

## Заключение

Разбавление техногенных вод в системе р. Кенти закономерно возрастает от верхних к нижним озерам и сохраняется на одном уровне в многолетнем плане. Кратности разбавления техногенных вод в водоемах системы р. Кенти, полученные по содержанию  $K^+$  и  $SO_4^{2-}$ , согласуются с рассчитанными по водному стоку. Показатель разбавления техногенных вод является информативным, и его следует учитывать при нормировании допустимого сброса сточных вод, согласно методическим рекомендациям [4].

## Литература

1. Жмур Н. С. Методика определения токсичности воды и водных вытяжек из почв, осадков сточных вод, отходов по смертности и изменению плодовитости цериодафний. М., 2001. 52 с.
2. Ивантер Э. В., Коросов А. В. Основы биометрии: введение в статистический анализ биологических явлений и процессов. Петрозаводск, 1992. 168 с.
3. Лозовик П. А., Кулакова Н. Е. Оценка загрязнения водных объектов с использованием различных методических подходов на примере системы р. Кенти // Материалы науч.-практ. конф. с международным участием «Современные фундаментальные проблемы гидрохимии и мониторинга качества поверхностных вод России» (Азов, 8–10 июня 2009 г.). Ч. 2. Ростов-на-Дону, 2009. С. 75–78.
4. Методика разработки нормативов допустимых сбросов веществ и микроорганизмов в водные среды для водопользователей. МПР России от 17.12.2007. 41 с.
5. Пальшин Н. И., Сало Ю. А., Кухарев В. И. Влияние Костомукшского ГОКа на экосистему р. Кенти. Гидрологические и гидрохимические аспекты // Исследование и охрана водных ресурсов бассейна Белого моря (в границах Карелии). Петрозаводск, 1994. С. 140–161.

## КОСВЕННЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК ИСТОЧНИКА ПРИМЕСИ В ВОДНОМ ОБЪЕКТЕ

А. А. Минина

*Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ»*

### Введение

В современном мире особую остроту приобрели экологические проблемы. Экологическая ситуация в начале XXI в. во всем мире, во многих регионах и странах продолжала ухудшаться. Современные процессы связаны прежде всего с увеличением интенсивности воздействия человека на природную среду, здесь уместно вспомнить слова А. И. Герцена о том, что «природа не может перечь человеку, если человек не перечит ее законам».

Водные объекты не остаются в стороне. Уровень воздействия на них растет с каждым днем. В связи с тем что полностью устранить загрязнение невозможно, встает вопрос об экологическом мониторинге состояния водных объектов. Подходов к мониторингу существует огромное множество. Мониторинг водного объекта с измерениями во всех заданных точках требует  $N$  замеров. Рассмотрим подход осуществления мониторинга водного объекта, базирующийся на ограниченном числе измерений, для одного источника – измерения концентраций необходимо произвести в трех местах отбора проб, с оценкой характеристик источника и области его влияния, регулярности проведения мониторинга для оценки и прогнозирования состояния исследуемого объекта. Модель динамического поля концентраций примеси загрязняющих веществ (ЗВ) в водном объекте [3], основывающаяся на косвенных измерениях характеристик источника примеси, позволяет существенно сократить число измерений и спрогнозировать динамику примесей, поступающих или имеющихся в водном объекте, в пространственно-временной области [2].

Прежде всего требуется обоснованно выбрать модель поля концентраций водного объекта (объекта мониторинга) [4]. При этом, безусловно, необходимы консультации с экспертами в области гидрологии и экологии. Сразу следует оговориться: задачи и методы специалистов-гидрологов и задачи метрологов коренным образом отличаются друг от друга: для гидрологов основным является корректное, максимально приближенное к реальности описание самого водного

объекта и поля распространения концентраций с выяснением и подсчетом соответствующих коэффициентов и параметров; для метрологов же основное – опираясь на модели и данные, полученные гидрологами при описании водного объекта и поля концентраций, с помощью ограниченного числа измерений осуществить мониторинг водного объекта и оценить точность получаемых результатов.

