

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЕСЕННЕГО ТЕРМОБАРА В ВОДОЕМЕ, ЧАСТИЧНО ПОКРЫТОМ ЛЬДОМ

Н. С. Блохина, А. Е. Орданович, Д. Н. Николаева

Московский государственный университет

Введение

Изучение механизмов, влияющих на формирование течений и процессов перемешивания в водоемах в различные периоды года, является одним из важнейших направлений гидрофизических исследований. К числу явлений, знание закономерностей которых необходимо для прогноза термического и динамического режима озер и водохранилищ, относится плотностное перемешивание, обусловленное переходом температуры воды через температуру максимальной плотности и образованием в связи с этим фронтального раздела – термического бара (ТБ) [8, 9].

Термобар образуется в пресных и солоноватых водоемах ($S \leq 24\%$) средних широт в период освобождения их от ледяного покрова и осенью в период ледостава. Весенний термобар возникает около берега, когда прибрежные воды прогреваются до температуры максимальной плотности. В пресных водоемах поверхностные воды, достигшие температуры 4°C (температура максимальной плотности), опускаются ко дну, формируя столб наиболее плотных вод – термобар. Взаимодействие прибрежных вод с температурой больше 4°C с холодными водами в глубоководной части водоема происходит в узкой фронтальной зоне, которая является фронтом термобара. Справа и слева от фронта возникают сходящиеся ячейки. Термобар разделяет водоем на прибрежную и глубинную области, где формируются различные по структуре динамические и термические поля. Он ограничивает обмен веществом между этими областями, что препятствует распространению загрязнений из прибрежной зоны, влияя на экологическое состояние водоема. В связи с этим изучение термогидродинамических процессов в водоемах в период существования в них термобара представляет научный и практический интерес.

Современное состояние исследований термического бара характеризуется достаточным количеством данных натурных измерений, единичными лабораторными экспериментами и небольшим количеством математических моделей (в том числе работ авторов), описывающих реальный процесс. Однако все имеющиеся работы по изучению особенностей течений и температурных распределений в водоеме в период существования в нем термобара, как правило, ограничиваются случаем, когда водоем полностью свободен от ледового покрова. В то же время термобар может возникать в озерах у берега еще до полного разрушения льда в центре водоема, что существенно скажется на скорости прогрева водоема и формировании в нем течений.

Настоящая работа посвящена построению математической модели, позволяющей изучать термогидродинамические процессы в пресных водоемах, частично покрытых льдом в период развития весеннего термобара.

Постановка задачи

Для изучения динамики развития термобара весной рассматривается движение жидкости в области, соответствующей половине водоема, симметричного относительно оси X_3 , вытянутого в направлении оси X_1 , и имеющей наклонное дно (рис. 1).

Для описания термогидродинамических процессов в вязкой несжимаемой жидкости используется система уравнений Навье-Стокса в приближении Буссинеска, уравнение теплопроводности, неразрывности и уравнение состояния для пресной воды в районе температуры аномальной плотности:

$$\rho(T) = \rho_0(1 - \gamma(T - 4^\circ\text{C})^2) \quad (1)$$

Здесь T – температура, ρ и ρ_0 – плотность воды при температуре T и 4°C соответственно, $\gamma = 0,000085$ град⁻².

Считается, что вдоль оси X_1 движение однородно, а крупномасштабные конвективные структуры, возникающие справа и слева от термобара, формируются в турбулентной среде. Для выделения крупномасштабных структур в турбулентной среде система уравнения термогидродинамики

преобразуется согласно методике, предложенной в работе [6]. В результате получаются системы уравнений для конвективных упорядоченных структур и мелкомасштабной составляющей потока. Система уравнений для мелкомасштабной составляющей не решается, а для замыкания первой системы уравнений вводится коэффициент турбулентной вязкости ν_T . Подробно вывод окончательной системы уравнений и уравнения замыкания дан в работе [3]. При этом учитывалась однородность движения вдоль оси X_1 , что позволило записать исходную систему уравнений в переменных функции тока ψ и вихря φ .

