

УДК 519.7

РАВНОВЕСИЕ В ИГРЕ РАЗМЕЩЕНИЯ НА РЫНКЕ АВИАПЕРЕВОЗОК

Х. Гао¹, В. В. Мазалов², Ц. Ху³, А. В. Шипцова²

¹Математический колледж, Университет Циндао, Китай

²Институт прикладных математических исследований Карельского научного центра РАН

³Школа бизнеса, Университет Циндао, Китай

Рассматривается двухшаговая некооперативная игра на рынке авиаперевозок. Исследуется равновесие по Нэшу для размещения самолетов в транспортном графе и равновесие по Нэшу в игре ценообразования для транспортных сетей авиакомпаний. Представлены результаты численного моделирования для игры размещения на российском и китайском авиационных рынках.

Ключевые слова: дуополия Хотеллинга, равновесие по Нэшу, игра размещения, транспортные сети.

H. Gao, V. V. Mazalov, J. Hu, A. V. Shchiptsova. EQUILIBRIUM IN LOCATION GAME ON AIRLINE MARKET

This paper studies a two stage non-cooperative game in airline market. We analyze the Nash equilibrium for planes allocation in a transportation graph and Nash equilibrium in a price game for fixed airline transportation networks. Some numerical results for Russian and Chinese airline markets are presented.

Key words: Hotelling's duopoly, Nash equilibrium, location game, transportation networks.

ВВЕДЕНИЕ

Данная статья посвящена исследованию конкурентного поведения на рынке авиаперевозок. Предполагается, что каждая авиакомпания принимает решение о размещении своих самолетов в транспортном графе и устанавливает цены на билеты. Впервые исследование пространственной и ценовой конкуренции было выполнено в модели Хотеллинга [6], в которой описано конкурентное поведение двух фирм на «линейном рынке».

В работе [5] было показано, что равновесие в задаче ценообразования для дуополии Хотеллинга существует не для всех размещений фирм. Для решения проблемы существования равновесия в игре ценообразования

было предложено использовать квадратичные транспортные расходы. Салоп [9] провел исследование конкурентного поведения игроков в модели «кругового города», где участники рынка располагаются вдоль окружности на одинаковом расстоянии друг от друга. В работах [7], [1] показано решение задачи о размещении на плоскости для двух игроков. Достаточные условия существования равновесия в игре ценообразования для $n \geq 2$ игроков были предложены в работе [4]. Задача ценообразования на плоскости для $n \geq 2$ игроков рассмотрена в статье [2].

Данная работа продолжает исследование конкурентного поведения в игре размещения для $n \geq 2$ игроков. В первой части статьи описана теоретико-игровая модель рынка авиапе-

ревозок на графе. Затем проведен анализ конкурентного поведения в построенной модели и выполнено численное моделирование для российского и китайского рынков авиаперевозок.

МОДЕЛЬ РЫНКА АВИАПЕРЕВОЗОК

Пусть рынок авиаперевозок представлен некоторым транспортным графом $G(V, E)$. Будем считать, что в вершинах графа расположены аэропорты. Множество ребер графа – это возможные направления, по которым авиакомпании осуществляют пассажирские перевозки.

На рынке оперируют n авиакомпаний. Каждая авиакомпания размещает m_i самолетов по ребрам транспортного графа $G(V, E)$, не более одного на ребро. Таким образом, авиакомпания формирует свою транспортную сеть E^i . Вектор x_i определяет размещение самолетов авиакомпании в транспортном графе:

$$\forall j \in \{1, \dots, |E|\} : x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad \sum_{r=1}^{|E|} x_{ir} = m_i.$$

Каждое ребро графа $G(V, E)$ характеризуется потенциальным пассажиропотоком $d(e_j)$ ($e_j \in G(V, E)$). Будем предполагать, что величина потенциального пассажиропотока зависит от количества населения в городах отправления и прибытия:

$$d(e_j) = \frac{\sqrt{P(v_j^1)P(v_j^2)}}{2}, \quad e_j = (v_j^1, v_j^2), \quad (1)$$

где P обозначает количество населения в соответствующем городе.

