

УДК 338.45:621.31(470.22)

ИССЛЕДОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ЕДИНИЧНОЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ ЛИНИИ ТОПЛИВНО-ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО ХОЗЯЙСТВА РЕГИОНА

Г. А. Борисов, Т. П. Тихомирова

*Институт прикладных математических исследований
Карельского научного центра РАН*

В статье обосновывается математическая модель топливно-энергетического хозяйства региона в виде системы рекурсивных уравнений и изложены результаты аналитических и численных исследований ее, показывающие определяющую роль неравномерности графика конечной мощности в увеличении потерь мощности и энергии.

Ключевые слова: технологические переделы, потери мощности, потери энергии, расходная характеристика, неравномерность графика нагрузки, стабилизация нагрузки.

G. A. Borisov, T. P. Tikhomirova. STUDY OF THE MATHEMATICAL MODEL OF A SINGLE PROCESSING LINE IN THE REGION'S FUEL-&-ENERGY SECTOR

The paper substantiates the mathematical model of the region's fuel-&-energy sector through a system of recursive equations, and reports the results of its analytical and numerical studies, which demonstrate the irregularity of the output curve plays a decisive role in the increase in power and energy losses.

Key words: process transitions, power losses, energy losses, metering characteristic, irregularity of the load curve, load stabilization.

Одним из наиболее общих и эффективных способов исследования сложных систем большой размерности является переход от исходной сложной системы к исследованию более простых систем, по свойствам которых можно восстановить точно или приближенно свойства исходной [Крон, 1972; Первозванский, Гайцгори, 1979]. Таким переходом от сложной системы к более простой является разделение системы на изолированные части, основанное на пренебрежении слабыми связями между ними.

Другим способом снижения размерности

сложных систем является агрегирование однотипных подсистем, используя малость различий между ними и допустимую возможность суммирования параметров таких подсистем.

Объединяющим эти два способа приемом в исследовании сложных систем является моделирование единичной нити или единичной технологической линии [Гуд, Макол, 1962], когда сложная система моделируется линейной последовательностью разнотипных подсистем технологических переделов, каждый из которых моделирует свойства агрегированных однотипных элементов.

Топливо-энергетическое хозяйство региона является сложной системой, поскольку оно обладает всеми ее чертами – целостностью, большой размерностью, сложностью прямых и обратных связей, нерегулярным распределением нагрузок во времени, наличием состязательных, конкурирующих сторон [Гуд, Макол, 1962]. Вследствие сложных связей и большой размерности топливо-энергетическое хозяйство необозримо [Макаров, Мелентьев, 1973], поэтому представим его в виде единичной технологической линии, образованной технологическими переделами.

Технологический передел образуется из отдельных однотипных составляющих, выполняющих одинаковые функции с близкими технико-экономическими характеристиками. Он описывается в установившемся режиме расходной характеристикой – функциональной зависимостью входной мощности от выходной.

Расходная характеристика i -го передела топливо-энергетического хозяйства, состоящего из множества однотипных параллельно работающих агрегатов, представляет собой нелинейную функцию мощности P_{i-1} , поступающей на элемент системы от его выходной мощности P_i , т. е. $P_{i-1} = f(P_i)$. Будем считать, что функция во всем диапазоне допустимого изменения нагрузки является дифференцируемой, выпуклой, монотонно возрастающей [Болотов, 1947].

Ввиду отсутствия идеальных элементов и обязательного наличия потерь мощности и ее расхода на собственные нужды всегда

$$P_{i-1} > P_i, \quad (1)$$

$$P_{i-1} = P_i + \Delta P_i, \quad (2)$$

где ΔP_i – потери мощности и ее расход на собственные нужды в i -м элементе системы.

Величины ΔP_i могут быть разделены на две составляющие – постоянную и переменную, зависящую от величины выходной мощности (нагрузки) передела P_i . Постоянная составляющая образуется так называемыми потерями холостого хода ΔP_{0i} , идущими у энергетических и технологических машин на различные виды трения, у электрических аппаратов переменного тока – на потери мощности холостого хода, обусловленные вихревыми токами магнитопроводов, у линий электропередач высокого напряжения переменного тока – тлеющим разрядом проводов, утечками тока по изоляторам.