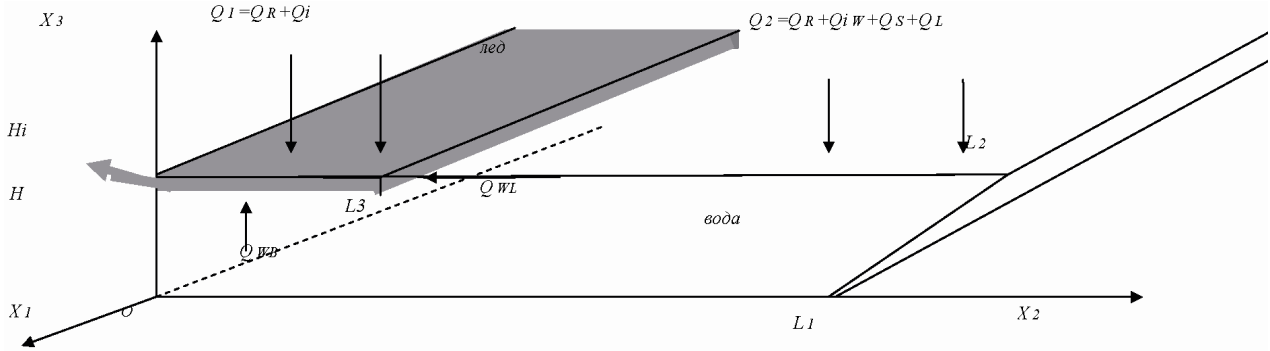


Рис. 1. Схема водоема:

H – глубина водоема, L_1 – ширина по дну, L_2 – ширина по поверхности, L_3 – расстояние от центра водоема до границы вода – лед, $Q_1 = Q_R + Q_i$ и $Q_2 = Q_R + Q_i w + Q_s + Q_L$ – суммарные потоки тепла, приходящие на верхнюю границу льда и воды соответственно. Q_{WB} и Q_{WL} – потоки тепла от воды к нижней и боковой границам льда. H_i – толщина льда. Остальные обозначения даны в тексте

С учетом сделанных предположений система уравнений термогидродинамики и уравнение замыкания в безразмерной форме в переменных ψ, φ и T приобретают вид:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \left(\frac{\partial \psi}{\partial x_3} \frac{\partial \varphi}{\partial x_2} - \frac{\partial \psi}{\partial x_2} \frac{\partial \varphi}{\partial x_3} \right) + \mu \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_3^2} \right) - 2(T - T_4) \frac{\partial T}{\partial x_2} \quad (2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \left(\frac{\partial \psi}{\partial x_3} \frac{\partial T}{\partial x_2} - \frac{\partial \psi}{\partial x_2} \frac{\partial T}{\partial x_3} \right) = \mu \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial x_3^2} \right) \quad (3)$$

$$\Delta \psi = \varphi \quad (4)$$

$$\mu^2 = \left(\frac{\nu_T}{H \sqrt{gH}} \right)^2 = \frac{c^3}{s} \int_s \left[4 \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x_2 \partial x_3} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x_3^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_2^2} \right)^2 ds - (T - T_4) \frac{\partial T}{\partial x_3} \right] ds \quad (5)$$

Здесь $\mu = \nu_T / H \sqrt{gH}$ – безразмерный коэффициент турбулентной вязкости, T_4 – безразмерное значение температуры максимальной плотности. При обезразмеривании уравнений в качестве масштаба приняты: для расстояний – глубина водоема H , температуры – $\sqrt{l/\gamma}$, скорости – \sqrt{gH} , времени – $\sqrt{H/g}$ (g – ускорение свободного падения).

Граничные условия для системы уравнений записываются следующим образом.

На дне водоема и правой наклонной боковой границе – условия прилипания и непроницаемости для скорости и отсутствия потока тепла соответственно имеют вид:

$$\frac{\partial \psi}{\partial x_2} = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_3^2} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial x_3} = 0 \quad \text{и} \quad \frac{\partial \psi}{\partial n} = \frac{\partial^2 \psi}{\partial n^2} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial n} = 0 \quad (6)$$

На левой границе области задается условие симметрии для всех переменных.

$$\frac{\partial T}{\partial x_2} = 0, \quad \psi = 0, \quad \phi = 0 \quad (7)$$