Доля авиакомпании i в потенциальном пассажиропотоке на ребре e_j зависит от цены на рейс p_{ij} и цен конкурирующих авиакомпаний на этом ребре. Будем предполагать, что распределение пассажиропотока описывает мультиномиальная логит-модель [8]. Тогда доля авиакомпании i в потенциальном пассажиропотоке на ребре e_j равна

$$M_{ij}(p_{ij}, \{p_{rj}\}_{r \in N_j \setminus \{i\}}) = e^{a_1 p_{ij} + (a, k_{ij})} / \left(\sum_{s=1}^{|N_j|} e^{a_1 p_{sj} + (a, k_{sj})} + e^\rho \right), \quad e_j \in E^i, \quad (2)$$

где $a_1 < 0$, a – вектор констант, k_{ij} – вектор характеристик рейса, N_j – множество конкурирующих авиакомпаний на ребре e_j . Пассажир может отказаться от использования воздушного транспорта, поэтому в знаменатель (2) входит слагаемое e^ρ .

Прибыль авиакомпании на ребре e_j зависит от цены на рейс и доли авиакомпании в пассажиропотоке

$$h_{ij}(\{p_{rj}\}_{r \in N_j}) = (p_{ij} - c_{ij}) \times \times M_{ij}(p_{ij}, \{p_{rj}\}_{r \in N_j \setminus \{i\}}) d(e_j), \quad i \in N_j, \quad (3)$$

где c_{ij} – себестоимость перевозки на одного пассажира.

Таким образом, прибыль авиакомпании i в транспортном графе $G(V, E)$ равна

$$H_i(\{p_r\}_{r \in N}, \{x_r\}_{r \in N}) = \sum_{j=1}^{|E|} h_{ij}(\{p_{rj}\}_{r \in N_j}) x_{ij}, \quad (4)$$

где компонентами вектора p_r являются цены в транспортной сети E^r .

Мы определили бескоалиционную игру Γ с полной информацией для n игроков (авиакомпаний). Стратегией игрока i является пара векторов (x_i, p_i) .

Игра проходит в три шага:

1. Игроки одновременно определяют размещение своих самолетов на рынке $\{x_i\}_{i \in N}$.
2. Игроки одновременно объявляют цены на рейсы $\{p_i\}_{i \in N}$.
3. Пассажиры выбирают того игрока, чей рейс они будут использовать, и игроки получают выигрыши $\{H_i\}_{i \in N}$, исходя из выбранной транспортной сети и цен на ресурсы.

Требуется найти равновесие по Нэшу $\{x_i^*\}_{i \in N}$, т. е. такие x_i^* , которые для $\forall x_i, i \in N$ удовлетворяют условию

$$H_i(\{\tilde{p}_r(x_i, \{x_r^*\}_{r \in N \setminus \{i\}})\}_{r \in N}, x_i, \{x_r^*\}_{r \in N \setminus \{i\}}) \leq H_i(\{\tilde{p}_r(x_i^*, \{x_r^*\}_{r \in N \setminus \{i\}})\}_{r \in N}, x_i^*, \{x_r^*\}_{r \in N \setminus \{i\}}), \quad (5)$$

где $\{\tilde{p}_r(\{x_i\}_{i \in N})\}_{r \in N}$ – равновесие в игре ценообразования для фиксированного размещения самолетов на графе $G(V, E)$.

Для любых выбранных транспортных сетей игроков $\{\tilde{x}_r\}_{r \in N}$ требуется найти равновесие по Нэшу $\{p_i^*\}_{i \in N}$, т. е. такие p_i^* , которые для $\forall p_i, i \in N$ удовлетворяют условию

$$H_i(p_i, \{p_r^*\}_{r \in N \setminus \{i\}}, \{\tilde{x}_r\}_{r \in N}) \leq H_i(p_i^*, \{p_r^*\}_{r \in N \setminus \{i\}}, \{\tilde{x}_r\}_{r \in N}). \quad (6)$$

РАВНОВЕСИЕ В ИГРЕ РАЗМЕЩЕНИЯ

В задаче ценообразования прибыль i -го игрока зависит от цены p_{ij} , которую авиакомпания устанавливает для своего рейса на ребре e_j , и от цен конкурентов на этом ребре. Таким образом, можно рассматривать отдельные задачи ценообразования на каждом ребре транспортного графа $G(V, E)$. Существование и единственность равновесия в игре ценообразования на ребре e_j следует из работы [4].