Переменная составляющая потерь мощности обычно представляется нелинейной функцией с положительной второй производной,

характеризующей увеличенное возрастание потерь в сравнении с ростом нагрузки. В электрических машинах, аппаратах и ЛЭП это потери «в меди» (ΔP), изменяющиеся квадратично относительно нагрузки. Также квадратично относительно нагрузки (подачи) изменяются потери напора в газодинамических и гидравлических процессах и в третьей степени – потери мощности.

В соответствии с располагаемой информацией [Борисов, Тихомирова, 2010], получаемой с помощью действующей системы коммерческого учета, в единичной технологической линии регионального энергетического хозяйства Карелии (рис. 1) можно выделить следующие переделы с однородными технологическими преобразованиями энергии:

- добыча и транспортировка природного газа;
- производство тепла паровыми котлами;
- производство электроэнергии паровыми турбогенераторами;
- транспорт электроэнергии по линиям электропередачи;
- преобразование электроэнергии в конечные виды или услуги центробежными агрегатами с частотно-регулируемыми электроприводами.

Источником первичной энергии выбран природный газ, преобладающий на ТЭЦ Карелии. Выбор в качестве последнего передела центробежных электронасосных, вентиляторных и компрессорных агрегатов обусловлен значительной долей (до 25 %) вырабатываемой электроэнергии, потребляемой ими.

Исходя из данных коммерческого учета [Борисов, Тихомирова, 2010] и гидродинамических процессов на газопроцессорных станциях и газопроводах, расходная характеристика первого передела описывается уравнением

$$P_0 = 0,09P_{H1} + P_1 + 0,1803P_{H1} \left(\frac{P_1}{P_{H1}} \right)^3, \quad (3)$$

где P_{H1} – номинальная мощность первого передела. Для второго передела расходная характеристика паровых котлов (аналогичных котлам БКЗ-420) с паспортным к.п.д. 90,5 % [Горшков, 1949]

$$P_1 = 0,0203P_{H2} + P_2 + 0,41P_{H2} \left(\frac{P_2}{P_{H2}} \right)^3, \quad (4)$$

где P_{H2} – номинальная мощность второго передела.

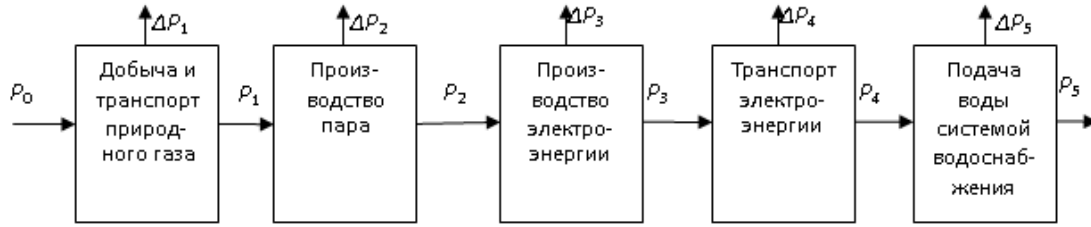


Рис. 1. Структурная схема единичной технологической линии энергетического хозяйства региона

Для теплофикационных паротурбогенераторов с регулируемым отбором пара учетом собственных нужд расходная характеристика [Горшков, 1949] составит из двух прямолинейных отрезков, описываемых двумя линейными уравнениями:

$$P_2 = 0,068P_{H3} + 2,065P_3 \quad (5)$$

при $P_3 \leq 0,78P_{H3}$,

$$P_2 = 0,068P_{H3} + 2,065P_3 + (2,95 - 2,065)(P_3 - 0,78P_{H3}) \quad (6)$$

при $0,78P_{H3} < P_3 \leq P_{H3}$,

где P_{H3} – номинальная мощность третьего передела.

Электрическую сеть со среднегодовым уровнем потерь энергии в 11,8 % с учетом заполнения графика нагрузки 0,68, удельного времени потерь $\tau = 0,498$, потерь холостого хода можно представить в виде эквивалента с расходной характеристикой [Железко и др., 2006]

$$P_3 = 0,0205P_{H4} + P_4 + 0,157P_{H4} \left(\frac{P_4}{P_{H4}} \right)^2, \quad (7)$$

где P_{H4} – номинальная мощность четвертого передела.