На верхней границе для части водоема, свободного ото льда, граничные условия примут вид:

$$-\mu \frac{\partial T}{\partial x_3} = Q_2^b, \quad \frac{\partial \psi}{\partial x_2} = 0, \quad \phi = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_3^2} = 0, \quad (8)$$

$$\text{а подо льдом: } \frac{\partial \psi}{\partial x_2} = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_3^2} = 0, \quad T = 0 \quad (9)$$

Здесь $Q_2^b = Q_2 / Q^b$, где в качестве масштабов потоков принята величина $Q^b = \sqrt{\gamma / c_o \rho_o} \sqrt{gH}$. Поток $Q_2 = Q_R + Q_{iw} + Q_S + Q_L$ состоит из Q_R – потока радиации, поступающей от солнца; $Q_S = \rho_a c_p C_T (T - T_a) V$ – потока явного тепла; $Q_L = LC_q (q - q_a) V$ – потока скрытого тепла; $Q_{iw} = \delta_w \sigma (T_K + T)^4 (0.39 - 0.05 e_a^{1/2}) (1 - 0.6n^2)$ – потока длинноволнового излучения с поверхности воды ($T_K = 273,15 K - 0^\circ C$), учитывающий облачность и обратную радиацию в отсутствие облаков [4]. В этих выражениях $\delta_w = 0,93$ излучающая способность воды, σ – постоянная Стефана-Больцмана, c_o – теплоемкость воды, ρ_a – плотность воздуха, c_p – теплоемкость воздуха при постоянном давлении, C_T и C_q – коэффициенты Стентона и Дальтона для переноса тепла и влаги, соответственно, L – скрытая теплота парообразования, T_a и q_a – температура и удельная влажность воздуха, T и q – температура поверхности воды и удельная влажность вблизи ее поверхности, V – скорость ветра над поверхностью водоема, n – балл облачности, e_a – численное значение парциального давления водяного пара, измеренное в миллибарах при температуре T_a .

Выражение для скрытого потока тепла Q_L в зависимости от температуры подстилающей поверхности T может быть записано с учетом относительной влажности воздуха f и зависимости насыщающей влажности $\Phi(T_a)$ от температуры воздуха в виде [1, 2]:

$$Q_L = LC_q (q - q_a) V = LC_q ((1 - f) \Phi(T_a) + \frac{\partial \Phi}{\partial T} (T - T_a)) V.$$

Парциальное давление водяного пара e_a в выражении для Q_{iw} запишем через насыщающую упругость водяного пара E и f согласно соотношениям работы [10]. Тогда $Q_{iw} = \delta_w \sigma (T_K + T) (0.39 - 0.05 (E(T_a) * f / 100)^{1/2}) (1 - 0.6n^2)$.

Толщина ледяного покрова H_i определяется из уравнения:

$$\frac{\partial H_i}{\partial t} = \frac{(Q_{WB} + Q_{WL} + Q_i)}{L_i r_i}. \quad (10)$$

По мере прогрева водоема толщина льда уменьшается, лед тает и ледовая кромка перемещается к центру водоема. На поверхности водоема, где в данный момент времени толщина льда равна нулю, задаются граничные условия (9).

В уравнении (10) $Q_i = Q_R + Q_i$ – суммарный поток тепла, состоящий из потока радиации от Солнца Q_R и $Q_i = \delta_i \sigma T_K^4 (0.39 - 0.05 e_a^{1/2}) (1 - 0.6n^2)$ – потока длинноволнового излучения с поверхности льда. Здесь $\delta_i = 0,98$, L_i и r_i – удельная теплота плавления и плотность льда. Q_{WB} и Q_{WL} – потоки тепла, поступающие к нижней границе и кромке льда, вычисляются по формулам согласно работе [5].

В качестве начальных условий задаются распределения температуры, функции тока и вихря, соответствующие расчетным полям для ситуации, когда термобар возник у самого берега, а центральная часть водоема частично покрыта льдом определенной толщины и длины или свободна от него.

Задача решается численно. Система уравнений, граничные условия и уравнение замыкания записываются в конечно-разностном виде. Используется явная конечно-разностная схема. Уравнение Пуассона решается методом последовательной верхней релаксации [7]. Расчеты проводятся на сетке 26×75 с шагом сетки по вертикали 0,4 м, а по горизонтали – 10 м.