Равновесие $\{p_{ij}^*\}_{i \in N_j}$ можно построить как точку, к которой сходится последовательность наилучших ответов игроков. Наилучший ответ игрока i на стратегии других игроков удовлетворяет уравнению

$$(1 - M_{ij}(p_{ij}, \{p_{rj}\}_{r \in N_j \setminus \{i\}}))(c_{ij} - p_{ij}) = \frac{1}{a_1}. \quad (7)$$

Следует заметить, что при добавлении нового игрока в игру ценообразования на ребре e_j выигрыши игроков в равновесии уменьшаются.

В игре размещения для двух игроков можно применить следующую процедуру для поиска равновесия. Пусть первая авиакомпания оптимально разместила свои самолеты в

транспортном графе $G(V, E)$. Будем размещать самолеты второй авиакомпании последовательно один за другим, каждый раз находя равновесие. Равновесие для m_1 самолетов первой авиакомпании и $n + 1$ самолетов второй авиакомпании можно построить, используя последовательность наилучших ответов игроков. Легко показать, что последовательность наилучших ответов сходится, используя тот факт, что выигрыш игрока на ребре транспортного графа будет меньше, если кроме него это ребро выберет и другой игрок.

МОДЕЛИРОВАНИЕ

Предложенная модель рынка авиаперевозок была использована для исследования конкурентного поведения на авиарынках России и Китая. Транспортные графы рассматриваемых рынков представлены на рис. 1 и 2.

В таблице 1 приведены характеристики рынков. Следует заметить, что количество вершин и ребер в транспортном графе российского рынка больше, чем в графе китайского рынка. Однако общее количество рейсов выше для последнего, а значит, для этого рынка характерен и более высокий уровень конкуренции.