Последний передел – центробежный электронасос с водопроводной сетью может быть описан уравнением

$$P_4 = 0,8P_{H5} + P_5 + 4,6P_{H5} \left(\frac{P_5}{P_{H5}} \right)^3, \quad (8)$$

где P_{H5} – номинальная мощность пятого передела.

Уравнение (8) получено по экспериментальным данным публикации [Сарач, Бастунский, 1995]. В уравнении (8) $P_{H5} = 2,35$ кВт.

В целом единичная технологическая линия топливно-энергетического хозяйства описывается системой рекурсивных уравнений

$$\left\{ \begin{array}{l} P_4 = 0,8P_{H5} + P_5 + 4,6P_{H5} \left(\frac{P_5}{P_{H5}} \right)^3; \\ P_3 = 0,0205P_{H4} + P_4 + 0,157P_{H4} \left(\frac{P_4}{P_{H4}} \right)^2; \\ P_2 = 0,068P_{H3} + 2,065P_3 \text{ при } 0 < P_3 \leq 0,78P_{H3}; \\ P_2 = 0,068P_{H3} + 2,065P_3 + (2,95 - 2,065)(P_3 - 0,78P_{H3}) \\ \text{при } 0,78P_{H3} < P_3 \leq P_{H3}; \\ P_1 = 0,0203P_{H2} + P_2 + 0,41P_{H2} \left(\frac{P_2}{P_{H2}} \right)^3; \\ P_0 = 0,09P_{H1} + P_1 + 0,1803P_{H1} \left(\frac{P_1}{P_{H1}} \right)^3. \end{array} \right. \quad (9)$$

При $P_{H5} = 2,35$ кВт, $P_{H4} = 15,04$ кВт, $P_{H3} = 17,71$ кВт, $P_{H2} = 41,22$ кВт, $P_{H1} = 58,96$ кВт в соответствии с системой уравнений (9) мгновенное значение мощности каждого P_i передела нелинейно зависит от мощности системы на ее выходе P_5 (рис. 2). Потери мощности на каждом i -м переделе равны разности мощностей на его входе и выходе $\Delta P_i = P_i(P_5) -$

$P_{i-1}(P_5)$ и зависят однозначно от величины конечной мощности.

Эффективность каждого передела принято оценивать по максимальному значению коэффициента полезного использования (к.п.и.), равного максимальному значению отношения выходной мощности к входной, т. е.

$$\eta_i = \frac{P_i(P_5)}{P_{i-1}(P_5)}. \quad (10)$$

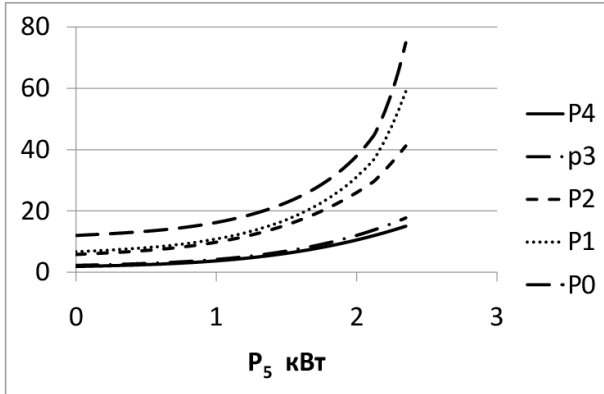


Рис. 2. Зависимость мощностей переделов от конечной мощности P_5

Зависимость к.п.и. каждого передела и всей технологической линии иллюстрирует рис. 3.

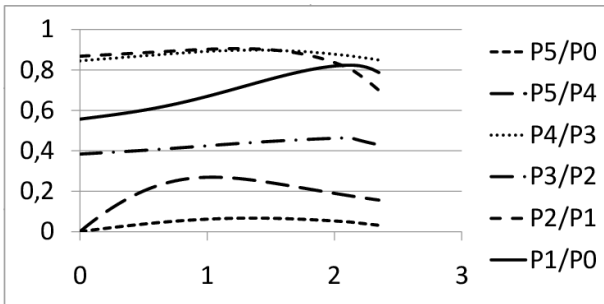


Рис. 3. Зависимости к.п.и. от конечной мощности

Численные значения максимальных к.п.и. и значения конечной мощности P_5 , при которых они достигаются, приведены в табл. 1.