Рассматривается движение жидкости в водоеме глубиной $H = 10$ м и шириной $L_l = 750$ м (половина водоема) (рис. 1) при различной толщине (1 и 3 см) и протяженности ледяного покрова (50 и 80 м), температуре и относительной влажности воздуха.

Для выявления особенностей течения в водоеме в период развития термобара проводятся сравнения результатов расчетов для случаев, когда в начальный момент времени водоем полностью свободен ото льда и частично покрыт льдом для температуры атмосферы $T_a = 8 \text{ }^\circ\text{C}$, относительной влажности воздуха $f = 60\%$ и балла облачности $n = 0$. Поток солнечной радиации, поступающий на поверхность водоема, равняется $Q_R = 450 \text{ Вт/м}^2$. В результате расчетов были получены поля распределения температуры T , функции тока ψ и скоростей течений в водоеме и др. На основе этих расчетов оценивается месторасположение термобара в различные моменты времени, время его жизни и скорость перемещения, время таяния ледяного покрова и другие характеристики течений. Так как качественно картина течений для различных параметров ледяного покрова развивается одинаково, проводится сравнение результатов расчетов для случая, когда в начальный момент времени лед имел толщину $h = 1 \text{ см}$ и длину $L_3 = 50 \text{ м}$ (6 точек по оси абсцисс; рис. 2). Отметим, что на рис. 2 и 3 – температура воды T обозначена в $^\circ\text{C}$, а по оси абсцисс и ординат отложены номера узлов расчетной сетки по горизонтали и вертикали соответственно.

Обсуждение результатов

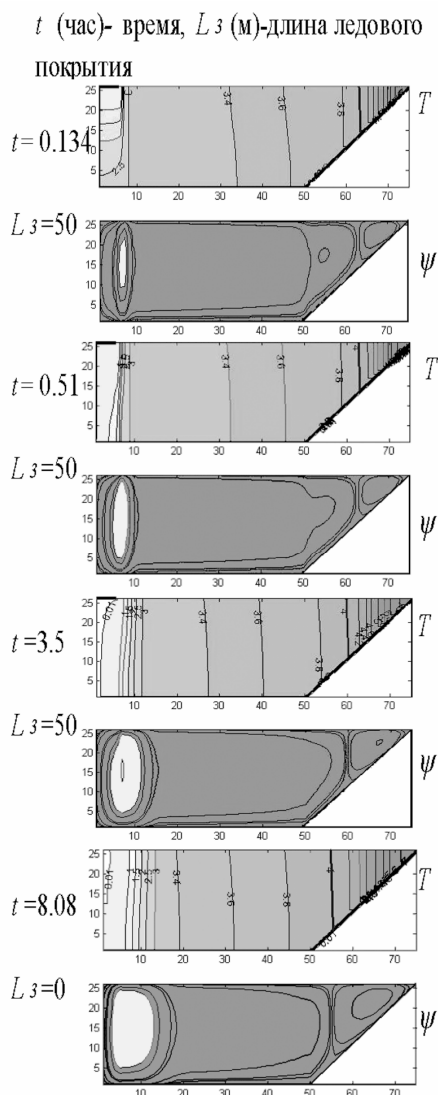


Рис. 2. Поля распределения температуры (T) и функции тока (ψ) для случая водоема, частично покрытого льдом (в начальный момент времени), в первой фазе развития термобара

Анализ результатов расчетов в водоеме, частично покрытом льдом, показал, что развитие термобара в нем можно разделить на три фазы. Первая фаза связана с началом развития термобара, формированием вихря у кромки льда и его развитием вплоть до времени полного таяния ледового покрова. Вторая – с перемещением ТБ до вихревой структуры, сформировавшейся в районе ледового покрова в центре водоема. Третья – с вытеснением прибрежной циркуляцией, ограниченной слева термобаром, глубоководного вихря, сформировавшегося в районе ледового покрова.