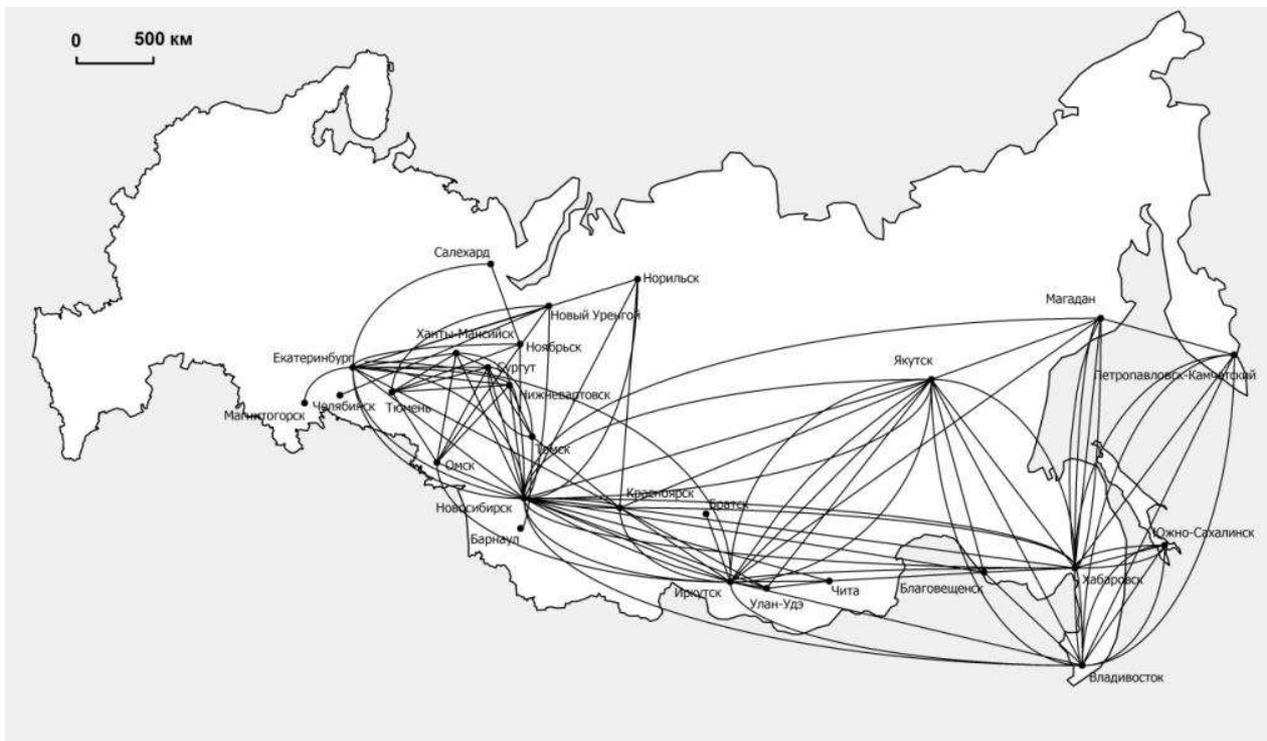


Рис. 1. Рынок авиаперевозок России

Таблица 1. Характеристики рынков

Показатель	Россия	Китай
Число аэропортов	27	14
Число маршрутов	95	61
Число прямых рейсов	239	351
Число рейсов с пересадками	74	14
Число авиакомпаний	11	5
Макс. число авиакомпаний на ребре	5	3
Средняя частота рейсов в неделю	2,8	6,4

В случае российского рынка в характеристики отдельного рейса были включены время перелета, индикатор прямого рейса γ_{ij} ($\gamma_{ij} \in \{0,1\}$), геометрическое среднее среднедушевых доходов населения в регионах, где расположены аэропорты отправления и прибытия, и расстояние между аэропортами отправления и прибытия. Таким образом, получаем

$$(a, k_{ij}) = a_2 t_{ij} + a_3 \gamma_{ij} + a_4 \text{income}_{ij} + a_5 \ln(\text{dist}_{ij}), e_j \in E^i. \quad (8)$$

На рынке авиаперевозок Китая к перечисленным характеристикам был добавлен индикатор занятости пассажирских кресел для авиакомпании, который равен 1, если средний процент занятости пассажирских кресел больше 80 %. В случае китайского рынка время перелета, среднедушевой доход и расстояние между аэропортами были взяты как величина этих факторов для рассматриваемого рейса, деленная на наименьший показатель среди конкурирующих рейсов на ребре транспортного графа:

$$(a, k_{ij}) = a_2 t_{ij}^{\text{ratio}} + a_3 \gamma_{ij} + a_4 \text{income}_{ij}^{\text{ratio}} + a_5 \text{dist}_{ij}^{\text{ratio}} + a_6 \text{loading}_{ij}, e_j \in E^i. \quad (9)$$

Оценивание параметров в мультиномиальной логит-модели распределения пассажиропотока было выполнено с использованием



Рис. 2. Рынок авиаперевозок Китая

VLP-метода [3], так как в модель были включены характеристики рейса и общие показатели рынка авиаперевозок и не включены индивидуальные предпочтения потребителей.

В полезность для пассажира от выбора авиакомпании i на рейсе e_j добавляется константа ξ_{ij} , которая обозначает влияние всех ненаблюдаемых характеристик в среднем. Таким образом, доля авиакомпании в пассажиропотоке на ребре e_j равна

$$M_{ij} = e^{a_1 p_{ij} + (a, k_{ij}) + \xi_{ij}} / \left(\sum_{s=1}^{|N_j|} e^{a_1 p_{sj} + (a, k_{sj}) + \xi_{sj}} + e^\rho \right), \quad e_j \in E^i \quad (10)$$

Без потери общности положим, что полезность для потребителя от отказа в использовании воздушного транспорта равна нулю. Тогда из (10) получаем

$$\ln M_{ij} - \ln M_{sj} = a_1 p_{ij} + (a, k_i) + \xi_{ij}, \quad (11)$$

где M_{sj} — доля других видов транспорта (или отказ от путешествия) в потенциальном пассажиропотоке.

Оценивание параметров модели выполнялось с использованием линейной регрессии

для соотношения (11) с применением метода инструментальных переменных. В данном исследовании за инструментальную переменную был взят показатель расхода авиационного топлива. Результаты представлены в таблице 2.

Равновесие в задаче ценообразования было получено через последовательность наилучших ответов конкурирующих авиакомпаний. Для нахождения наилучшего ответа использовалось уравнение (7).