Таблица 1. Значения максимальных к.п.и.

к.п.и.	P_5 , кВт
$\eta = 6,67$	1,35
$\eta_5 = 27$	1,05
$\eta_4 = 89,8$	1,4
$\eta_3 = 46,5$	2,12
$\eta_2 = 90,5$	1,3
$\eta_1 = 82,3$	2,13

Из таблицы следует, что максимальные к.п.и. переделов и всей технологической линии достигаются при различных значениях конечной мощности, определяющей однозначно потери мощности на каждом переделе.

Известно, что в связи с изменением во времени передаваемой мощности в линиях электропередач изменяется величина нагрузочных потерь энергии в зависимости от характеристик графика нагрузки – коэффициента формы, числа часов наибольших потерь [Железко и др., 2006]. Влияние изменчивости графика нагрузки, тем более конечной нагрузки, на других переделах и в целом по энергетическому хозяйству неизвестно. Кроме того, графики нагрузок имеют значительную случайную составляющую, обусловленную непредсказуемыми изменениями влияющих на энергопотребление природных и антропогенных факторов. Ввиду этого рассмотрим на i -м переделе с расходной характеристикой, ограничившись полиномом третьей степени

$$P_{i-1} = a_{0i} + a_{1i}P_i + a_{2i}P_i^2 + a_{3i}P_i^3 \quad (11)$$

(здесь a_{ki} , $k = 0,1,2,3$ – положительные коэффициенты)

влияние простейшего циклического процесса изменения графика нагрузки P_i с двумя равновеликими отклонениями во времени $\pm \Delta P_i$ от среднего значения $P_{i\text{ср}}$ за период T (рис. 4).

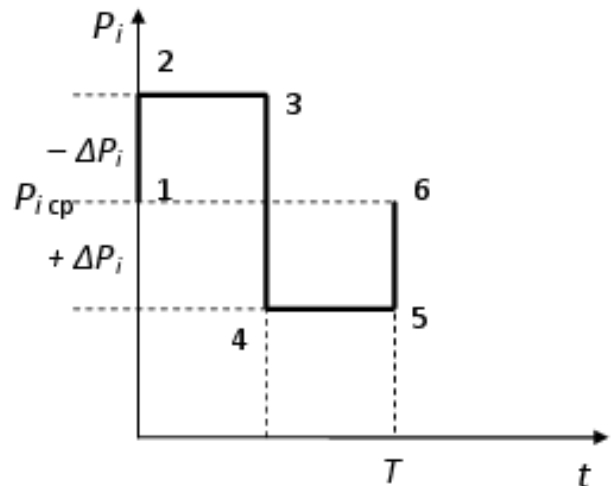


Рис. 4. Простейший график изменения нагрузки $P_i = f(t)$

Тогда в первый полупериод потребляемая переделом энергия W_1 составит:

$$W_1 = \frac{T}{2} \cdot P_{i-1} (P_{i\text{cp}} + \Delta P_i) = \frac{T}{2} \left(a_{0i} + \sum_{k=1}^3 a_{ki} (P_{i\text{cp}} + \Delta P_i)^k \right). \quad (12)$$

Во второй полупериод потребляемая переделем энергия W_2 составит:

$$W_2 = \frac{T}{2} \cdot P_{i-1} (P_{i\text{cp}} - \Delta P_i) = \frac{T}{2} \left(a_{0i} + \sum_{k=1}^3 a_{ki} (P_{i\text{cp}} - \Delta P_i)^k \right). \quad (13)$$

Потребление энергии i -м переделем за весь период T :

$$W = W_1 + W_2 = T \left[a_{0i} + a_{1i} P_{i\text{cp}} + a_{2i} (P_{i\text{cp}}^2 + \Delta P_i^2) + a_{3i} (P_{i\text{cp}}^3 + P_{i\text{cp}} \cdot \Delta P_i^2 + P_{i\text{cp}}^2 \Delta P_i^2) \right]. \quad (14)$$