### Материалы и методы

В ходе работы с литературой [2–4 и др.], консультаций с экспертами, математиками была выбрана двумерная модель движения жидкости из теории «мелкой воды» [3] и двумерное уравнение распространения примесей в мелкой воде [4].

Двумерное диффузионное уравнение распространения примесей в мелкой воде имеет вид:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial CU}{\partial x} + \frac{\partial CV}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} K_X \frac{\partial C}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} K_Y \frac{\partial C}{\partial y} + \Psi + R \quad (1)$$

где  $U, V$  – компоненты скорости течения;  $C = c * H$  – интегральная по глубине концентрация;  $c$  – средняя по глубине концентрация;  $H = h + \xi$  – возмущенная глубина;  $h$  – глубина;  $\xi$  – возмущение уровня свободной поверхности;  $K_X, K_Y$  – коэффициенты горизонтальной и вертикальной турбулентной диффузии.

В уравнение дополнительно включены два члена:  $\Psi$  – функция внешнего источника примеси;  $R$  – член, описывающий неконсервативность примеси (рассматриваются консервативные примеси, т. е. данным членом будем пренебрегать).

В качестве начальных условий для уравнения турбулентной диффузии может выбираться поле фонового распределения концентрации. Граничными условиями для уравнения (1) является условие неизменности концентрации по нормали к берегу. На жидкой границе – либо  $C_T = const$  при потоке внутрь области, либо  $\frac{\partial C}{\partial n} = 0$  при потоке из области. Пусть в рассматриваемой области есть точечный непрерывно действующий внешний источник примеси, описываемый функцией  $\Psi$ .

Помимо точечного источника на рассматриваемый участок акватории возможно воздействие: сточных (с/х) вод, сбросы балластных вод с судов и другие виды загрязнений данного участка.

При наличии данных о составляющих полных потоков  $U$  и  $V$  и имея физически обоснованную параметризацию  $K_X$  и  $K_Y$ , можно получить решение уравнения (1) численным методом.

$$C_{ij}^{n+1} = -\Delta t \cdot \left[ U \cdot \frac{C_{i,j} - C_{i-1,j}}{\Delta x} + V \cdot \frac{C_{i,j} - C_{i,j-1}}{\Delta y} \right] + \Delta t \cdot \left[ K_X \cdot \frac{C_{i+1,j} - C_{ij} + C_{i-1,j}}{\Delta x^2} + K_Y \cdot \frac{C_{ij+1} - C_{ij} + C_{ij-1}}{\Delta y^2} \right] + \Delta t \cdot [\Psi]^n + [C_{i,j}]^n \quad (2)$$

где  $C_{ij}^{n+1}$  – массив концентраций в момент времени  $n+1$ ;  $[C_{ij}]^n = [c_{ij} \cdot H_{ij}]^n$  – измеренный (известный) интегральный по глубине массив концентраций в момент времени  $n$ ;  $c_{ij}$  – средний по глубине массив концентраций;  $\Delta t$  – шаг по времени (продолжительность  $n$ -го момента времени);  $\Delta x$  – шаг по оси  $x$  (размер ячейки по оси  $x$ );  $\Delta y$  – шаг по оси  $y$  (размер ячейки по оси  $y$ );  $U, V$  – компоненты скорости течения;  $H_{ij} = h_{ij} + \xi_{ij}$  – возмущенный массив глубин;  $h_{ij}$  – массив глубин;  $\xi_{ij}$  – массив возмущений уровня свободной поверхности;  $K_X, K_Y$  – коэффициенты турбулентной диффузии.

Чаще всего в литературе приводится формула (2), данные по расходу примеси в источнике, концентрациям и др.

