М.: Синтег. 2003.
32. Новиков Д.А., Смирнов И.М., Шохина Т.Е. *Механизмы управления динамическими активными системами*. М.: ИПУ РАН. 2002.
33. Оуэн Г. *Теория игр*. М.: Мир. 1971.
34. Петросян Л.А., Гарнаев А.Ю. *Игры поиска*. СПб.: Изд-во СПб-ГУ. 1992.
35. Петросян Л.А., Зенкевич Н.А., Семина Е.А. *Теория игр*. М.: Высшая школа. 1998.
36. Петросян Л.А., Томский Г.В. *Динамические игры и их приложения*. Л.: Изд-во ЛГУ. 1982.
37. Плотинский Ю.М. *Теоретические и эмпирические модели социальных процессов*. М.: Логос. 1998.
38. Робертс Ф.С. *Дискретные математические модели с приложениями к социальным, биологическим и экологическим задачам*. М.: Наука. 1986.

39. Юдицкий С.А., Мурадян И.А., Желтова Л.В. *Моделирование динамики развития конфигураций организационных систем на основе сетей Петри и графов приращений* // Проблемы управления. 2007. № 6. С. 26–34.
40. Axelrod R. *The Structure of Decision: Cognitive Maps of Political Elite*. Princeton: Princeton University Press. 1976.
41. Florian M., Hearn D. *Network equilibrium models and algorithms* // Network Routing. Elsevier Science. 1995. P. 485–550.
42. Jackson M. *Social and Economic Networks*. Princeton: Princeton University Press. 2008.
43. Mas-Colell A., Whinston M.D., Green J.R. *Microeconomic Theory*. N.Y.: Oxford Univ. Press. 1995.
44. Myerson R.B. *Game Theory: Analysis of Conflict*. London: Harvard Univ. Press. 1997.
45. Papadimitriou C.H., Koutsoupias E. *Worst-Case Equilibria*. Lecture Notes in Computer Sciences. 1999. № 1563. P. 404–413.
46. Roughgarden T. *Selfish Routing and the Price of Anarchy*. MIT Press, 2005.
47. Shubik M. *Game Theory in the Social Sciences: Concepts and Solutions*. Massachusetts: MIT Press. 1982.
48. Wardrop J. *Some theoretical aspects of road traffic research* // Proc. Institute of Civil Engineers. 1952. Part II. Vol. 1. P. 325–378.

## GAMES AND NETWORKS

**Dmitry A. Novikov**, Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Dr.Sc., Professor (novikov@ipu.ru).

*Abstract:* The paper contains a survey and structuring of modern trends in network-based games. The classification of network-based games is introduced from game-theoretical and graph-theoretical points of view.

*Keywords:* game theory, graph theory, network-based games.