В сравнении с равномерным графиком нагрузки, когда $P_i = P_{i\text{cp}}$, а

$$W_p = P_{i\text{cp}} \cdot T = T (a_{0i} + a_{1i} P_{i\text{cp}} + a_{2i} P_{i\text{cp}}^2 + a_{3i} P_{i\text{cp}}^3) \quad (15)$$

потребление энергии i -м переделем увеличилось на величину

$$\Delta W = W - W_p = a_{2i} \Delta P_i^2 + a_{3i} P_{i\text{cp}} \cdot \Delta P_i^2 + a_{3i} P_{i\text{cp}}^2 \cdot \Delta P_i. \quad (16)$$

Таким образом, отклонение на переделе мощности от средней стабильной приводит к увеличению потерь мощности на величину, зависящую от коэффициентов расходной характеристики при нелинейных членах и от величины отклонения от среднего. От величины постоянного и линейного члена расходной характеристики потери мощности при неравномерности нагрузки не зависят.

Рассмотрим единичную технологическую линию с расходными характеристиками технологических переделов, описываемых системой (9). Каждая расходная характеристика является полиномом второй или третьей степени с положительными коэффициентами у свободного члена (условно-постоянными потерями,

не зависящими от нагрузки) и положительными коэффициентами у членов первой, второй и третьей степени. Ввиду этого расходные характеристики являются непрерывными выпуклыми функциями с положительными производными.

В технологической линии управляющим параметром является мгновенное значение мощности последнего передела P_5 . В однозначном соответствии с этим параметром определяются мощности всех предшествующих переделов P_4, P_3, P_2, P_1 и P_0 по уравнениям (9). Разница между входной и выходной мощностью i -го передела определяет потери мощности последующего и в конце концов зависящих от конечной мощности потребителя.

Известно, что потребление конечной мощности потребителей энергосистемы в большинстве случаев изменяется во времени с характерными суточными, недельными, годовыми циклами и случайными составляющими, прогнозирование которых имеет высокую степень неопределенности. Оценим влияние на потери энергии неравномерности графиков нагрузки. Для технологической линии переделов проведен расчет потребляемой мощности, энергии и потерь энергии при различных формах графиков, приведенных на рис. 5. Все эти суточные графики имеют одинаковую конечную энергию, равную 28,2 кВт·ч, и одинаковый коэффициент заполнения [Железко и др., 2006]

$$k_3 = \frac{P_{\text{max}}}{P} = \frac{P_{\text{max}} \cdot 24}{W}, \quad (17)$$

равный 0,5, но существенно отличаются формой (рис. 5). В табл. 2 приведены результаты расчета энергетических характеристик переделов и всей технологической линии.

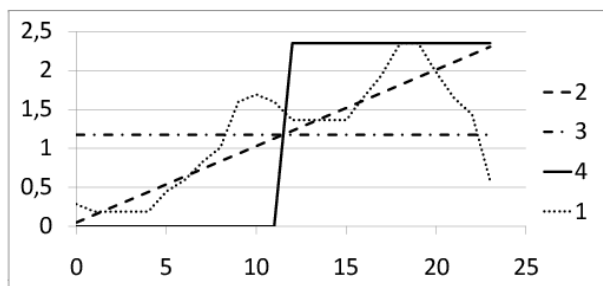


Рис. 5. Суточные графики потребления конечной энергии

Таблица 2. Результаты расчетов

№ графика	Вид графика	Потребление первичной энергии W_0 , кВт	Увеличение W_0 из-за неравномерности графика, %	Максимум первичной мощности, кВт	Потери первичной энергии	Максимум потерь первичной мощности
1	Коммунальная нагрузка	588,7	136,6	74,9	560,5	72,55
2	Линейный рост нагрузки до P_5	571,4	132,5	74,9	543,2	72,55
3	Равномерная нагрузка	431,0	100	12,5	402,8	10,15
4	Постоянная нагрузка 12 час.	1042,8	241	74,9	1014,6	72,55

Анализ табл. 2 показывает, что при одном и том же количестве потребляемой конечной энергии и конечной максимальной мощности:

- потери энергии каждого передела определяются однозначно графиком конечного потребления, увеличиваясь от конечного передела к первому, и зависят от неравномерности графика;
- на потери энергии оказывает сильное влияние неравномерность графика нагрузки потребителя, увеличивая их в системе на 32,5–141 %;
- при неравномерном графике нагрузки требующаяся пиковая первичная мощность может возрастать в 6 раз.