На рис. 2 представлены поля распределения температуры и функции тока в первой фазе развития течений и термобара в водоеме. Подо льдом наблюдается распределение температуры, соответствующее устойчивой стратификации (рис. 2, $t = 0,134 \text{ ч}$). Однако у кромки льда температура немного выше, чем в нижележащих слоях воды, что приводит к возникновению интенсивного глубинного вихря (ГВ) около центра водоема. Центр вихря совпадает с месторасположением кромки льда, а сам вихрь заходит за нее на 30–40 м. Он вращается в направлении движения циркуляции (по часовой стрелке), охватывающего в этот момент времени область от центра водоема до прибрежной циркуляции. К моменту времени $t = 0,51 \text{ ч}$ ГВ стал более интенсивным, хотя ледовый покров еще не начал уменьшаться по длине. Увеличение интенсивности этого вихря приводит к выравниванию температуры вблизи ледового покрова по вертикали и возникновению большого градиента температуры в этой области. Слева от ГВ он составляет около $0,1 \text{ }^\circ\text{C/м}$, а справа – лишь $0,0014 \text{ }^\circ\text{C/м}$. Через 3,5 ч лед начинает таять. ГВ увеличивается в размере, достигая центра водоема и занимая область, примерно в 2 раза большую, чем длина ледового покрова в начальный момент времени. В течение нескольких часов с $t = 3,5 \text{ ч}$ до $t = 8,08 \text{ ч}$ лед полностью растаял. В этот период времени вихрь уже практически не теряет своей интенсивности. После того как водоем полностью освобождается ото льда, ледяной покров не препятствует дальнейшему прогреву водоема, что способствует увеличению ГВ в размере до 190–200 м

(рис. 2, $t = 8,08$ ч). Далее, вплоть до третьей стадии развития термобара, этот вихрь не изменяется в размере. Он охватывает область, примерно в 3–4 раза большую, чем заданный в начальный момент времени горизонтальный размер ледового покрова.