В таблице 3 представлены результаты для направления Иркутск – Новосибирск на российском рынке. Реальное поведение авиакомпаний не соответствует полученному равновесному решению, что может говорить о нарушении рыночных условий на этом направлении. Из полученных результатов моделирования для российского рынка следует, что цены авиакомпаний не соответствуют равновесным. Поведение авиакомпаний на китайском рынке близко к конкурентному поведению в равновесии (табл. 4). Следует заметить, что порядковая разница между реальными и равновесными ценами в таблице 3 и 4 связана с тем, что в себестоимость авиаперевозки была включена только стоимость авиационного топлива.

Таблица 2. Оценка параметров для модели распределения пассажиропотока

	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	c
Россия	-0,000656	-0,288	0,628	0,000141	3,83		-28,305
Китай	-0,00196	-1,138	0,135	3,845	-6,571	1,142	3,845

Таблица 3. Равновесие для рейсов на направлении Иркутск – Новосибирск

Авиакомпания	Время (ч.)	Частота (в нед.)	Расстояние (км)	Кол-во пересадок	Цена в равновесии (и на рынке)	Доля в пассажиропотоке
Сибирь (S7)	2,4	4	1462,6	0	3029,95 (9930)	0,23
ИрАэро	3,55	5	1520,918	1	2986,04 (10930)	0,1
Ангара	2,1	3	1462,6	0	3347,28 (6630)	0,2
Руслайн	2,4	3	1462,6	0	3115,01 (9825)	0,21
NordStar	5,2	3	1520,918	1	2854,08 (7495)	0,07

Таблица 4. Равновесие для рейсов на направлении Нанкин – Харбин

Авиакомпания	Время (ч.)	Частота (в нед.)	Расстояние (км)	Цена в равновесии (и на рынке)	Доля в пассажиропотоке
Shenzhen Airlines	2,4	7	1665	709,95 (1650)	0,28
Sichuan Airlines	2,5	7	1665	702,96 (1650)	0,28
Xiamen Airlines	2,4	6	1665	576,84 (1620)	0,12

Игра размещения была исследована для двух авиакомпаний на рассматриваемых рынках авиаперевозок. Для этого был выделен подграф транспортного графа $G(V, E)$, на котором авиакомпании вступают в конкуренцию. Для поиска равновесия в игре размещения самолетов были найдены выигрыши авиакомпаний на каждом ребре рассматриваемого транспортного графа в случае, когда на ребре присутствует только одна авиакомпания, и в случае, когда на ребре есть конкуренция между авиакомпаниями. После этого была применена процедура поиска равновесия с использованием последовательности наилучших ответов. Результаты представлены на рис. 3 и 4.

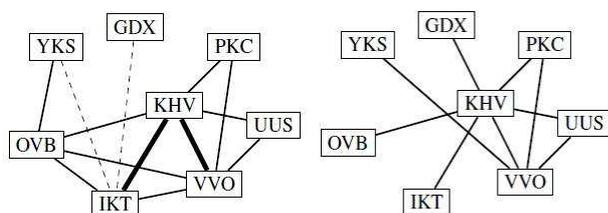


Рис. 3. Равновесное размещение (Россия)

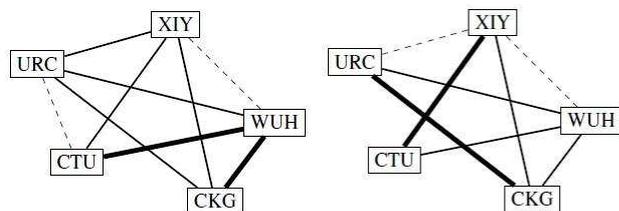


Рис. 4. Равновесное размещение (Китай)

В равновесии авиакомпании меняют размещение двух самолетов по направлениям в рассматриваемых транспортных графах российского и китайского рынков (1-я авиакомпания в случае российского рынка, 1-я и 2-я авиакомпании в случае китайского рынка). Следует заметить, что предложенная модель не учитывает влияние хабов и базовых аэропортов на формирование транспортных сетей авиакомпаний.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной статье предложена двухшаговая теоретико-игровая модель конкуренции для рынка авиаперевозок. Для представленных рынков России и Китая найдено равновесное