Ввиду сильного влияния неравномерности потребляемой конечной энергии необходимо определить возможность снижения потерь энергии от неравномерности потребления конечной энергии путем сглаживания неравномерности.

Для снижения потерь энергии, вызванных неравномерностью графика потребления мощности, определим закон регулирования во времени выходной мощности i -го передела единичной технологической линии, расходная характеристика которого является в общем случае полиномом m -й степени:

$$P_{i-1} = a_{0i} + a_{1i}P_i + a_{2i}P_i^2 + \dots + a_{mi}P_i^m, \quad (18)$$

где P_{i-1} – мощность на входе i -го передела; P_i – мощность на выходе передела. Мощность на выходе передела изменяется во времени по графику (рис. 6).

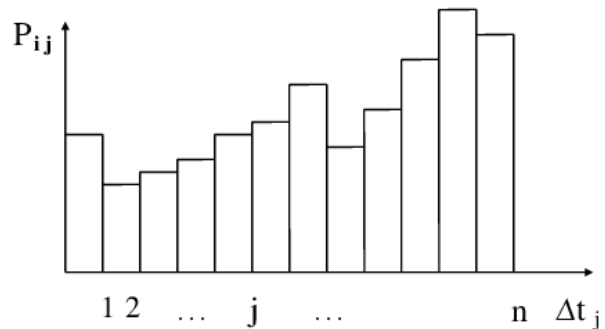


Рис. 6. График мощности на выходе i -го передела $P_i = f(\Delta t_j)$

Энергия на выходе передела за промежуток времени $T = n \cdot \Delta t_j$ составит величину:

$$W_i = \sum_{j=1}^n \Delta t_j \cdot P_{ij}. \quad (19)$$

Требуется найти множество таких $\{P_{i1}, P_{i2}, \dots, P_{ij}, \dots, P_{in}\}$, чтобы сумма потерь энергии на i -м переделе была минимальна.

При заданной суммарной энергии на выходе передела W_i , минимум суммы потерь энергии на i -м переделе будет соответствовать минимальной сумме энергии на его входе, т. е.

$$\min W_{i-1} = \sum_{j=1}^n \Delta t_j P_{i-1,j}(P_{ij}). \quad (20)$$

При выборе одинаковых интервалов $\Delta t_j = \Delta t$

$$\min W_{i-1} = \min \Delta t \sum_{j=1}^n P_{i-1,j}(P_{ij}). \quad (21)$$

С учетом условия (19) сформулирована задача нахождения условного минимума методом

неопределенных множителей Лагранжа, при котором условием достижения минимума является равенство производных:

$$\frac{\partial P_{i-1,1}}{\partial P_{i,1}} = \frac{\partial P_{i-1,2}}{\partial P_{i,2}} = \dots = \frac{\partial P_{i-1,n}}{\partial P_{i,n}}, \quad (22)$$

или:

$$\begin{aligned} a_{1i} + 2a_{2i}P_{i1} + \dots + ma_{mi}P_{i1}^{m-1} &= \\ = a_{1i} + 2a_{2i}P_{i2} + \dots + ma_{mi}P_{i2}^{m-1} &= \\ \dots & \\ = a_{1i} + 2a_{2i}P_{ij} + \dots + ma_{mi}P_{ij}^{m-1} &= \\ \dots & \\ = a_{1i} + 2a_{2i}P_{in} + \dots + ma_{mi}P_{in}^{m-1}. \end{aligned} \quad (23)$$

Решение системы уравнений (23) дает

$$P_{i1} = P_{i2} = \dots = P_{ij} = \dots = P_{in},$$

т.е. минимум потребляемой энергии на i -м переделе и, следовательно, минимум потерь энергии на нем получается в случае постоянства мощности на выходе передела, равной среднему значению мощности за рассматриваемый период. Действуя аналогичным образом, получаем при нелинейных расходных характеристиках такой же вывод для всех переделов технологической линии, а также и для единичной технологической линии в целом.