Будем ориентироваться на то, что сложнее всего измерить на практике, на наш взгляд, это интенсивность эквивалентного источника примеси. Определение интенсивности эквивалентного источника примеси, а также его местоположения возможно на основе решения системы из трех аналитических выражений следующего вида [5]:

$$c(x, y, t) = \frac{H_0 \cdot \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Psi}{4 \cdot \pi \cdot r \cdot \sqrt{K_x \cdot K_y}} \exp\left[-\frac{x^2}{4K_x t} - \frac{y^2}{4K_y t}\right] \quad (3)$$

где  $r$  – расстояние до источника загрязнения [1];  $(x, y)$  – искомые координаты источника;  $H_0$  – глубина в точке расположения источника;  $\Delta x, \Delta y$  – размеры источника; площадь ячейки, по которой «размазан» источник;  $C_{ист}$  – концентрация примеси в воде источника.

Уравнение (3) применимо при условии, что в уравнении «мелкой воды» отсутствуют члены, ответственные за конвективный перенос загрязняющих веществ, и оно основывается на аналитических решениях, представленных в книге Р. В. Озмидова «Диффузия примесей в океане» [5].

Если учитывать течения водного объекта (наличие конвективных членной в уравнении мелкой воды) аналитическое решение запишется следующим образом:

$$c(x, y, t) = \frac{H_0 \cdot \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Psi}{4 \cdot \pi \cdot r \cdot \sqrt{K_x \cdot K_y}} \exp\left[-\frac{(x - Ut)^2}{4K_x t} - \frac{(y - Vt)^2}{4K_y t}\right]. \quad (4)$$

Для решения системы из трех уравнений типа (3) или (4) необходимо провести вспомогательные измерения концентраций загрязняющего вещества в трех точках на рассматриваемом участке водного объекта. На базе измеренных значений, а также условий моделирования будем вычислять интенсивность эквивалентного источника примеси и его местоположение.

Таким образом, после вычисления на основе уравнения (4) интенсивности эквивалентного источника примеси, его местоположения и сопоставления его с экспериментально известными данными по конкретному источнику оценим правомерность применения модели.

Оценить влияние внешних факторов возможно, если исходные вычисления (без учета погрешностей) принять за идеальные, а затем, учитывая погрешности измерения различных характеристик (концентрации, скорости течений и др.), проследить, как они влияют на конечный результат моделирования, в сравнении с идеальным вариантом.

### Результаты и обсуждение: выбор подхода к измерениям

При такой постановке задачи будем иметь итеративные измерения, которые характеризуются построением измерительной процедуры в виде последовательно выполняемых циклов, в каждом из которых используется либо входное воздействие, либо входное воздействие, формируемое на каждой итерации [6].

Распишем состав априорных знаний (АЗ) для рассматриваемой задачи:

$$AZ = (\lambda_j = f\gamma_j, M_\gamma, M_y, \{M_{ui}\}_{i=1}^m, \Theta(\Delta\lambda_j^*), P_{mp}), \quad (5)$$

где  $\gamma_j$  – входные воздействия в измерительном эксперименте: измеренные значения концентраций;  $f$  – модель, функция, положенная в основу прогнозирования распространения концентраций, формула (2);  $\lambda_j^*$  – результаты измерений концентраций;  $\lambda_j$  – вычисляемые значения концентраций;  $M_\gamma$  – модель входных воздействий;  $M_y$  – модель условий измерения;  $\{M_{ui}\}_{i=1}^m$  – совокупность средств измерения;  $\Theta(\Delta\lambda_j^*)$  – вероятностные характеристики;  $P_{mp}$  – предъявляемые требования и наложенные ограничения.

В модель входных воздействий ( $M_\gamma$ ) будем включать значение интенсивности эквивалентного источника примеси, определенное в результате вспомогательных косвенных измерений ( $\Psi_{kl}$ ), и координаты его местоположения.