размещение самолетов авиакомпаний в транспортном графе. Равновесие получено, исходя из условия, что после принятия стратегического решения по планированию транспортной сети авиакомпании начинают конкурировать между собой за распределение общего пассажиропотока, назначая цены на билеты. Предложен алгоритм нахождения равновесия в игре размещения и игре ценообразования с использованием последовательности наилучших ответов и проведено численное моделирование для указанных рынков. В дальнейшем предполагается расширение модели размещения на графе с целью включения таких факторов на рынке авиаперевозок, как наличие хабов, базовых аэропортов и т. п.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (13-01-91158-ГФЕН_а).

ЛИТЕРАТУРА

1. Мазалов В. В., Щипцова А. В., Токарева Ю. С. Дуополия Хотеллинга и задача о размещении на плоскости // Экономика и математические методы. 2010. Т. 46, вып. 4. С. 91–100.
2. Щипцова А. В. Мультиномиальный логит-анализ и конкурентное поведение на рынке // Труды Карельского научного центра РАН. 2011. № 5. С. 120–124.
3. Berry S. Estimating Discrete-Choice Models of Product Differentiation // The RAND Journal of Economics. 1994. Vol. 25, N 2. P. 242–262.
4. Caplin A., Nalebuff B. Aggregation and Imperfect Competition: On the Existence of Equilibrium // Econometrica. 1991. Vol. 59, N 1. P. 25–59.
5. d'Aspremont C., Gabszewicz J., Thisse J. F. On Hotelling's "Stability in Competition" // Econometrica. 1979. Vol. 47, N 5. P. 1145–1150.
6. Hotelling H. Stability In Competition // The Economic Journal. 1929. Vol. 39. Issue 153. P. 41–57.
7. Mazalov V. V., Sakaguchi M. Location Game On The Plane // International Game Theory Review. 2003. Vol. 5, N 1. P. 1–13.
8. McFadden D. Conditional logit analysis of qualitative choice behavior / Ed. P. Zarembka // Frontiers in econometrics. 1973. New York: Academic Press. P. 105–142.
9. Salop S. Monopolistic competition with outside goods // Bell journal of Economics. 1979. Vol. 10. P. 141–156.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ:

Гао Хонгвей

профессор
Математический колледж, Университет Циндао
Циндао, Китай
эл. почта: gaohongwei@qdu.edu.cn

Мазалов Владимир Викторович

директор, рук. лаб. математической кибернетики,
д. ф.-м. н.
Институт прикладных математических исследований
Карельского научного центра РАН
ул. Пушкинская, 11, Петрозаводск,
Республика Карелия, Россия, 185910
эл. почта: vmazalov@krc.karelia.ru
тел.: (8142) 781108

Ху Цзиньсун

декан
Школа бизнеса, Университет Циндао
Циндао, Китай
эл. почта: hujingsong@qdu.edu.cn

Щипцова Анна Владимировна

младший научный сотрудник
Институт прикладных математических исследований
Карельского научного центра РАН
ул. Пушкинская, 11, Петрозаводск,
Республика Карелия, Россия, 185910
эл. почта: anna.shchiptsova1@gmail.com
тел.: (8142) 766313

Gao, Hongwei

College of Mathematics, Qingdao University
308 Ningxia Road, 266071 Qingdao, P.R.China
e-mail: gaohongwei@qdu.edu.cn

Mazalov, Vladimir

Institute of Applied Mathematical Research,
Karelian Research Centre, Russian Academy of Sciences
11 Pushkinskaya St., 185910 Petrozavodsk,
Karelia, Russia
e-mail: vmazalov@krc.karelia.ru
tel.: (8142) 781108

Hu, Jinsong

Business School of Qingdao University
308 Ningxia Road, 266071 Qingdao, P.R.China
e-mail: hujingsong@qdu.edu.cn

Shchiptsova, Anna

Institute of Applied Mathematical Research,
Karelian Research Centre, Russian Academy of Sciences
11 Pushkinskaya St., 185910 Petrozavodsk,
Karelia, Russia
e-mail: anna.shchiptsova1@gmail.com
tel.: (8142) 766313