Таким образом, нелинейность расходных характеристик технологических переделов единичной линии и неравномерность графика конечной мощности являются причинами значительного увеличения потерь первичной мощности и энергии, которые можно снизить при том же количестве конечной энергии выравниванием графика потребляемой конечной мощности.

Выводы

Анализ математической модели единичной технологической линии топливно-энергетического хозяйства региона показал:

1. Мощность переделов технологической линии однозначно определяется конечной потребляемой мощностью.
2. Максимальные значения к.п.и. всей технологической линии и ее переделов достигаются при различных значениях конечной мощности.
3. Неравномерность графика мощности передела, вызванная отклонением ее от среднего стабильного значения, приводит к увеличению потерь мощности на величину, зависящую от коэффициентов расходной характеристики переделов при нелинейных членах и от величины отклонения мощности от ее среднего значения.

4. Потери энергии на переделах и технологической линии зависят не только от количества конечной энергии, коэффициента заполнения графика ее получения, но и от формы графика конечной мощности.
5. Условный минимум потерь энергии на отдельном переделе и технологической линии достигается при ее потреблении с постоянной мощностью.
6. Численное моделирование коммунально-бытовых нагрузок топливно-энергетического хозяйства региона показало, что наименьшие суммарные потери мощности технологической линии составляют свыше 93 % от первичной мощности, неравномерность графика конечной нагрузки приводит к увеличению потерь энергии на 36 % и потерь первичной мощности в 6 раз в сравнении со стабильным режимом потребления.
7. Потери мощности и энергии, вызванные неравномерностью графика конечной нагрузки, могут быть снижены путем его выравнивания.

ЛИТЕРАТУРА

- Болотов В. В.* Теоретические основы выбора экономического режима электроэнергетической системы. М.; Л.: Изд-во АН СССР, 1947. 278 с.
- Борисов Г. А., Тихомирова Т. П.* Характеристики и свойства потерь энергии и мощности на переделах энергетического хозяйства региона // Труды Карельского научного центра Российской академии наук, 2010. № 3. С. 4–10.
- Горшков А. С.* Техничко-экономические показатели электрических станций М.; Л.: ГЭИ, 1949. 287 с.
- Гуд Г. Х., Макол Р. Э.* Системотехника. Введение в проектирование больших систем. М.: Сов. Радио, 1962. 383 с.
- Железко Ю. С., Артемьев А. В., Савченко О. В.* Расчет, анализ и нормирование потерь энергии в электрических сетях. М.: Издательство НЦ ЭНАС, 2006. 280 с.
- Крон Г.* Исследование сложных систем по частям (диакоптика). М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1972. 544 с.
- Макаров А. А., Мелентьев Л. А.* Методы исследования и оптимизации энергетического хозяйства. Новосибирск: Наука, 1973. 274 с.
- Первозванский А. А., Гайцгори В. Г.* Декомпозиция, агрегирование и приближенная оптимизация. М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1979. 344 с.
- Сарачи Б. М., Бастунский А. М.* Заводские и натурные испытания насосных агрегатов с преобразователями частоты // Электротехника. 1995. № 7. С. 19–20.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ:

Борисов Георгий Александрович

старший научный сотрудник, к. т. н.,
Институт прикладных математических исследований
КарНЦ РАН
ул. Пушкинская, 11, Петрозаводск, Республика
Карелия, Россия, 185910
эл. почта: borisov@krc.karelia.ru
тел.: (8142) 766312

Borisov, George

Institute of Applied Mathematical Research, Karelian
Research Centre, Russian Academy of Science
11 Pushkinskaya St., 185910 Petrozavodsk, Karelia,
Russia
e-mail: borisov@krc.karelia.ru
tel.: (8142) 766312

Тихомирова Тамара Петровна

ученый секретарь, к. т. н.,
Институт прикладных математических исследований
КарНЦ РАН
ул. Пушкинская, 11, Петрозаводск, Республика
Карелия, Россия, 185910
эл. почта: tihomiro@krc.karelia.ru
тел.: (8142) 785520

Tikhomirova, Tamara

Institute of Applied Mathematical Research, Karelian
Research Centre, Russian Academy of Science
11 Pushkinskaya St., 185910 Petrozavodsk, Karelia,
Russia
e-mail: tihomiro@krc.karelia.ru
tel.: (8142) 785520