Таким образом, модель входных воздействий может быть представлена в следующем виде:

$$M_\gamma = (\{\Psi_{kl}\}, x_0, y_0), \quad (6)$$

Модель условий измерения ( $M_y$ ) будет включать: коэффициенты турбулентной диффузии ( $K_x, K_y$ ), определенные для рассматриваемой области моделирования, фоновые концентрации примеси ( $C_f$ ), шаги по времени, по осям  $x$  и  $y$  ( $\Delta t, \Delta x, \Delta y$ ); массив глубин ВО ( $h_{ij}$ ), скорости компонент полных потоков и возмущения свободной поверхности.

Скорости компонент полных потоков и возмущения свободной поверхности определяются из системы уравнений, описывающей гидродинамику мелкой воды [3]. Решение данной системы также находится методом конечных разностей. Обобщая, модель условий измерения можно записать следующим образом:

$$M_y = (U, V, \xi, K_x, K_y, C_f, \Delta t, \Delta x, \Delta y, h_{ij}). \quad (7)$$

Измеряемыми величинами в рассматриваемой на данный момент задаче будут концентрации примесей. Измерения будут производиться на различных глубинах в определенных точках рассматриваемой области. И на «вход» аналитических уравнений (3) или (4) будут подаваться усредненные по глубине концентрации, с учетом погрешности измерения. Таким образом, будем иметь многократные вспомогательные измерения концентраций с усреднением по глубине.

С учетом описанных априорных знаний, на первой итерации осуществляются вспомогательные измерения концентраций на рассматриваемом участке водного объекта, косвенные измерения интенсивности эквивалентного источника примеси и его местоположения (9):

$$C_{ij}^* = R_n \dots R_1 C_{ij}, \quad (8)$$

$$\Psi_{kl}^* = F(C_{ij}^*), \quad (9)$$

где  $R_n \dots R_1$  – измерительные преобразования (например, усреднение концентраций по глубине) [6];

$\Psi_{kl}^*$  – интенсивность эквивалентного источника примеси;  $F$  – функция (9), положенная в основу косвенных измерений интенсивности и координат источника.

На второй итерации осуществляются косвенные измерения, которые основываются на экстраполяции измеренных концентраций в малом числе точек на пространственно-временной участок.

$$C_{ij}^{n+1*} = f(\Psi_{kl}^*, x_0, y_0), \quad (10)$$

где  $f$  – функция, положенная в основу прогнозирования распространения концентраций, формула (2).

### Заключение

Хотелось бы особенно отметить тот факт, что предложенный способ косвенных измерений интенсивности эквивалентного источника примеси, а также его местоположения на основе системы из трех аналитических уравнений базируется на ограниченном числе измерений, при этом для одного источника необходимо произвести всего три замера концентраций, бесспорно, можно провести множество измерений и получить описание поля концентраций, но при этом измерения будут избыточные. Модель динамического поля концентраций в водном объекте позволит спрогнозировать поле распространения концентраций примесей ЗВ в пространственно-временной области. Точность получаемых результатов можно оценить при помощи метрологического анализа [6].

### Литература

1. Андасбаев Е. С. Определение максимальных значений концентрации вредных примесей с помощью аналитического решения транспортно-диффузионного уравнения [Электронный ресурс], 2010 – Режим доступа: <http://vestnik.ntu.kz/?q=ru/node/495>.
2. Астраханцев Г. П., Меншуткин В. В., Петров Н. А., Руховец Л. А. Моделирование экосистем больших стратифицированных озер. СПб., 2003.
3. Боуден К. Физическая океанография прибрежных вод. М., 1988. 148 с.
4. Вольцингер Н. Е., Пясковский Р. В. Теория мелкой воды, океанографические задачи и численные методы. Л., 1977. 208 с.
5. Озмидов Р. В. Диффузия примесей в океане. Л., 1986. 279 с.
6. Цветков Э. И. Основы математической метрологии. СПб., 2005.