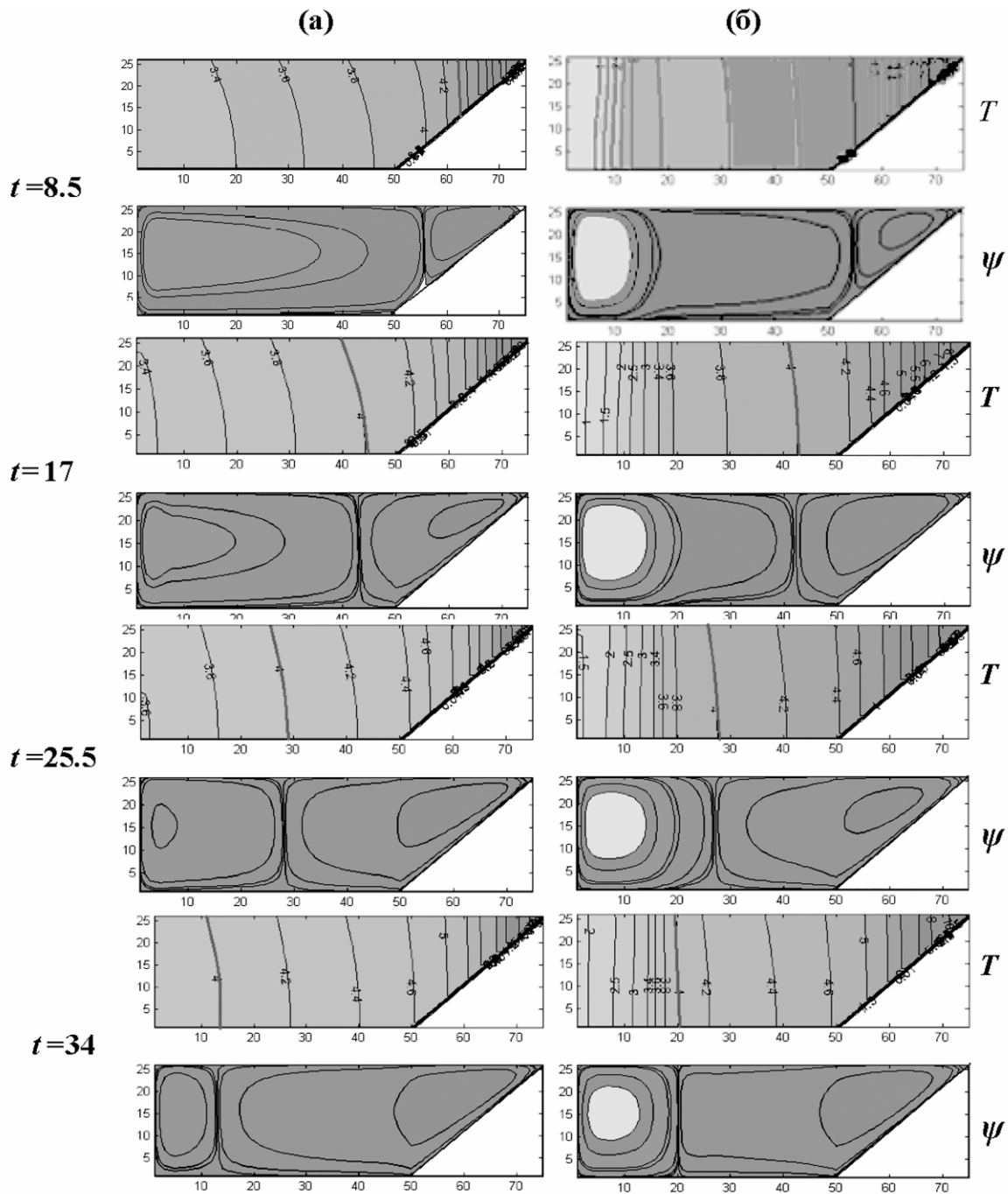


Рис. 3. Поля распределения температуры (T) и функции тока (ψ) для случая водоема, свободного ото льда (а) и частично покрытого льдом (б), в различные моменты времени t после начала его прогрева

Следующие две стадии развития термобара и термогидродинамических процессов в водоеме наглядно прослеживаются на рис. 3. Сравнение результатов расчетов в одни и те же моменты времени для случаев водоема свободного (а) и частично покрытого льдом (б) в начальный момент времени позволяет выявить особенности распространения термобара и течений в водоеме. Через 8,5 ч после начала прогрева в водоеме образуется структура течений и температурное распределение, представленное на рис. 3, б ($t = 8,5$ ч) и отличное от случая (а). Месторасположение термобара

в этих двух случаях остается одинаковым. Распределение изотерм во всей области, исключая центральную часть размером 200 м (20 узлов расчетной сетки), схоже. Отличие лишь в их наклоне. Ближе к центру водоема (случай б) наблюдается значительный градиент температуры по горизонтали. Конвективные вихри справа и слева от термобара в случае (а) и (б) остаются одинакового размера. Однако во втором случае внутри антициклонического вихря, охватывающего водоем от центра до термобара, в центре водоема существует интенсивный глубинный вихрь.

По мере прогрева водоема прибрежный циклонический вихрь увеличивается в размере и достигает внутреннего ГВ. В этот период времени термобар в случае (б) до момента времени $t = 34$ ч (рис. 3, б) распространяется в глубинную область с той же скоростью (порядка 18,4 м/ч), что и в случае водоема, свободного ото льда.

В третьей фазе развития термобара прибрежный циклонический вихрь достигает ГВ, а антициклонический вихрь сливается с ним (рис. 3, б; $t = 34$ ч). К этому моменту времени скорость распространения ТБ существенно уменьшается до 3,68 м/ч. Дальнейший прогрев водоема приводит к тому, что центральная его часть постепенно прогревается, градиент температуры в ней уменьшается. Глубинный вихрь также постепенно уменьшается в размере, теряя свою интенсивность, и к моменту времени $t = 93,5$ ч полностью исчезает.

Оценки скорости распространения термобара в первой-второй (СРТ-1-2) и третьей (СРТ-3) стадиях его развития и время жизни термобара (ВЖТ) при различных значениях толщины и длины ледового покрова представлены в табл. Полученные результаты позволяют сделать вывод о том, что в первой фазе и в большей части времени второй фазы развития термобара (до момента приближения термобара к ГВ) для всех рассмотренных случаев термобар распространяется с одинаковой скоростью – около 18,4 м/ч. При расстоянии до ГВ приблизительно на 200 м скорость его распространения начинает замедляться. После достижения термобара ГВ скорость его перемещения значительно уменьшается в зависимости от первоначальной толщины и месторасположения льда.

Скорость перемещения и время жизни термобара при различной толщине и длине ледового покрова в разных фазах его развития

	Лед отсутствует	Толщина льда – 1 см		Толщина льда – 3 см	
		50	80	50	80
Длина льда L_3 , м		50	80	50	80
СРТ-1-2, м/ч	18,4	18,4	18,4	18,4	18,4
СРТ-3, м/ч	18,4	3,68	3,4	3,14	2,76
ВЖТ, ч	38	93,5	99	105	116

Из табл. видно, что даже тонкий лед, покрывающий в начальный момент времени 1/15 длины водоема, может примерно в 2,5 раза увеличить время жизни термобара.

Выводы

В работе построена математическая модель, позволяющая изучить термогидродинамические процессы и динамику развития термобара весной в водоеме в период освобождения его ото льда. Выявлены три характерные фазы развития термобара в водоеме, частично покрытом льдом (в момент начала его прогрева), в отличие от случая водоема, свободного ото льда. Показано, что особенности течений в водоеме весной связаны с формированием интенсивного конвективного вихря у кромки ледяного покрова, способствующего образованию столба холодной воды с большим горизонтальным градиентом температур, который является барьером для перемещения термобара. Оценки скорости распространения термобара показали, что до момента его приближения к глубинному вихрю (около кромки льда) она не зависит от наличия ледового покрова на поверхности водоема. Время жизни термобара весной в водоеме, частично покрытом льдом и свободном ото льда, может отличаться в несколько раз в зависимости от толщины и длины ледяного покрова.

Работа выполнена при финансировании РФФИ (грант № 11-05-01146-а).

Литература

1. Блохина Н. С., Орданович А. Е. Влияние гидрометеорологических условий на конвективные вихревые структуры в верхнем слое водоема // Метеорология и гидрология. 1992. № 10. С. 55–62.
2. Блохина Н. С., Орданович А. Е. Влияние температуры и относительной влажности воздуха на изменение теплозапаса водоема, его энергообмен с атмосферой и перемещение весеннего термобара в ночное время // Сб. науч. тр. «Физические проблемы экологии (экологическая физика)». № 16. М., 2010. С. 38–47.
3. Блохина Н. С., Овчинникова А. В., Орданович А. Е. Математическое моделирование весеннего термобара в неглубоком водоеме // Вест. Моск. ун-та. Сер. 3. Физика. Астрономия. 2002. № 2. С. 60–66.
4. Гилл А. Динамика атмосферы и океана. Т. 1. М., 1986. 397 с.
5. Гоголев Е. С., Красавин А. Н. Влияние ориентации ледяной поверхности на интенсивность теплоотдачи от воды ко льду в условиях свободной конвекции // ИФЖ. 1984. Т. 46, № 3. С. 447–451.
6. Ковалев В. А., Орданович А. Е. Физико-математическая модель турбулентного горизонтального стратифицированного потока с учетом когерентных структур: Препринт. М., 1981.
7. Роуч П. Вычислительная гидродинамика. М., 1980. 616 с.
8. Тихомиров А. И. О термическом баре в Якимварском заливе Ладожского озера // Изв. Всесоюз. геогр. об-ва. 1959. Т. 91, № 5. С. 424–438.
9. Тихомиров А. И. Термика крупных озер. Л., 1982. 232 с.
10. Хргиан А. Х. Физика атмосферы. Л., 1969. 647 с.

О ВЛИЯНИИ ИЗМЕНЕНИЯ ГИДРОЛОГИЧЕСКОГО РЕЖИМА ЗАЛИВА ГНИЛЬНО НА БИОРАЗНООБРАЗИЕ НИЖНЕ-СВИРСКОГО ЗАПОВЕДНИКА

В. А. Горская¹, Е. Л. Белозерова²

¹ Санкт-Петербургский государственный университет

² Лодейнопольский Детский центр эстетического развития

Введение

Работа выполнена на территории Нижне-Свирского государственного природного заповедника (рис. 1), одной из задач которого является охрана редких птиц в рамках существующей программы «Изучение биоразнообразия». Среди них скопа и орлан-белохвост – виды, занесенные в Красную книгу России [15]. Размножаясь без помех в заповеднике, они увеличивают свою численность настолько, что вынуждены выходить за его пределы [19].



Рис. 1. Местоположение Нижне-Свирского заповедника